

文章编号: 1001-0920(2011)06-0811-05

基于粒子群优化算法的极限环极值搜索控制

陈虹^{1,2}, 孔力¹, 赵党军¹

(1. 华中科技大学控制科学与工程系, 武汉 430074; 2. 武汉第二船舶设计研究所技术发展研究中心, 武汉 430064)

摘要: 提出一种利用粒子群优化算法进行在线寻优的自适应控制算法, 该方法可抑制极限环的振荡幅值. 应用极值搜索控制的思想, 在线测量极限环的振荡幅度, 并将其作为优化目标, 利用粒子群优化算法寻找最优控制量, 使得极限环的振荡幅值最小. 针对粒子群优化和极限环控制的特点, 提出一种加快收敛的算法. 数值实验表明, 提出的算法不仅与传统基于摄动方法的极值搜索控制性能相当, 而且可对非凸和不光滑目标函数进行在线寻优, 鲁棒性更强.

关键词: 极限环; 极值搜索控制; 粒子群优化; 自适应控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Particle swarm optimization-based extremum seeking control for limit cycle minimization

CHEN Hong^{1,2}, KONG Li¹, ZHAO Dang-jun¹

(1. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 2. Research and Development Centre, Wuhan Second Ship Design and Research Institute, Wuhan 430064, China. Correspondent: CHEN Hong, E-mail: chenhong.paper@gmail.com)

Abstract: This paper presents a particle swarm optimization-based extremum seeking control(PSOESC) scheme for the minimization of limit cycle. In the scheme, the PSO steers the parameter to minimize the limit cycle by the online measurement of oscillation aptitude. An algorithm that accelerates the convergence of the PSOESC scheme is also proposed. Numerical experiments show that, the proposed scheme is able to minimize the limit cycle with non-convex or non-smooth performance function, which is more effective and more robust than the conventional perturbation-based extremum seeking control algorithm.

Key words: limit cycle; extremum seeking control; particle swarm optimization; adaptive control

1 引言

极限环是一种常见的非线性现象, 在有些场合中, 通过反馈控制无法完全消除极限环, 只能减少振荡幅值^[1]. 例如, 在钝体绕流的流动主动控制中^[2], 控制器的输出往往受到物理限制, 无法完全消除极限环, 只能寻求最佳的控制参数, 使得流体振荡的强度尽可能小. 在一些振动、噪声控制问题中也面临类似问题^[3], 由于被控对象高度复杂, 很难建立足够精确并可在线计算的数学模型, 使得传统最优控制算法难以适用.

极值搜索控制(ESC)是一种不依赖模型的自适应控制算法, 适合处理将被控对象控制在最优工作点或按最优轨迹工作的问题. Krstic 等人^[4-5]证明了该算法的稳定性, 目前已成为研究热点. 与基于变分法原

理离线求取控制器增益的最优控制算法不同, 极值搜索通过在线测量和寻优来实现最优控制, 使得被控对象工作于最优状态. ESC 可用于非线性多变量系统的控制, 尤其适合复杂、难建模的物理对象. 近年来, ESC 获得相当广泛的应用, 例如流动主动控制^[6]、燃料电池控制^[7]、热声制冷器控制^[8]等. 同时, ESC 的理论以及与其他控制算法的结合研究也更加深入, 产生了许多新的控制算法. 例如, 随机摄动式 ESC^[9]、利用极值搜索来优化 PID 控制参数^[10]、带有不确定参数^[11]和状态约束^[12]的非线性系统极值搜索控制等. Wang 等人^[1]提出了利用正弦摄动进行极限环振荡抑制的极值搜索控制算法, Beaudoin 等人^[3]将其应用于亚音速流动中的噪声抑制, 但该方法要求目标函数必须是光滑的凸函数, 在实际使用中可能只会得到局部

收稿日期: 2010-03-22; 修回日期: 2010-08-23.

基金项目: 水动力预研基金项目(9140A14030308CB49).

作者简介: 陈虹(1973-), 男, 博士生, 从事智能控制与优化的研究; 孔力(1956-), 男, 教授, 博士生导师, 从事检测技术与自动化装置等研究.

最优解.

