

文章编号: 1001-0920(2011)07-1041-05

批量到达及不完美信息条件下损失系统的准入控制

叶涛锋^{1,2}, 达庆利¹

(1. 东南大学 经济管理学院, 南京 211189; 2. 江苏科技大学 经济管理学院, 江苏 镇江 212003)

摘要: 研究面向 2 个任务类的损失系统中的动态准入控制策略. 任务有不同的服务时间要求和不同的报酬, 对于到达的任务, 服务提供者无法直接判断每个任务属于哪一类, 但能观测到每个任务所带的信号. 证明了值函数的次模性和凹性, 且存在一个唯一的用于对任务进行归类的信号阈值, 建立了一个 4 层的准入控制策略. 当任务信号的信息量较少时, 在一定的条件下所建立的准入策略仍然有效. 最后, 将所建立的 4 层准入控制策略应用于不完美信息条件下的库存配给问题, 应用结果表明该控制策略是可行而有效的.

关键词: 准入控制; 损失系统; 批量到达; 不完美信息; 库存配给

中图分类号: N945.12

文献标识码: A

Admission control with batch arrivals and imperfect information in loss systems

YE Tao-feng^{1,2}, DA Qing-li¹

(1. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 211189, China; 2. School of Economics and Management, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China. Correspondent: YE Tao-feng, E-mail: yetf@seu.edu.cn)

Abstract: This paper considers the dynamic admission control policy in a two-class loss system. Each class of jobs requires different service rates and offer different rewards. The service provider cannot directly determine the identities but can observe the signals of the jobs in a batch. The submodularity and concavity properties of the value function are proved. There is a signal threshold such that the jobs with signals larger than or equal to it are classified as class 1, and those with signals smaller than it are classified as class 2. Consequently, a four-layer admission control policy is established. When the signals are less informative, the main results are also available under some certain conditions. Finally, the resulting admission control policy is applied to an inventory rationing problem with imperfect information, and the feasibility and effectiveness of such a policy is identified.

Key words: admission control; loss systems; batch arrival; imperfect information; inventory rationing

1 引言

本文研究面向两个任务类的损失系统的动态准入控制策略. 系统中包含 c 台相同的服务器, 不存在等待空间, 任何不能被接受的任务都被看作系统的损失, 每个到达的任务批包含来自于两个不同类随机数量的任务. 系统难以直接判断每个任务的身份(即所属的任务类), 但能观测到每个任务发出的信号, 即系统处于不完美信息条件下.

对于损失系统中的准入控制策略, 已有许多文献对其进行了研究. 文献[1]研究的是一个包含 c 台

等同服务器, 不存在等待空间, 且面向多个任务类的系统. 在其模型中, 所有任务有相同速率的指数服务需求, 但不同的任务类会产生不同的报酬. 该研究表明, 能产生最高报酬的任务类会受到系统偏好, 且对所有其他任务类均存在最优的阈值. 一个得到系统偏好的任务类, 是指每当系统中存在可用服务器时, 来自该类任务的服务需求总是被系统接受. 该定义在相关研究^[2-8]中被经常引用. [2-3,9-11]研究了任务单件到达时损失系统的准入控制策略, [5-6]研究了任务成批到达时损失系统的准入控制策略. 上述这些文献中

收稿日期: 2010-03-26; 修回日期: 2010-06-13.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(70801033); 国家自然科学基金项目(70772059); 教育部人文社会科学青年基金项目(08JC630031).

作者简介: 叶涛锋(1978—), 男, 讲师, 博士生, 从事生产与库存控制的研究; 达庆利(1945—), 男, 教授, 博士生导师, 从事生产运作及供应链管理的研究.

