文章编号: 1001-0920 (2011) 06-0921-04

并行机生产与具有等待时间限制的成批运输协调调度问题

宫 华[1,2], 唐立新[2]
(1. 沈阳理工大学 理学院，沈阳 110159；2. 东北大学 信息科学与工程学院，沈阳 110819)

摘 要: 研究了运输阶段具有等待时间限制的成批运输与并行机生产协调调度问题, 目标为最小化制造期与运输费用之和. 通过复杂性分析, 证明其是强NP难问题, 提出启发式算法并证明其最坏情况性能比为 $4-1/m$. 当一个运输批必须在同一台机器加工时, 证明其也是强NP难问题. 将加工时间与等待时间限定值进行比较, 分别提出两个启发式算法, 并证明其最坏情况性能比分别为 $2-1/m$ 和 $4-1/m$.
关键词: 并行机；成批运输；复杂性；最坏情况
中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Scheduling production on parallel machines and batch delivery with limited waiting time constraint

GONG Hua[1,2], *TANG Li-xin*[2]
(1. College of Science，Shenyang Ligong University，Shenyang 110159，China；2. College of Information Science and Engineering， Northeastern University， Shenyang 110817， China. Correspondent： TANG Li-xin， E-mail: qhjytlx@mail.neu.edu.cn)

Abstract: This paper studies a coordinated scheduling problem of production on parallel machines and batch delivery where the finished jobs must be deliveried in a limited time. The objective is to minimize the sum of the makespan and the total delivery cost. Through the complexity analysis, it is proved that the problem is strongly NP-hard, and a heuristic algorithm is provided with the worst-case ratio $4-1/m$. A special case is also considered, where the jobs in a batch delivery must be processed on the same machine. For this case, it is proved that the problem is strongly NP-hard, and two heuristic algorithms are provided with the worst-case ratio $2-1/m$ and $4-1/m$ according to the comparation with the limited waiting time and the processing times, respectively.
Key words: parallel machines；batch delivery；complexity；worst-case

1 引 言

本文主要研究并行机生产以及生产后运输具有等待时间限制的成批运输协调调度问题. 并行机上完工的工件等待组批运输到客户端或下游生产线, 这些工件在限制时间内必须进行运输, 因此在决策中既要考虑工件排序对分批的影响, 又要考虑等待时间限制对排序和分批的影响. 本文从钢铁企业中提炼出这类考虑到生产和能耗的成批运输协调调度问题, 如连铸车间生产出的板坯采用热装热送的方式运输到热轧车间, 为了减少能耗, 要求这些高温板坯在限定的时间内必须运输到轧钢厂. 如何平衡生产和运输的关系, 保障缩短制造工期和降低热量损失是至关重要的问题之一.

单机生产环境下的成批运输问题首先由Cheng等人[1]提出, 目标函数为总权重提前惩罚与运输费用之和. 文献 [2-4] 对这一问题的各种情况作出进一步的研究. [5] 研究了并行机生产环境下的批运输调度问题, 目标函数为总流水时间与运输费用之和. [6-7] 在单机以及并行机生产环境下研究了生产与成批运输协调问题, 目标函数为调度费用与运输费用之和. 对于 [7] 中目标为总完工时间与运输费用之和的并行机调度问题, [8] 提出了多项式时间近似策略. 上述成批运输与生产协调研究虽涉及并行机的生产环境, 但没有从节能降耗的角度考虑等待运输时间的限制. 此

收稿日期: 2010-03-23；**修回日期:** 2010-09-01.
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(71032004)；国家教育部博士点专项基金项目(20070145020)；国家 111 计划项目(B08015)；中国博士后科学基金项目(20100481196).
作者简介: 宫华(1976−), 女, 副教授, 博士, 从事生产调度、物流优化的研究；唐立新(1966−), 男, 教授, 博士生导师, 从事生产调度、智能优化等研究.

外, 目标函数并不考虑制造期与运输费用之和. 本文提出的问题, 其等待运输时间的限制以及目标函数的改变使得问题复杂性以及最优解的性质发生改变, 原有的结论以及算法并不适用于该问题. 因此, 从钢铁企业提炼出的并行机生产与等待运输时间受限的问题不仅对实际生产具有指导意义, 而且能够丰富生产物流调度优化理论, 具有一定的理论价值.