粒子群优化 (PSO) 算法是一种基于群体随机搜索的优化算法, 最早由 Kennedy 等人^[13]提出. 由于 PSO 算法简单、有效、适用范围广, 一经提出便获得广泛的研究和应用. PSO 是一种非梯度算法, 适合全局寻优, 且对目标函数的连续性没有要求, 一般用于离线优化计算和模型辨识^[14], 或对控制器的参数进行优化^[15], 很少直接用于在线控制. 在离线优化中, PSO 往往需要对象的数学模型和显式目标函数, 且需要满足可解性条件. 因此对于一些复杂模型, 如由 Navier-Stokes 方程描述的流动控制问题, 由于计算开销较大, 利用数值仿真和 PSO 离线搜索最佳控制器增益会在实用中遇到很大困难, 反而不如直接在线优化.

本文将 PSO 与 ESC 算法相结合, 将待优化的参数用粒子群中的粒子来表示, 通过在线测量得到每个粒子的适应度, 并利用粒子群优化算法得到逼近全局最优点的序列, 经过在线迭代调整, 最终使得被控对象工作在最佳工作点附近. 该算法可利用粒子群优化的全局寻优能力, 克服传统极值搜索控制对目标函数性态要求较强的弱点. 同时, 利用极值搜索算法的在线寻优能力, 不依赖对象的模型实时搜索极值点. 数值实验表明了所提出算法的可行性和有效性.

2 问题描述

控制工程中常会遇到令被控对象工作于特定最优工作点的问题. 以一个单输入单输出系统为例, 考虑系统

$$\dot{x}(t) = f(x, u(x, \theta)), \quad (1)$$

$$y = J(x). \quad (2)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^m$ 为状态向量, $u \in \mathbf{R}$ 为控制输入, $\theta \in D$ 为待调节的参数, $f: D \times \mathbf{R}^m \rightarrow \mathbf{R}^m$ 为 D 上足够光滑的函数, J 为未知的输出目标函数. 不失一般性, 本文只考虑 y 最小的情况. 与基于变分法的最优控制方法不同, ESC 算法通过测量系统的输出和控制状态变量来在线寻找最优工作点, 无需知道 J 的显式表达.

ESC 也可看作是一类约束优化问题, 与一般优化问题中约束条件往往用代数式表达不同, ESC 将微分方程 (1) 作为约束条件. 相应的优化问题可表示为

$$\min_{x \in \mathbf{R}^m} J(x, \theta), \quad (3)$$

$$\text{s.t. } \dot{x}(t) = f(x, u(x, \theta)). \quad (4)$$

假设对于任意 θ , 系统 (1) 存在稳定的极限环, 将其振荡幅值记为 $A(\theta)$, 则极限环的振荡抑制问题可表述为: 在线调节控制参数 θ , 使得 $A(\theta)$ 最小. 该过程也可以表示为, 构造一个寻优算法 \mathcal{F} , 使得在 \mathcal{F} 作用下, 所产生的序列 $\{\theta\}_1^k$ 满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A(\theta_k) = A(\theta^*), \quad (5)$$

其中

$$\theta_k = \mathcal{F}(\theta_{k-1}, A(\theta_{k-1})). \quad (6)$$

现有的 ESC 中多采用基于非线性规划理论的寻优算法. 下面, 本文将通过分析和数值实验, 验证当 \mathcal{F} 为 PSO 算法时, 不仅同样可以在线得到最优解, 而且由于 PSO 的灵活性, 可以针对极限环的特点设计出加速收敛算法.

3 粒子群优化算法

PSO 算法通过模仿鸟群或鱼群的群体觅食行为来寻找最优点, 属于随机优化算法的一种. 粒子群中, 每个粒子均以可变的速率在搜索空间中移动, 并能够记住曾经到过的最优位置. 整个群体可共享所有单个粒子曾到达的最优位置信息. 每个粒子按照一定的策略, 根据自身和群体的最优位置来调节运动速度和方向, 最终趋向于搜索空间中待求的最优位置.

设 $S \subset \mathbf{R}^n$ 为 n 维搜索空间, 粒子群由 N 个粒子组成. 第 i 个粒子的位置 P_i 为 n 维向量, 速度 V_i 也为 n 维向量, 适应度为 ϕ_i . 将该粒子曾经到达过的最优位置记为 $P_i^{\text{best}} = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})^T \in S$, 群体中所有单个粒子曾经到达的最优位置记为 $P_{g\text{best}}$, 迭代次数记为 k , 则粒子群的更新方程为

$$V_i(k+1) = wV_i(k) + c_1r_1(k)(P_i^{\text{best}}(k) - X_i(k)) + c_2r_2(k)(P_{g\text{best}}(k) - X_i(k)), \quad (7)$$

$$P_i(k+1) = P_i(k) + V_i(k+1). \quad (8)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$ 为粒子标号; $w > 0$ 为惯性因子; $c_1 > 0$ 和 $c_2 > 0$ 为加速因子; r_1 和 r_2 为两个独立的随机变量, 满足 $[0, 1]$ 区间的平均分布. 一些文献以局部数个粒子的最优值代替 $P_{g\text{best}}$, 从而构成不同的拓扑结构, 称为 PSO 算法的局部版本. 本文采用星形拓扑, 即 PSO 算法的全局版本.

