第 26 卷 第 1 期
Vol. 26 No. 1
控 制 与 决 策
Control and Decision
2011 年 1 月
Jan. 2011

文章编号: 1001-0920 (2011) 01-0106-05

混合时滞不确定中立系统鲁棒稳定的时滞分割方法

李 涛, 张合新, 孟 飞
(第二炮兵工程学院 自动化系，西安 710025)

摘 要: 研究了一类同时具有离散与分布时滞的不确定中立型系统的鲁棒稳定性问题. 基于时滞分割思想, 通过构造一类特殊的Lyapunov-Krasovskii 泛函, 并利用 Jensen 不等式, 建立了线性矩阵不等式形式的时滞相关鲁棒稳定性新判据. 该方法不涉及模型变换与自由权矩阵技术, 减少了理论与计算上的复杂性; 同时允许中立时滞项的系数矩阵存在时变不确定性, 增强了系统的鲁棒性能. 数值算例表明了所得结论的有效性和更低的保守性.

关键词: Lyapunov-Krasovskii 泛函；时滞分割；鲁棒稳定；线性矩阵不等式；Jensen 不等式
中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Delay-partitioning approach to robust stability of uncertain neutral system with mixed delays

LI Tao, *ZHANG He-xin*, *MENG Fei*
(Department of Automation，Second Artillery Engineering College，Xi’an 710025，China．Correspondent：LI Tao, E-mail：yingying4539893@sohu.com)

Abstract: This paper studies the robust stability of the uncertain neutral system with discrete and distributed delays. By constructing a special Lyapunov-Krasovskii functional based on delay-partitioning and using the Jensen inequality technology, a new delay-dependent robust stability criterion for the system is formulated in terms of linear matrix inequalities(LMIs). The proposed approach involves neither model transformation nor free-weighting matrix, so the complexity both in theory and in computation can be reduced. And time-varying uncertainty is allowed in the coefficients of the neutral delay term, which improves the robust performance of the neutral system. Numerical examples show the effectiveness and less conservatism of the results.

Key words: Lyapunov-Krasovskii functional；delay-partitioning；robust stability；linear matrix inequality；Jensen inequality

1 引 言

中立时滞系统 (即状态导数含有时滞的系统) 广泛存在于人口生态学、无损传输线内的分布网络、热交换器、刚性环境下的机器人等[1]领域. 尽管频域方法在控制系统分析和综合中很有效, 但不易处理包含时变不确定性的系统[2]. 因此, 这类时滞系统的稳定分析及镇定经常采用时域方法. 文献中常见两类稳定性条件: 时滞独立稳定条件和时滞依赖稳定条件. 因为时滞依赖条件利用了时滞大小信息, 时滞依赖条件一般比时滞独立条件具有更小的保守性, 所以近期时滞系统的结论多为时滞依赖.

时滞依赖稳定性分析技术的发展主要集中在有效减小稳定条件的保守性上. 人们普遍认同两种有效的技术: 交叉项界定和模型变换. 文献 [3-5] 主要利用不同的模型变换及交叉项界定技术, 对含离散时变或分布时滞的中立型系统进行了研究. 但交叉项界定和模型变换显然是保守性的主要来源. 因此, [6] 提出了不涉及模型变换和交叉项界定的自由权矩阵技术, 进一步减小了保守性. [7-8] 分别用描述模型变换结合积分不等式和自由权矩阵方法对同时含离散与分布时滞的中立系统进行了研究, 并得到了保守性较小的稳定性判据. 严格的论证表明, 利用现有方法 (如描述模型变换、自由权矩阵和积分不等式方法等) 得出的结果, 其解空间是相同的, 在减少保守性方面难有更大的进展[9]. 而 [10] 提出的离散化 Lyapunov 泛函方法所估计的时滞上界非常接近于实际值, 但其理论难度较大且不易应用于控制器综合. 最近, 受离散化

收稿日期: 2010-03-25；**修回日期:** 2010-08-08.
作者简介: 李涛(1982−), 男, 博士生, 从事时滞系统鲁棒稳定性与鲁棒镇定的研究；张合新(1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器制导与控制等研究.