2 问题描述

假设 n 个工件在 m 个同构并行机上进行加工, 工件 i 的加工时间为 p_i, 完工后的工件等待与其他工件一起组批运输. 分配在一起运输的所有工件称为一个运输批, 但工件等待运输的时间不能超过限制时间 W, 且每一批运输均发生一定的运输费用. 目标为寻求机器效率的最大化和运输成本的最小化. 决策变量如下: R 为运输批的数量; $\alpha(R)$ 为运输费用函数, 是关于 R 的线性增函数; B_l 为第 l 个运输批; w_i 为工件 i 加工后等待运输的时间; $C_{\max}$ 为制造期, 是最后一批运输开始的时刻; $Z(\pi)=C_{\max}+\alpha(R)$ 为目标函数.

采用 3 参数表示法[9], 所研究的问题表示为 $Pm \to D|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$. 本文研究的运输受到限制的问题描述为: 在实际运输过程中可能受到条件的限制, 使得一个运输批必须是同一台机器上加工完成的工件, 不同机器上加工的工件不能组成一个运输批. 这种运输批带有约束的调度问题表示为

$$Pm \to D'|w_i|C_{\max}+\alpha(R).$$

下面给出 3 划分问题: 给定 $3t+1$ 个整数 $a_1, a_2, \cdots, a_{3t}, a$, 使得 $a/4 < a_i < a/2$ 以及 $\sum\limits_{i=1}^{3t} a_i = ta$. 问是否存在互不相交的子集 H_i, 满足 $|H_i|=3$ 且 $\sum\limits_{j\in H_i} a_j = a$?

3 问题 $Pm \to D|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$

首先研究最优调度所满足的性质. 由于完工的工件在组成运输批时有等待时间的限制, 每个运输批的生产调度应以等待时间最小的原则进行工件排序. 进而, 满足等待时间限制的已完工的未运输工件并不受运输能力的影响, 只要满足等待时间限制条件即可放在同一批中运输. 由此得到如下性质.

引理 1 同一台机器上分配在同一个运输批中的工件按最长加工时间优先 (LPT) 规则进行排序.

引理 2 一个运输批应包括所有等待时间未超过限定值的已完工但未运输的工件.

定理 1 $Pm \to D|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$ 是强 NP 难问题.

证明 对于 3 划分问题, 构造一个与之等价的调度问题 $Pm \to D|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$ 的实例, 称 3 划分问题归结到该问题, 从而证明该问题也是强 NP 难的. 构造调度问题实例如下:

$$n=8t,\ m=2,\ W=a,\ \alpha(R)=R(2a+1);$$

$$p_i=p_{3t+i}=a_i,\ i=1,2,\cdots,3t;$$

$$p_{6t+i}=p_{7t+i}=a+1,\ i=1,2,\cdots,t;$$

门槛值为 $z=2t(2a+1)$. 可以证明, 存在目标值为 z 的调度, 当且仅当 3 划分问题有解. 机器上的调度如下所示:

机器 1: $6t+1, H_1, 6t+2, H_2, \cdots, 7t, H_t$;

机器 2: $7t+1, H_{t+1}, 7t+2, H_{t+2}, \cdots, 8t, H_{2t}$;

t 个运输批: $B_i=\{6t+i, 7t+i, H_i, H_t+i\}, i=1,2,\cdots,t$.

反之, 若存在目标值不超过 z 的调度, 则 3 划分问题有解. 由于所有工件在机器上的平均完成时间为 $t(2a+1)$, 运输批数量不能超过 t, 否则运输费用将超过 $t(2a+1)$. 又因为等待时间的限制, 加工时间为 $a+1$ 的工件至少分配在 t 个运输批中进行调度. 所以, $8t$ 个工件分成 t 个运输批调度. $2t$ 个加工时间为 $a+1$ 的工件在机器上构成一个框架, 每个机器上留有 t 个长度为 a 的区间, 其余 $6t$ 个工件分为 $2t$ 个集合, 满足每个集合中包含 3 个工件且有

$$\sum_{j\in H_i} a_j \leqslant a,\ i=1,2,\cdots,2t.$$

由此可知, $\sum\limits_{j\in Hi} a_j = a$ 形成了 3 划分问题的解. □

定理 1 表明, 不可能在多项式时间内找到 $Pm \to D|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$ 的最优解, 故寻求一个启发式算法找到好的近似解是必要的.