4 基于 PSO 的极限环振荡抑制算法

4.1 粒子编码

令粒子群中第 i 个粒子的位置 $P_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 代表极限环控制参数 θ 可取的一个值. 将 P_i 依次输入至被控系统 (1), 并依次测量每个 θ 所对应的振荡幅值 A_θ . 由于每个 θ 对应一个稳定的可测量的振荡幅值 A_θ , 令适应度 $\phi_i = A_\theta$, 则可建立由粒子位置 P 到适应度 ϕ 的映射. 经过 N 代粒子群在线寻优演化, 将产生如下序列:

$$P_1^1, P_1^2, \dots, P_1^N, P_2^1, P_2^2, \dots, P_2^N, \dots, P_K^N.$$

其中: 下标 $1, 2, \dots, K$ 表示粒子群演化代数; 上标 $1, 2, \dots, N$ 表示各个粒子的编号. 显然, 当粒子群收敛到 $P_{g\text{best}}$, 且 $P_{g\text{best}} = \theta^*$ 时, 极限环的振荡幅值最小.

4.2 极限环振荡幅值的检测

极限环为关于时间 t 的周期函数, 故可用 Fourier 变换展开为模态叠加的形式, 令极限环的第一阶模态表示为

$$y(t) = Y_0 + A \sin(\omega_0 t + \phi). \quad (9)$$

其中: Y_0 和 ϕ 为常数, ω_0 和 r 为大于 0 的常数. 由于直流分量 Y_0 容易通过高通滤波器滤除, 不妨令 $Y_0 = 0$, $y(t)$ 中振荡部分的幅值为

$$\tilde{A}(t) = \sqrt{\frac{2}{T} \int_t^{t+T} y^2(t) dt} = \sqrt{A^2 + A_\xi}. \quad (10)$$

其中

$$A_\xi = \frac{A^2(\sin(2(\phi + \omega_0 t)) - \sin(2(\phi + (t + T)\omega_0)))}{2\omega_0 T}, \quad (11)$$

$T > 0$ 为积分窗口宽度. 易知 $|\Delta A| \leq A^2/2\omega_0 T$, 故当 $\omega_0 T$ 充分大时, 有 $\tilde{A} \simeq A$. 该结论也可推广到其他高阶模态. 式 (10) 可以看作是对信号 $y^2(t)$ 的低通滤波, 其效果与文献 [1] 研究正弦摄动式 ESC 所采用的方法相当, 故本文将给定 θ 后一段时间的 $\sqrt{\frac{2}{T} \int_t^{t+T} y^2(t) dt}$ 作为粒子的适应度函数, 即 $J(\theta) = \tilde{A}$.

4.3 收敛性分析

与普通的静态优化问题不同, 极值搜索控制在 \mathcal{F} 的构造中, 还需要考虑系统动态的影响, 引入充分大的等待时间可以解决这一问题.

Teel 等人证明^[16], 当系统 (1) 的过渡时间足够短且寻优算法 \mathcal{F} 满足收敛性条件时, 算法 \mathcal{F} 产生的序列将收敛到待求的最优控制参数 θ^* , 即对于 $\forall \theta \in D$, 有 $J(\theta^*) < J(\theta)$. 令参数 θ 发生改变时, 系统的过渡时间为 τ , 通过设定 θ 每次改变的时间 $T_w > \tau$, 可以将动态优化问题转化为静态优化问题, 从而可以使用已有的优化算法进行在线寻优.

关于 PSO 的收敛问题近年来虽已有不少研究^[17-18], 且证明了在参数选取合适时, 标准粒子群优化算法的演化过程是收敛的, 但不能保证收敛到最优点. 目前, 已有一些可保证收敛到全局最优的 PSO 算法的变种^[19], 但对极限环振荡抑制问题而言, 本文将通过数值实验表明, 采用标准 PSO 算法足以获得满意的结果.