Lyapunov 泛函方法的启发, [11-12] 提出了时滞分割方法. 该方法克服了离散化 Lyapunov 泛函方法的不足, 减小了共同 Lyapunov 泛函带来的保守性.

总结以上研究成果, 本文考虑含离散与分布时滞的不确定中立系统鲁棒稳定问题. 为了降低保守性, 引入时滞分割的思想, 并构造了新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函. 该方法未涉及模型变换或自由权矩阵, 同时中立时滞项系数矩阵允许存在时变不确定性.

2　问题描述

首先给出文中标记: 上标 T 表示矩阵转置; $\boldsymbol{R}^n$ 表示 n 维欧氏空间; $\boldsymbol{R}^{n\times m}$ 表示 $n\times m$ 维实矩阵集; I 表示适当维数的单位矩阵; $X>0$ 且 $X\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$ 表示矩阵 X 为对称正定矩阵; 对于任意矩阵 B 和两个对称矩阵 A 和 C, $\begin{bmatrix} A & B\\ * & C\end{bmatrix}$ 表示对称矩阵, $*$ 表示对称矩阵中的对称项.

考虑同时具有离散和分布时滞的不确定中立系统

$$\dot x(t)-C(t)\dot x(t-\tau)=$$
$$A_0(t)x(t)+A_1(t)x(t-h)+A_2(t)\int_{t-r}^{t}x(s)\mathrm{d}s, \quad (1)$$

满足初始条件

$$x(t)=\phi(t),\ t\in[-d_M,0].$$

其中: $x(t)\in\boldsymbol{R}^n$ 是系统状态; 时滞 $h>0$, $\tau>0$ 和 $r>0$ 均为给定标量; $\phi(t)$ 为 $[0,d_M]$ 上连续可微的初始向量函数; $d_M=\max\{\tau,h,r\}$; $A_0(t)$, $A_1(t)$, $A_2(t)$ 和 $C(t)$ 均为具有时变不确定性的矩阵函数, 即

$$A_i(t)=A_i+\Delta A_i(t),\ C(t)=C+\Delta C(t), \quad (2)$$

A_i 和 C 为适当维数的定常矩阵, $i=0,1,2$; $\Delta A_i(t)$ 和 $\Delta C(t)$ 为具有时变参数不确定性的未知矩阵, 可描述为

$$[\Delta A_i(t)\ \ \Delta C(t)]=DF(t)[E_i\ \ E_c], \quad (3)$$

D, E_i 和 E_c 为已知定常矩阵, $F(t)$ 是具有可测元的不确定矩阵, 且满足

$$F(t)^{\mathrm T}F(t)\leqslant I,\ \forall t. \quad (4)$$

当 $F(t)=0$ 时, 系统变为标称中立时滞系统.

引理 1[13]　对于任意定常矩阵 $M\in\boldsymbol{R}^{n\times n}$, $M>0$, 标量 $\gamma>0$, 有

$$\Big(\int_0^\gamma x(s)\mathrm{d}s\Big)^{\mathrm T}M\Big(\int_0^\gamma x(s)\mathrm{d}s\Big)\leqslant\gamma\int_0^\gamma x^{\mathrm T}(s)Mx(s)\mathrm{d}s,$$

其中向量函数 $x:[0,\gamma]\to\boldsymbol{R}^n$ 的相关积分项有定义.