一个共同的假设是系统能准确地辨认每一个到达任务的身份. 例如, 对于一个两任务类系统, 每个到达的任务属于类 $i(i=1, 2)$ 的概率为 1 或 0. 当这一概率属于 $(0, 1)$, 即系统处于不完美信息条件下时, 现有文献中还没有对该情形下损失系统的准入控制策略进行研究. 本文的目的在于填补这一空缺. 需要说明的是, [12-14] 研究了不完整信息条件下的准入控制策略, 这些研究与本文讨论的问题存在根本差异.

2 模型描述

系统包含 c 台等同且并列的服务器, 没有等待空间, 即没有被系统准入的任务流失. 为简化表示, 文中不考虑任务流失造成的惩罚成本, 但可用类似于文献 [8] 中的方法将该类成本引入本文的模型. 因此, 上述假设不失一般性. 任务的到达是速率为 λ 的泊松过程. 每个到达的任务批包含一个或全部类型的随机数量的任务. 在某种程度上, 仅包含一类任务的单类任务批可看作包含两类任务的混合任务批的特例, 本文的分析仅针对混合任务批的情形. 用 b 表示一个到达的任务批, 即该任务批包含来自 2 个不同类的 b 个任务. 每当系统准入一个类 i 任务时, 系统会在准入时得到一个报酬 $r_i > 0$, 并在速率为 μ_i 的指数服务时间后完成对该任务的服务. 不失一般性, 假设有 $\mu_1 \leq \mu_2$.

与现有文献不同的是, 这里假设系统关于任务类型的信息是不完美的. 换言之, 系统不能直接区分每个任务所属的类型, 但能得到每个任务属于不同类型概率的部分信息. 这样一种概率可看作是任务的信号 [15]. 对于一个到达的信号为 s 的任务, 其属于类 1 的概率为 $p_1(s)$, 属于类 2 的概率为 $p_2(s) = 1 - p_1(s)$. 任务批 b 中类 i 任务的期望数目为 $\sum_{j=1}^b p_i(s_j)$. 同时, 信号为 s 的任务产生的期望报酬可表示为 $p_1(s) \cdot r_1 + p_2(s) \cdot r_2$. 系统在准入任务前必须决定分别有多少任务被归为类 1 和类 2.

本文的目标是研究能够最大化无穷时间区间上系统总期望折扣报酬的动态准入策略. 在任务批量到达的情形下, 系统可以选择整批准入或部分准入. 文献 [5-6] 表明, 在一般情形下采用整批准入的系统最优策略不具有所期望的单调性质, [16] 证明只有在单台服务器和不变批量的假设下最优策略才有特定的单调性质. 据此, 类似于 [5-6], 本文仅针对采用部分准入策略的系统展开研究.

用 $x = (x_1, x_2)$ 表示系统状态, 其中 x_i 是系统中类 i 任务的数目. 此外, 用 $(x; b)$ 表示每个到达时刻的瞬间状态, 即包含 b 个任务的批量到达时发现系统中已经有 x_i 个类 i 任务. 系统的状态空间表示为 $S = \{x : x_1 + x_2 \leq c\}$. 行动空间用 $A(x; b)$ 定义, 表示一个任

务批 b 到达时系统从状态 x 能够到达的状态, 因此有 $A(x; b) = \{y \in S : x_i \leq y_i \leq x_i + b_i\}$, 其中 $y = (y_1, y_2)$ 表示批量 b 到达时系统从状态 x 转移至的最优状态. 对于任意 $(x; b)$, 如果 $x_1 + x_2 = c$, 则有 $A(x; b) = \{x\}$.

根据上述泊松到达和指数分布服务时间的假设, 可将系统表示成一个连续时间 Markov 决策过程. 另外, 由 $\mu_1 \leq \mu_2$ 的假设, 根据文献 [17] 中的相关理论和方法, 可建立一个等价的离散时间 Markov 决策过程, 即两次状态转移之间的时间是速率为 $\lambda + c\mu_2 + \beta$ 的指数分布. 不失一般性, 假设 $\lambda + c\mu_2 + \beta = 1$, 则在每一个状态转移时刻, 可能是概率为 λ 的任务到达, 概率为 $x_i\mu_i$ 的服务完成; 概率为 $(c\mu_2 - x_1\mu_1 - x_2\mu_2)$ 的虚拟服务完成, 或概率为 β 的转移至终结状态. 准入控制决策在每个到达时刻进行.