算法 1 步骤如下:

Step 1: 初始排序. 按 LPT 规则对工件排序. 将 m 个加工时间最长的工件分配给 m 台机器加工, 任意一台机器空闲, 余下工件中加工时间最长者将分配给该空闲机器.

Step 2: 重新排序. 设每个工件在并行机上的完成时间为 $c_i(1\leqslant i\leqslant n)$. 将工件重新排序, 满足 $c_1 \leqslant c_2 \leqslant \cdots \leqslant c_n$.

Step 3: 分批. 令 $i=1$, 对于工件 $i, i+1, \cdots, j, j+1$, 若满足 $c_j - c_i \leqslant W$ 且 $c_{j+1} - c_i > W$, 则将工件 $i, i+1, \cdots, j$ 分配在一个运输批中运输. 当 $i=n+1$ 时停止.

算法 1 基于 LPT 规则排序, 故算法的时间复杂性为 $O(n\log n)$.

定理 2 算法 1 的最坏情况性能比为 $4-1/m$.

证明　设 C^* 和 $C(\mathrm{LPT})$ 分别为最优调度和 LPT 调度的制造期, 根据并行机最小化制造期问题, 有

$$C(\mathrm{LPT})/C^* \leqslant 4/3-1/3m.$$

启发式算法的最坏情况比的性能也与运输批数量有关. 设 R^* 和 y 分别为最优调度和启发式算法确定的运输批的数量, 则有

$$\frac{C(\mathrm{LPT})+\alpha(y)}{C^*+\alpha(R^*)} \leqslant \frac{C(\mathrm{LPT})}{C^*}+\frac{\alpha(y)}{\alpha(R^*)} \leqslant \frac{4}{3}-\frac{1}{3m}+\frac{y}{R^*} \leqslant \frac{4}{3}-\frac{1}{3m}+\frac{\lceil C(\mathrm{LPT})/W\rceil}{\lceil C^*/2W\rceil} \leqslant$$
$$4/3-1/3m+2C(\mathrm{LPT})/C^* \leqslant 4-1/m. \qquad \square$$

4　问题 $Pm \to D'|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$

当一个运输批中的工件必须在同一台机器上加工完成, 不同机器上加工的工件不能组成一个运输批时, 该调度不仅要确定工件在并行机的排序, 也要确定同一机器上的工件如何分批.

定理 3　$Pm \to D'|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$ 是强 NP 难问题.

证明　与定理 1 类似, 证明通过 3 划分问题归约得到. 构造调度实例

$$n=8t,\ m=2, W=a,\ \alpha(R)=R(2a+1);$$
$$p_i=p_{3t+i}=a_i,\ i=1,2,\cdots,3t;$$
$$p_{6t+i}=p_{7t+i}=a+1,\ i=1,2,\cdots,t;$$

门槛值为 $z=3t(2a+1)$. 证明当且仅当 3 划分问题有解时, $Pm \to D'|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$ 存在目标值不超过 z 的调度. 机器调度如下:

机器 1: $6t+1, H_1, 6t+2, H_2, \cdots, 7t, H_t$;

机器 2: $7t+1, H_{t+1}, 7t+2, H_{t+2}, \cdots, 8t, H_{2t}$;

运输批为: $B_{2i-1}=\{6t+i, H_i\}, B_{2i}=\{7t+i, H_{t+i}\},\ i=1,2,\cdots,t$. $\square$

由于 $Pm \to D'|w_i|C_{\max}+\alpha(R)$ 是强 NP 难的, 需要寻求好的近似算法. 设 $P=\sum_{i=1}^{n} p_i$, $P(B_l)$ 为运输批 B_l 中所有工件的总加工时间. 若 $p_i>W$, 则称工件 i 为长工件, 否则为短工件.