引理 2[14]　给定具有适当维数的矩阵 $Q=Q^{\mathrm T}$ 以及 H 和 E, 则有 $Q+HF(t)E+E^{\mathrm T}F(t)^{\mathrm T}H^{\mathrm T}<0$, 对于任意满足 $F(t)^{\mathrm T}F(t)\leqslant I$ 的 $F(t)$ 成立的充要条件是存在 $\varepsilon>0$, 使得

$$Q+\varepsilon^{-1}HH^{\mathrm T}+\varepsilon E^{\mathrm T}E<0.$$

引理 3[15]　假设 A,L,E 和 F 为具有适当维数的实矩阵, 且 $F^{\mathrm T}(t)F(t)\leqslant I$, 则对于任意的对称正定矩阵 P 和正数 ε, 若 $P-\varepsilon LL^{\mathrm T}>0$, 则

$$(A+LFE)^{\mathrm T}P^{-1}(A+LFE)\leqslant$$
$$A^{\mathrm T}(P-\varepsilon LL^{\mathrm T})^{-1}A+\varepsilon^{-1}E^{\mathrm T}E.$$

3　主要结果

首先考虑系统 (1) 的标称系统

$$\dot x(t)-C\dot x(t-\tau)=$$
$$A_0x(t)+A_1x(t-h)+A_2\int_{t-r}^{t}x(s)\mathrm{d}s. \quad (5)$$

定理 1　给定时滞区间 $[0\ \ h]$ 的分割数目 N, 若存在适当维数的定常矩阵

$$P=\begin{bmatrix}P_{11}&P_{12}&P_{13}\\ *&P_{22}&P_{23}\\ *&*&P_{33}\end{bmatrix}>0;$$

$$Q_i>0,\ R_i>0,\ i=1,2,\cdots,N;$$

$$G_j>0,\ Z_j>0,\ j=1,2$$

使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\varPi=$$
$$\left[\begin{matrix}
\varPi_{11}&R_1&0&0&\cdots&0&\varPi_{1(N+1)}\\
*&\varPi_{22}&R_2&0&\cdots&0&0\\
&&\varPi_{33}&R_3&\ddots&\vdots&\vdots\\
&&*&\varPi_{44}&\cdots&0&0\\
&&*&*&\cdots&R_{N-1}&0\\
&&*&*&*&\varPi_{NN}&R_N\\
&&*&*&*&*&\varPi_{(N+1)(N+1)}\\
&&*&*&*&*&*\\
&&*&*&*&*&*\\
&&*&*&*&*&*\\
&&*&*&*&*&*
\end{matrix}\right.\rightarrow$$
$$\leftarrow\left.\begin{matrix}
\varPi_{1(N+2)}&\varPi_{1(N+3)}&\varPi_{1(N+4)}&-P_{13}\\
0&0&0&0\\
\vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\
0&0&0&0\\
0&0&0&0\\
0&0&0&0\\
A_1^{\mathrm T}P_{12}&\varPi_{(N+1)(N+3)}&\varPi_{(N+1)(N+4)}&0\\
-Z_1&\varPi_{(N+2)(N+3)}&P_{12}^{\mathrm T}A_2&-P_{23}\\
*&\varPi_{(N+3)(N+3)}&\varPi_{(N+3)(N+4)}&0\\
&&\varPi_{(N+4)(N+4)}&-P_{33}\\
&&*&-G_1
\end{matrix}\right]<0. \quad (6)$$