4.4 加速收敛算法

第 4.2 节中提出的振荡幅值检测方法的精度依赖于积分窗口宽度 T 的大小, 若采用过大的 T , 则会造成整个寻优过程变得十分漫长. 本文采用对 T 进行自适应调整的方法来解决该问题.

ESC 的目的是在线寻求极值, 不关心每一步的精度, 且 PSO 算法通过适应度的比较来决定 P_i^{best}

和 $P_{g\text{best}}$. 粒子速度和位置的更新与适应度的精确度无关, 实际上每次更新时只需搜集到满足确定 P_i^{best} 所需的信息即可. 因此, 在计算适应度时可根据判断自适应调节 T 的大小, 即当由式 (10) 计算得到的 \tilde{A} 大于 P_i^{best} 的适应度时, 可确定该位置不是 P_i^{best} , 停止继续采样和计算, 直接转入下一个粒子的适应度计算, 其流程如图 1 所示. 其中 T_{\min} 和 T_{\max} 为预先给定的最小和最大积分窗口时间, 为了保证精度, T_{\min} 应大于极限环的过渡时间, 实践中可通过实验估计.

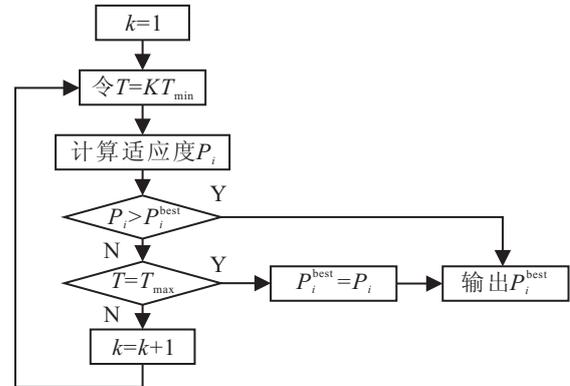


图 1 积分窗口宽度的自适应调整算法

注 1 这里提出的加速收敛算法, 较为充分地利用了 PSO 和 ESC 的特点. 虽然传统的摄动式 ESC 在理论上也可以采用类似的自适应调整策略, 但实现起来会较为复杂.

5 数值实验

首先考虑一个以 θ 为控制参数的 Van der Pol 系统

$$\ddot{y} + \varepsilon[y^2 - 1 - g(\theta)]\dot{y} + y = 0. \quad (12)$$

其中: $g(\theta) = (\theta - \theta^*)^2$, θ 为需在线调节的参数, ε 为决定极限环动态特性的固定参数. 由 Poincaré-Bendixson 定理^[20]可知, 无论 θ 取何值, 系统 (13) 均存在一个稳定的极限环. 且易知当 $\theta = \theta^*$ 时, 极限环的稳定振荡幅度最小.

以下数值实验中, 均令 $\theta^* = 5$, 参数 θ 的初值 $\theta_0 = 0$, 系统的初值 $(x_1, x_2) = (1, 1)$.

注 2 这里给出 θ^* 和式 (13) 的显式表达只是为了数值实验的需要, 实际控制寻优过程中并不需要这些信息.

数值实验中, PSOESC 选取的参数为: 种群规模 $N = 5$, 演化代数 $k = 30$, 加速因子 $c_1 = 1$, $c_2 = 2$, 惯性因子 $w = 0.2$, $T_{\min} = 10$ s, $T_{\max} = 50$ s. PSOESC 的寻优历程及控制效果如图 2 所示. 由于本文采用的是标准 PSO, 选取的参数可保证收敛, 但不一定收敛到极值. 尽管如此, 数值实验中 PSOESC 以大于 0.8 的几率收敛到极值附近, 这表明了该方法的实用性.

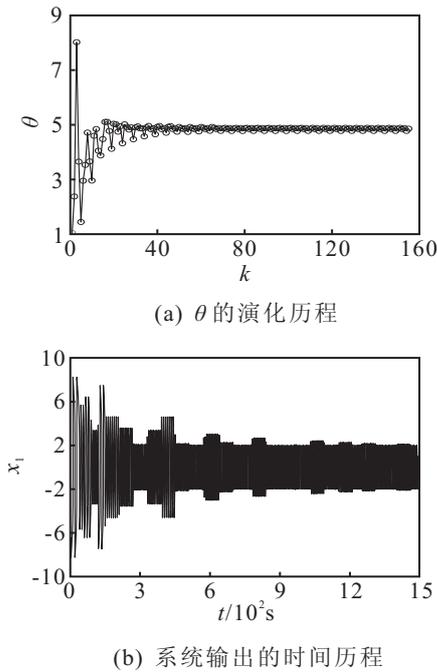


图2 PSOESC的寻优历程及控制效果

作为对比, 本文对采用正弦摄动方法的ESC (SPESC) 的极限环振荡抑制控制^[1]也进行了仿真, 结果如图3所示. 由图3可见, SPESC必须通过在输入中叠加正弦摄动来估计目标函数的梯度, 因此 θ 将围绕极值点波动, 其误差幅度与正弦摄动的幅度和频率有关^[1].