设 C^* 和 R^* 分别为最优调度的制造期和运输批的数量, P/m 为并行机上的平均负载, $\lceil P/2W\rceil$ 为最小的运输批的数量. 根据长工件的个数, 提出如下两个启发式算法.

算法 2 (无长工件)　步骤如下:

Step 1: 工件排序. 按 LPT 规则对工件排序.

Step 2: 分批. 设 $i=1$, 若工件 $i, i+1, \cdots, j-1$, j 满足 $\sum_{k=i}^{j-1} p_k \leqslant W$ 和 $\sum_{k=i}^{j} p_k > W$, 则将工件 $i, i+1, \cdots, j$ 分配在同一运输批中. 当 $i=n+1$ 时, 转至 Step 3.

Step 3: 批排序. 设形成的运输批数量为 y, 将这些批排序使其满足

$$P(B_1) \geqslant P(B_2) \geqslant \cdots \geqslant P(B_y).$$

Step 4: 成批调度. 将 m 个加工时间最长的批分配给 m 台机器加工, 余下批中加工时间最长的批分配给最早空闲的机器.

算法 2 的时间复杂性为 $O(n\log n)$. 下面提出最优调度的下界为

$$C^*+\alpha(R^*) \geqslant P/m+\alpha(\lceil P/2W\rceil).$$

定理 4　算法 2 的最坏情况性能比为 $2-1/m$.

证明　设 C^1 为算法 2 调度的制造期, 每批工件总加工时间满足 $W<P(B_l)<2W$, 因而有

$$\frac{C^1+\alpha(y)}{C^*+\alpha(R^*)} \leqslant \frac{\sum_{l=1}^{y-1} P(B_l)/m+P(B_y)+\alpha(\lceil P/W\rceil)}{P/m+\alpha(\lceil P/2W\rceil)} \leqslant \frac{P/m+(1-1/m)P(B_y)+\alpha(\lceil P/W\rceil)}{P/m+\alpha(\lceil P/2W\rceil)} \leqslant$$
$$\frac{2P/m+\alpha(\lceil P/W\rceil)}{P/m+\alpha(\lceil P/2W\rceil)}+\frac{(1-1/m)P(B_y)-P/m}{P/m} \leqslant 2-1/m. \qquad \square$$

算法 3 (长工件个数为 u)　步骤如下:

Step 1: 工件排序. 按 LPT 规则对工件排序. 长工件为 $1, 2, \cdots, u$; 短工件为 $u+1, u+2, \cdots, n$.

Step 2: 分批. 对于所有短工件, 若工件 $i, i+1, \cdots, j, j+1 (i=u+1, u+2, \cdots, n)$ 满足 $\sum_{k=i}^{j} p_k \leqslant W$ 和 $\sum_{k=i}^{j+1} p_k > W$, 则将工件 $i, i+1, \cdots, j$ 分配在同一运输批中. 当 $i=n+1$ 时, 转至 Step 3, 此时记短工件形成的批为 $A_1, A_2, \cdots, A_v$.

Step 3: 组批. 根据长工件数量 u 与短工件批数 v 进行分批考虑. 当 $u \geqslant v$ 时, 总批数为 u, 前 v 批中包含 1 个长工件和 1 批短工件, 余下 $u-v$ 批中每批含有 1 个长工件. 记

$$B_l=\{\text{长工件}\ l, A_l\},\ l=1,2,\cdots,v;$$
$$B_l=\{\text{长工件}\ l\},\ l=v+1, v+2, \cdots, u.$$

当 $u<v$ 时, 则转至 Step 4.

Step 4: 当 $u<v$ 时, 前 u 批中包含 1 个长工件和 1 批短工件, 记 $B_l=\{\text{长工件}\ l, A_l\} (l=1,2,\cdots,u)$, 对余下 $v-u$ 批未与长工件组批的短工件重新进行分批, 执行算法 2.

Step 5: 设形成的运输批数量为 y, 批排序和批调度执行算法 2 中的 Step 3 和 Step 4.