则标称系统 (5) 是渐近稳定的. 其中

$$\begin{aligned}
&\Pi_{11}=Q_1-R_1+G_1+Z_1+r^2G_2+P_{13}+P_{13}^{\mathrm T}+\\
&\qquad A_0^{\mathrm T}P_{11}+P_{11}A_0+A_0^{\mathrm T}\Theta A_0,\\
&\Pi_{22}=-Q_1-R_1+Q_2-R_2,\\
&\Pi_{33}=-Q_2-R_2+Q_3-R_3,\\
&\Pi_{44}=-Q_3-R_3+Q_4-R_4,\\
&\quad\vdots\\
&\Pi_{NN}=-Q_{N-1}-R_{N-1}+Q_N-R_N,\\
&\Pi_{(N+1)(N+1)}=-Q_N-R_N+A_1^{\mathrm T}\Theta A_1,\\
&\Pi_{1(N+1)}=P_{11}A_1+A_0^{\mathrm T}\Theta A_1,\\
&\Pi_{1(N+2)}=A_0^{\mathrm T}P_{12}+P_{23}^{\mathrm T},\\
&\Pi_{1(N+3)}=P_{11}C+P_{12}+A_0^{\mathrm T}\Theta C,\\
&\Pi_{1(N+4)}=A_0^{\mathrm T}P_{13}+P_{33}+P_{11}A_2+A_0^{\mathrm T}\Theta A_2,\\
&\Pi_{(N+1)(N+3)}=A_1^{\mathrm T}\Theta C,\\
&\Pi_{(N+1)(N+4)}=A_1^{\mathrm T}\Theta A_2+A_1^{\mathrm T}P_{13},\\
&\Pi_{(N+2)(N+3)}=P_{12}^{\mathrm T}C+P_{22},\\
&\Pi_{(N+3)(N+3)}=-Z_2+C^{\mathrm T}\Theta C,\\
&\Pi_{(N+3)(N+4)}=C^{\mathrm T}P_{13}+P_{23}+C^{\mathrm T}\Theta A_2,\\
&\Pi_{(N+4)(N+4)}=A_2^{\mathrm T}P_{13}+P_{13}^{\mathrm T}A_2+A_2^{\mathrm T}\Theta A_2-G_2,\\
&\Theta=Z_2+\Big(\frac hN\Big)^2\sum_{i=1}^N R_i.
\end{aligned}$$

证明 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函为

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)+V_4(t). \tag{7}$$

其中

$$\begin{aligned}
&V_1(t)=\zeta^{\mathrm T}P\zeta,\\
&\zeta^{\mathrm T}=\Big[x^{\mathrm T}(t)\ \ x^{\mathrm T}(t-\tau)\ \ \int_{t-r}^t x^{\mathrm T}(s)\mathrm ds\Big];\\
&V_2(t)=\sum_{i=1}^N\int_{t-ih/N}^{t-(i-1)h/N}x^{\mathrm T}(s)Q_ix(s)\mathrm ds+\\
&\qquad\sum_{i=1}^N\int_{-ih/N}^{-(i-1)h/N}\int_{t+\theta}^t\dot x^{\mathrm T}(s)\Big(\frac hNR_i\Big)\dot x(s)\mathrm ds\mathrm d\theta;\\
&V_3(t)=\int_{t-\tau}^t x^{\mathrm T}(s)Z_1x(s)\mathrm ds+\int_{t-\tau}^t\dot x^{\mathrm T}(s)Z_2\dot x(s)\mathrm ds;\\
&V_4(t)=\int_{t-r}^t x^{\mathrm T}(s)G_1x(s)\mathrm ds+\\
&\qquad r\int_{t-r}^t(r-t+s)x^{\mathrm T}(s)G_2x(s)\mathrm ds;
\end{aligned}$$

P, Q_i, R_i, G_j 和 Z_j 如定理 1 所定义.

取 Lyapunov 泛函 $V(t)$ 对时间求导, 有

$$\begin{aligned}
&\dot V_1(t)=\dot\zeta^{\mathrm T}P\zeta+\zeta^{\mathrm T}P\dot\zeta,\\
&\dot V_2(t)=\sum_{i=1}^N\Big(x^{\mathrm T}\Big(t-(i-1)\frac hN\Big)Q_ix\Big(t-(i-1)\frac hN\Big)-\\
&\qquad x^{\mathrm T}\Big(t-i\frac hN\Big)Q_ix\Big(t-i\frac hN\Big)\Big)+\\
&\qquad\sum_{i=1}^N\Big(\frac hN\Big)^2\dot x^{\mathrm T}(t)R_i\dot x(t)-\\
&\qquad\sum_{i=1}^N\int_{t-ih/N}^{t-(i-1)h/N}\dot x^{\mathrm T}(s)\Big(\frac hNR_i\Big)\dot x(s)\mathrm ds,\\
&\dot V_3(t)=x(t)^{\mathrm T}Z_1x(t)-x(t-\tau)^{\mathrm T}Z_1x(t-\tau)+\\
&\qquad\dot x(t)^{\mathrm T}Z_2\dot x(t)-\dot x(t-\tau)^{\mathrm T}Z_2\dot x(t-\tau),\\
&\dot V_4(t)=x(t)^{\mathrm T}G_1x(t)-x(t-r)^{\mathrm T}G_1x(t-r)+\\
&\qquad r^2x^{\mathrm T}(t)G_2x(t)-r\int_{t-r}^t x^{\mathrm T}(s)G_2x(s)\mathrm ds.
\end{aligned}$$