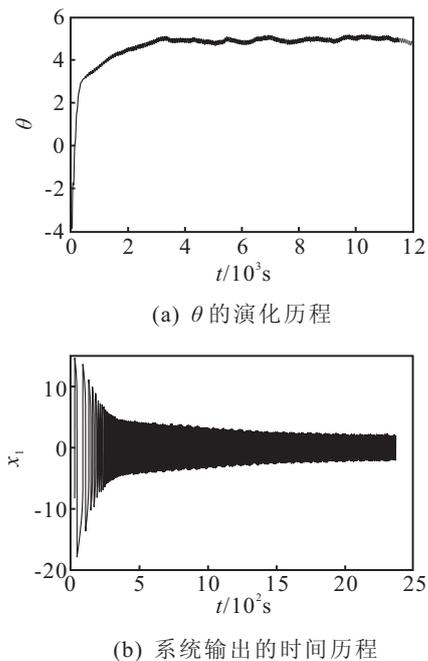


图3 SPESC的寻优历程及控制效果

比较两种控制算法的结果可见, 当参数选择适当时, PSOESC可达到与摄动式ESC基本相当的性能.

下面, 考察当系统发生一定程度的改变而ESC控制器参数不变时的情况. 系统变为

$$\ddot{y} + \varepsilon[y^2 - 1 - \gamma(\theta - \theta^*)^2]\dot{y} + y = 0. \quad (13)$$

比较当 $\gamma = 0.5$ 时两种ESC的仿真结果可以发现, PSOESC的收敛速度和精度基本没有变化, 而SPESC的收敛时间显著增加. 当 $\gamma = 2$ 时, SPESC变得不稳定, 而PSOESC仍可得到满意的结果. 其原因在于: SPESC本质上是基于梯度的算法, γ 发生改变相当于模型的二阶导数发生变化, 使得SPESC中原先整定好的放大倍数(相当于寻优步长)不能适应; 而PSO对模型的依赖性较弱, 因此鲁棒性较强. 另外, PSOESC和SPESC均不对测量噪声敏感, 这是因为振幅测量环节可滤除高频噪声.

最后, 考虑一个具有局部最优点的系统

$$\ddot{y} + \varepsilon[y^2 - 1 - l(\theta)]\dot{y} + y = 0, \quad (14)$$

其中 $l(\theta) = (0.5\theta + \sin(2\theta) - 5)^2$. 结果表明, PSOESC可以有效地将 θ 在线调节到全局最优点附近, 而正弦摄动式ESC则陷入局部极值点附近. 对 $l(\theta)$ 为离散函数的情况进行仿真, 同样验证了PSOESC的有效性.

6 结 论

本文提出的基于PSO进行在线寻优的自适应控制算法, 可有效地抑制极限环的振荡幅度. 该算法将控制极限环振荡幅度的参数表示为粒子群中的粒子, 并通过在线测量极限环的振荡幅度, 将其作为粒子的适应度, 然后利用粒子群优化算法寻找最优控制量, 使得极限环的振荡幅值最小. 本文还针对粒子群优化和极限环振荡幅值检测的特点, 提出通过自适应调整积分窗口宽度的算法来加快寻优序列的收敛速度. 与传统的基于摄动方法的极值搜索控制算法相比, 本文提出的算法不仅可以对非凸和光滑目标函数进行在线寻优, 而且具有更强的鲁棒性. 数值仿真验证了算法的有效性和鲁棒性. 研究表明, 将粒子群优化和极值搜索控制相结合是一种有前途的新控制算法. 利用二者的特点, 能够针对具体问题设计特殊的加速收敛算法, 某些场合下可替代传统的摄动式极值搜索控制. 本文工作还可推广到其他群体智能算法, 如遗传算法、蚁群算法等.