定理 5 算法3的最坏情况性能比为 $4-1/m$.

证明 设 C^2 为算法3调度的制造期. 下面通过讨论长工件的数量与运输批数量之间的关系来证明算法的最坏情况性能比.

情况 1 若 $u\geqslant v$, 则 $y=R^*$. 此时满足

$$\frac{C^2+\alpha(y)}{C^*+\alpha(R^*)}\leqslant$$
$$\frac{\sum\limits_{l=1}^{y-1}P(B_l)/m+P(B_y)+\alpha(y)}{P/m+\alpha(y)}\leqslant$$
$$\frac{P/m+\alpha(y)+(1-1/m)P(B_y)}{P/m+\alpha(y)}\leqslant$$
$$1+\frac{(1-1/m)P(B_y)}{P/m}\leqslant 2-1/m.$$

情况 2 若 $v>u$, 则 $y>u$, 当 $u+1\leqslant l\leqslant y$ 时, 运输批满足 $W<P(B_l)<2W$, 可以得到

$$\sum_{l=1}^{u}P(A_l)+\sum_{l=u+1}^{y}P(B_l)\leqslant 2WR^*,$$
$$\sum_{l=u+1}^{y}P(B_l)\geqslant W(y-u).$$

从而有

$$\frac{C^2+\alpha(y)}{C^*+\alpha(R^*)}\leqslant$$
$$\frac{\sum\limits_{l=1}^{y-1}P(B_l)/m+P(B_y)+\alpha(y)}{C^*+\alpha(R^*)}\leqslant$$
$$\frac{P/m+\alpha(u)+(1-1/m)P(B_y)}{P/m+\alpha(u)}+\frac{\alpha(y-u)}{\alpha(R^*)}\leqslant$$
$$2-1/m+\frac{\sum\limits_{l=u+1}^{y}P(B_l)/W}{\sum\limits_{l=1}^{u}P(A_l)+\sum\limits_{l=u+1}^{y}P(B_l)/2W}\leqslant$$
$$4-1/m. \qquad \square$$

5 结 论

本文研究了并行机生产与生产后批运输的协调调度问题, 其中工件等待运输的时间受到限制, 通过复杂性分析, 证明该问题以及运输有限制条件均是强NP-难问题. 为此, 提出启发式算法, 并进行最坏情况的性能比分析, 从而在理论上对算法的性能提出了保障, 为实际生产和运输的协调调度提供了依据. 进一步的研究方向有: 平衡库存最小化和运输费用最小化的调度问题以及流水车间生产与成批运输的协调调度问题.

参考文献(References)

[1] Cheng T C E, Kahlbacher H G. Scheduling with delivery and earliness penalties[J]. Asia-Pacific J of Operational Research, 1993, 10(2): 145-152.

[2] Cheng T C E, Gordon V S. Batch delivery scheduling on a single machine[J]. J of the Operational Research Society, 1994, 45(10): 1211-1215.

[3] Cheng T C E, Gordon V S, Kovalyov M Y. Single machine scheduling with batch deliveries[J]. European J of Operational Research, 1996, 94(2): 277-283.

[4] Cheng T C E, Kovalyov M Y, Lin B M T. Single machine scheduling with batch delivery and job earliness penalties[J]. SIAM J on Optimization, 1997, 7(2): 547-559.

[5] Wang G, Cheng T C E. Parallel machine scheduling with batch delivery costs [J]. Int J of Production Economics, 2000, 68(2): 177-183.

[6] Hall N G, Potts C N. Supply chain scheduling: Batching and delivery[J]. Operations Research, 2003, 51(4): 566-584.

[7] Hall N G, Potts C N. The coordination of scheduling and batch deliveries [J]. Annals of Operations Research, 2005, 135(1): 41–64.

[8] Gong H, Tang L. The coordination of two parallel machines scheduling and batch deliveries[C]. The 14th Annual Int Conf on Computing and Combinatorics. Beijing: Springer-Verlag, 2008, 5092: 670-677.

[9] Graham R L, Lawler E L, Lenstra J K, et sl. Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: A survey[Z]. Amesterdam: North-Hollard, 1979, 5: 287-326.