由引理 1 可得

$$\begin{aligned}
&-h\int_{t-h}^t\dot x^{\mathrm T}(s)Q_2\dot x(s)\mathrm ds\leqslant\\
&-\Big(\int_{t-h}^t\dot x(s)\mathrm ds\Big)^{\mathrm T}Q_2\Big(\int_{t-h}^t\dot x(s)\mathrm ds\Big),
\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}
&-r\int_{t-r}^t x^{\mathrm T}(s)G_2x(s)\mathrm ds\leqslant\\
&-\Big(\int_{t-r}^t x(s)\mathrm ds\Big)^{\mathrm T}G_2\Big(\int_{t-r}^t x(s)\mathrm ds\Big),
\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}
&-\frac hN\int_{t-ih/N}^{t-(i-1)h/N}\dot x^{\mathrm T}(s)R_i\dot x(s)\mathrm ds\leqslant\\
&-\Big(\int_{t-ih/N}^{t-(i-1)h/N}\dot x(s)\mathrm ds\Big)^{\mathrm T}R_i\Big(\int_{t-ih/N}^{t-(i-1)h/N}\dot x(s)\mathrm ds\Big).
\end{aligned}\tag{10}$$

将式 (5), (8)∼(10) 代入 $\dot V(t)$ 可得

$$\dot V(t)\leqslant\eta^{\mathrm T}(t)\Pi\,\eta(t),$$

其中

$$\begin{aligned}
\eta^{\mathrm T}(t)=\Big[&x^{\mathrm T}(t)\ \ x^{\mathrm T}\Big(t-\frac hN\Big)\ \ x^{\mathrm T}\Big(t-\frac{2h}N\Big)\ \ \cdots\\
&x^{\mathrm T}\Big(t-\frac{(N-1)h}N\Big)\ \ x^{\mathrm T}(t-h)\ \ x^{\mathrm T}(t-\tau)\\
&\dot x^{\mathrm T}(t-\tau)\ \ \Big(\int_{t-r}^t x(s)\mathrm ds\Big)^{\mathrm T}\ \ x^{\mathrm T}(t-r)\Big].
\end{aligned}$$

因此当 $\Pi<0$ 时, 标称系统 (5) 渐近稳定. □

注 1 对应于不同的子区间 $[(i-1)h/N\ \ ih/N]$, $i=1,2,\cdots,N$, 选取不同权重的适当泛函能进一步降低充分条件的保守性.

注 2 分割数目 N 可取任意满足 $N\geqslant 2$ 的正整数. 一般情况下, 当 N 取 2 或 3 等很小的值时, 能获得保守性较小的结果. 随着 N 取值的增大, 保守性将逐渐降低, 最终稳定在某一时滞上界附近.

注 3 文献 [12] 中算子 $Dx_t=x(t)-Cx(t-\tau)$ 的定义使得当中立时, 滞项系数矩阵 C 存在不确定性, Lyapunov-Krasovskii 泛函无法求导, 因而不能处理此情况. 本文以增广矩阵项 $\zeta^{\mathrm T}P\zeta$ 代替算子 D, 在充分保证系统稳定的基础上, 增强了处理不确定性的能力. 进而将改进的方法应用于同时含离散和分布时滞的中立系统, 得出比现有文献 [7-8] 更小保守性的结果.