参考文献(References)

- [1] Wang H H, Krstic M. Extremum seeking for limit cycle minimization[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(12): 2432-2436.
- [2] Beaudoin J F, Cadot O, Aider J L, et al. Bluff-body drag reduction by extremum-seeking control[J]. J of Fluids and Structures, 2006, 22(6/7): 973-978.
- [3] Kim K, Kasnakoglu C, Serrani A, et al. Extremum-seeking control of subsonic cavity flow[J]. AIAA J, 2009, 47(1): 195-205.
- [4] Krstic M, Wang H H. Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems[J].

- Automatica, 2000, 36(4): 595-601.
- [5] Krstic M. Performance improvement and limitations in extremum seeking control[J]. Systems and Control Letters, 2000, 39(5): 313-326.
- [6] Luo L, Schuster E. Mixing enhancement in 2d magnetohydrodynamic channel flow by extremum seeking boundary control[C]. American Control Conf. Louis, 2009: 1530-1535.
- [7] Methekar R N, Patwardhan S C, Gudi R D, et al. Adaptive peak seeking control of a proton exchange membrane fuel cell[J]. J of Process Control, 2010, 20(1): 73-82.
- [8] Yaoyu L, Rotea M A, Chiu G T C, et al. Extremum seeking control of a tunable thermoacoustic cooler[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2005, 13(4): 527-536.
- [9] Stankovic M S, Stipanovic D M. Stochastic extremum seeking with applications to mobile sensor networks[C]. American Control Conf. Louis, 2009: 5622-5627.
- [10] Killingsworth N, Krstic M. PID tuning using extremum seeking: Online, model-free performance optimization[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2006, 26(1): 70-79.
- [11] Guay M, Zhang T. Adaptive extremum seeking control of nonlinear dynamic systems with parametric uncertainties[J]. Automatica, 2003, 39(7): 1283-1293.
- [12] DeHaan D, Guay M. Extremum-seeking control of state-constrained nonlinear systems[J]. Automatica, 2005, 41(9): 1567-1574.
- [13] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]. Neural Networks Proc IEEE Int Conf. Perth: IEEE Press, 1995: 1942-1948.
- [14] Nanda S J, Panda G, Majhi B. Development of immunized pso algorithm and its application to hammerstein model identification[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2009: 3080-3086.
- [15] Maruta I, Kim T-H, Sugie T. Fixed-structure H_∞ controller synthesis: A meta-heuristic approach using simple constrained particle swarm optimization[J]. Automatica, 2009, 45(2): 553-559.
- [16] Teel A R, Popovic D. Solving smooth and nonsmooth multivariable extremum seeking problems by the methods of nonlinear programming[C]. Proc of the 2001 American Control Conf. Arlington, 2001: 2394-2399.
- [17] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [18] Rapaic M R, Kanovic Z. Time-varying PSO-convergence analysis, convergence-related parameterization and new parameter adjustment schemes[J]. Information Processing Letters, 2009, 109(11): 548-552.
- [19] Xin C, Yangmin L. A modified PSO structure resulting in high exploration ability with convergence guaranteed[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 2007, 37(5): 1271-1289.
- [20] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 2002.

~~~~~

(上接第810页)

- [10] 谭冠军. GM(1,1)模型的背景值构造方法和应用(I)[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(5): 98-103.  
(Tan G J. The structure method and application of background value in grey system GM(1,1) model(I)[J]. Systems Engineering — Theory and Practice, 2000, 20(5): 98-103.)
- [11] 罗党, 刘思峰, 党耀国. 灰色模型 GM(1,1) 优化[J]. 中国工程科学, 2003, 5(8): 50-53.  
(Luo D, Liu S F, Dang Y G. The optimization of grey model GM(1,1)[J]. Engineering Science, 2003, 5(8): 50-53.)
- [12] 王正新, 党耀国, 刘思峰. 基于离散指数函数优化的 GM(1,1) 模型[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(2): 61-67.  
(Wang Z X, Dang Y G, Liu S F. An optimal GM(1,1) based on the discrete function with exponential law[J]. Systems Engineering — Theory and Practice, 2008, 28(2): 61-67.)
- [13] 王叶梅, 党耀国, 王正新. 非等间距 GM(1,1) 模型背景值的优化[J]. 中国管理科学, 2008, 16(4): 159-162.  
(Wang Y M, Dang Y G, Wang Z X. The optimization of background value in non-equidistant GM(1,1) model[J]. Chinese J of Management Science, 2008, 16(4): 159-162.)