下面考虑不确定系统 (1) 的鲁棒稳定性问题.

定理 2　若存在适当维数的定常矩阵 P, Q_i, R_i, G_j, Z_j (如定理 1 中所定义)以及标量 $\varepsilon_1 > 0$ 和 $\varepsilon_2 > 0$, 使得线性矩阵不等式

$$\psi = \begin{bmatrix} \Pi_\psi & MD & U^{\mathrm{T}}\Theta & 0 \\ * & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\ * & * & -\Theta & \Theta D \\ * & * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \Theta & \Theta D \\ * & \varepsilon_2 I \end{bmatrix} > 0 \quad (12)$$

成立, 则不确定系统 (1) 是渐近稳定的. 其中

$$\Pi_\psi = \begin{bmatrix} \Pi_{11}^\psi & \Pi_{12}^\psi & \cdots & \Pi_{1(N+5)}^\psi \\ * & \Pi_{22}^\psi & \cdots & \Pi_{2(N+5)}^\psi \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \Pi_{(N+5)(N+5)}^\psi \end{bmatrix},$$

$$M = [P_{11}\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ 0\ \ P_{12}\ \ 0\ \ P_{13}\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$U = [A_0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ A_1\ \ 0\ \ C\ \ A_2\ \ 0].$$

注 4　Π_ψ 为将定理 1 中矩阵 Π 的含 Θ 项 $A_i^{\mathrm{T}}\Theta A_j$, $A_i^{\mathrm{T}}\Theta C$, $C^{\mathrm{T}}\Theta C$ 和 $C^{\mathrm{T}}\Theta A_i$ 分别替换为 $(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_i^{\mathrm{T}}E_j$, $(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_i^{\mathrm{T}}E_c$, $(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_c^{\mathrm{T}}E_c$ 和 $(\varepsilon_1+\varepsilon_2)E_c^{\mathrm{T}}E_i$ 所得到的矩阵; M 和 U 均具有适当维数.

证明　为了研究不确定中立系统 (1) 的鲁棒稳定性准则, 分别以 $A_i+\Delta A_i, C+\Delta C$ 代替式 (6) 中的 A_i 和 C, 则式 (6) 等价于不等式

$$\Pi_0 + MDF(t)E + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)D^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + S^{\mathrm{T}}\Theta S < 0. \quad (13)$$

其中

$$\Pi_0 = \begin{bmatrix} \Pi_{11}^0 & \Pi_{12}^0 & \cdots & \Pi_{1(N+5)}^0 \\ * & \Pi_{22}^0 & \cdots & \Pi_{2(N+5)}^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \Pi_{(N+5)(N+5)}^0 \end{bmatrix},$$

$$E = [E_0\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ E_1\ \ 0\ \ E_c\ \ E_2\ \ 0],$$

$$S = [A_0(t)\ \ 0\ \ \cdots\ \ 0\ \ A_1(t)\ \ 0\ \ C(t)\ \ A_2(t)\ \ 0].$$

这里: Π_0 为将定理 1 中矩阵 Π 去掉含 Θ 项 $A_i^{\mathrm{T}}\Theta A_j$, $A_i^{\mathrm{T}}\Theta C$, $C^{\mathrm{T}}\Theta C$ 和 $C^{\mathrm{T}}\Theta A_i$ 所得到的矩阵; E 和 S 均具有适当维数.

由引理 2 和引理 3 可知, 若存在正数 ε_1, ε_2 满足引理条件, 则由不等式 (13) 得

$$\Pi_0 + \varepsilon_1^{-1}MDD^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + U^{\mathrm{T}}[\Theta^{-1} - \varepsilon_2^{-1}DD^{\mathrm{T}}]^{-1}U + (\varepsilon_1+\varepsilon_2)E^{\mathrm{T}}E < 0, \quad (14)$$

即

$$\Pi_\psi + \varepsilon_1^{-1}MDD^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}} + U^{\mathrm{T}}[\Theta^{-1} - \varepsilon_2^{-1}DD^{\mathrm{T}}]^{-1}U < 0. \quad (15)$$

应用 Schur 补, 并将所得矩阵两边分别左乘和右乘相同维数的对角阵 $\mathrm{diag}\{I\ \ \cdots\ \ I\ \ I\ \ \Theta\ \ I\}$ 可得 $\psi < 0$, 又由引理 3 需满足的条件可得

$$\Theta^{-1} - \varepsilon_2^{-1}DD^{\mathrm{T}} > 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} \Theta & \Theta D \\ * & \varepsilon_2 I \end{bmatrix} > 0. \qquad \square$$

4　数值例子

考虑同时含离散和分布时滞的不确定中立系统 (1), 引用文献 [8] 数值例子中的参数值, 有

$$A_0 = \begin{bmatrix} -0.9 & 0.2 \\ 0.1 & -0.9 \end{bmatrix},\ A_1 = \begin{bmatrix} -1.1 & -0.2 \\ -0.1 & -1.1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.12 & -0.12 \\ -0.12 & 0.12 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0.2 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$D = I,\ E_i = E_c = 0.1I.$$

1) 当 $h = 0.1$ 时, 保证系统鲁棒稳定的分布时滞上界 $r_{\max}$ 列于表 1.

表 1　$h = 0.1$ 时, 分布时滞上界 $r_{\max}$ 的值

方法	文献 [5]	文献 [7]	文献 [8]	定理 2	
				$N=2$	$N=3$
$r_{\max}$	6.2	6.4	6.6	6.741 3	6.798 2
方法	定理 2				
	$N=4$	$N=5$	$N=6$	$N=8$	$N=9$
$r_{\max}$	6.815 3	6.839 6	6.847 9	6.849 8	6.850 3

2) 当 $r = 0.1$ 时, 保证系统鲁棒稳定的离散时滞上界 $h_{\max}$ 列于表 2.

表 2　$r = 0.1$ 时, 离散时滞上界 $h_{\max}$ 的值

方法	文献 [5]	文献 [7]	文献 [8]	定理 2	
				$N=2$	$N=3$
$h_{\max}$	1.1	1.2	1.3	1.4632	1.5217
方法	定理 2				
	$N=4$	$N=5$	$N=6$	$N=8$	$N=9$
$h_{\max}$	1.5649	1.5831	1.5934	1.6011	1.6027

从大量的计算数据看, 当 N 取 2 和 3 等很小的值时, 已获得较低保守性的结果. 随着 N 的继续增大, 保守性逐渐减小, 并最终稳定在某一时滞上界附近. 例如当离散时滞 $h = 0.1$ 时 (见表 1), 分布时滞上界 $r_{\max}$ 稳定于 6.85 附近; 当分布时滞 $r = 0.1$ 时 (见表 2), 离散时滞上界 $h_{\max}$ 稳定于 1.6 附近.

5　结　论

本文基于时滞分割的思想, 利用新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函和不等式技巧, 获得了含离散与分布时滞的不确定中立系统鲁棒稳定的充分条件. 从数值例子的计算看, 随着 N 取值的增大, 时滞值将稳定在

某一上界附近, 该上界值与另一时滞的取值和矩阵参数相关.

参考文献(References)

[1] Niculescu S I. Delay effects on stability: A robust control approach[M]. Berlin: Springer, 2001.

[2] Chen J. On computing the maximal delay intervals for stability of linear delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(6): 1087-1093.

[3] Han Q L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type[J]. Automatica, 2002, 38(4): 719-723.

[4] Han Q L. On robust stability of neutral systems with time-varying discrete delay and norm-bounded uncertainty[J]. Automatica, 2004, 40(6): 1087-1092.

[5] Han Q L. A descriptor system approach to robust stability of uncertain neutral systems with discrete and distributed delays[J]. Automatica, 2004, 40(10): 1791-1796.

[6] He Y, Wu M, She J H, et al. Delay-dependent robust stability criteria for uncertain neutral systems with mixed delays[J]. Systems and Control Letters, 2004, 51(1): 57-65.

[7] Chen W H, Zheng W X. Delay-dependent robust stabilization for uncertain neutral systems with distributed delays[J]. Automatica, 2007, 43(1): 95-104.

[8] Li X G, Zhu X J. Stability analysis of neutral systems with distributed delays[J]. Automatica, 2008, 44(8): 2197-2201.

[9] Xu S Y, Lam J. On equivalence and efficiency of certain stability criteria for time-delay systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(1): 95-101.

[10] Gu K. A generalized discretization scheme of Lyapunov functional in the stability problem of linear uncertain time-delay systems[J]. Int J on Robust and Nonlinear Control, 1999, 9(1): 1-14.

[11] Du B Z, Lam J, Shu Z. A delay-partitioning projection approach to stability analysis of neutral systems[C]. Proc of 17th IFAC World Congress. Seoul, 2008: 12348-12353.

[12] Han Q L. Improved stability criteria and controller design for linear neutral systems[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1948-1952.

[13] Gu K. An integral inequality in the stability problem of time-delay systems[C]. Proc of 39th IEEE Conf on Decision Control. Sydney, 2000: 2805-2810.

[14] Petersen I R, Hollot C V. A riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems[J]. Automatica, 1986, 22(4): 397-412.

[15] Wang Y Y, Xie L, Souza de E. Robust control of uncertain nonlinear systems[J]. Systems and Control Letters, 1992, 19(2): 139-149.

(上接第105页)

[3] 谭树彬, 钟云峰, 刘建昌. 轧机辊缝控制建模及仿真[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(6): 1425-1428.
(Tan S B, Zhong Y F, Liu J C. Modeling and simulation of rolling gap control in strip mills[J]. J of System Simulation, 2006, 18(6): 1425-1428.)

[4] 喻飞鹏. 浅谈轧机液压压下装置[J]. 有色设备, 1998, 1: 37-42.
(Yu F P. Unit of hydraulic screw-down for rolling mill[J]. Colored Equipment, 1998, 1: 37-42.)

[5] 赵琳琳, 方一鸣, 仲伟峰, 等. 冷轧机厚控系统自适应鲁棒输出反馈动态控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(4): 787-790.
(Zhao L L, Fang Y M, Zhong W F, et al. Design of adaptive robust output feedback dynamic controller for thickness control in a cold strip rolling mill[J]. Control Theory and Applications, 2008, 25(4): 787-790.)

[6] 方一鸣, 焦晓红, 王益群. 极点配置自校正控制及其在冷轧机厚控系统中的应用[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(2): 240-243.
(Fang Y M, Jiao X H, Wang Y Q. Pole assignment self-tuning control and its application in Ggauge control system for cold-Strip mill[J]. Control Theory and Applications, 2000, 17(2): 240-243.)

[7] 方一鸣, 焦晓红, 赵现朝, 等. 自校正PID控制在冷轧带钢厚控系统中的应用[J]. 冶金自动化, 1998, 22(4): 30-33.
(Fang Y M, Jiao X H, Zhao X C, et al. Application of self-tuning PID control in AGC system for cold-strip mil[J]. Metallurgical Industry Automation, 1998, 22(4): 30-33.)

[8] 贾英民. 鲁棒H_∞控制[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
(Jia Y M. Robust H_∞ control[M]. Beijing: Science Publishing House, 2007.)

[9] 陈明, 童朝南. 不确定系统鲁棒容错H_∞控制的LMI设计方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(4): 526-531.
(Chen M, Tong C N. LMI approach to robust fault-tolerant H_∞ control for uncertain systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(4): 526-531.)

[10] Yang G H, Wang J L, Soh Y C. Reliable H_∞ design for linear system[J]. Automatica, 2001, 37(5): 717-725.