令 $u_n(x)$ 和 $v_n(x; b)$ 分别表示起始于状态 x 和 $(x; b)$ 的系统的 n 阶段最大期望 β -折扣净利润, 则优化方程可表示如下:

$$v_n(x; b) = \max \left\{ \sum_{i=1}^2 \sum_{z=1}^{y_1+y_2-x_1-x_2} p_i(s_z) r_i + u_n(y) : y \in A(x; b) \right\}, \quad (1)$$

$$u_{n+1}(x) = \lambda v_n(x; b) + x_1\mu_1 u_n(x - e_1) + x_2\mu_2 u_n(x - e_2) + (c\mu_2 - x_1\mu_1 - x_2\mu_2) u_n(x). \quad (2)$$

其中: e_i 是第 i 维上的单位向量, $u_n(-1, x_2) = u_n(0, x_2)$, $u_n(x_1, -1) = u_n(x_1, 0)$, 且初始函数 $u_0(x)$ 定义为 0.

3 值函数的性质

下面先证明值函数 $u_n(x)$ 分别是 x_1 和 x_2 的次模 (submodular) 函数, 以及在特定条件下 $u_n(x)$ 对 x_1 和 x_2 具有单调性质. 根据 $u_n(x)$ 的单调性和次模性, 可以得到完美信息条件下准入控制策略的一些基本性质, 为提出不完美信息条件下的最优准入策略奠定基础. 另外, 为方便表示, 引入下述定义于状态空间 S 上的值函数 $u_n(x)$ 的算子:

$$\Delta_i u_n(x) = u_n(x + e_i) - u_n(x),$$

$$\Delta_{12} u_n(x) = -\Delta_{21} u_n(x) = u_n(x + e_1) - u_n(x + e_2),$$

$$\Delta_i \Delta_i u_n(x) = \Delta_i u_n(x + e_i) - \Delta_i u_n(x).$$

引理 1 对于所有的 $x + e_1 + e_2 \in S$ 以及所有的 $n \geq 1$, 有

$$\Delta_1 u_n(x) \geq \Delta_1 u_n(x + e_2),$$

$$\Delta_2 u_n(x) \geq \Delta_2 u_n(x + e_1).$$

引理 1 的证明与文献 [6] 中引理 3 的证明类似, 此略.

引理 1 表明, 系统接收一个额外的类 1 任务产生的边际报酬随系统中已有的类 2 任务数非增, 反之亦然. 该结论意味着当系统中类 $k(k=1, 2)$ 任务的数目足够大时, 系统会拒绝较多新到达的类 $i(i \neq k)$ 任务. 由引理 1 可得下述结论:

定理 1 假设一个批量 b 到达时, 系统处于状态 $x = (x_1, x_2) \in S$, 并假设系统能根据某些措施分辨出各类任务的数目. 用 $y = (y_1, y_2) \in S$ 表示系统从 x 转移至的最优状态, 则存在如下 2 个阈值:

$$t_1 = \max\{x_1 | \Delta_2 u_n(x) \geq -r_2\},$$

$$t_2 = \max\{x_2 | \Delta_1 u_n(x) \geq -r_1\},$$

使得: 如果 $x_2 < t_2$, 则准入尽可能多的类 1 任务, 直至系统中类 1 任务数为 y_1 对于系统是最优的; 如果 $x_1 < t_1$, 则准入尽可能多的类 2 任务, 直至系统中类 2 任务数为 y_2 对于系统是最优的. 此外, t_1 和 t_2 分别是 x_1 和 x_2 的非增函数.

证明 系统准入一个类 1 任务的必要条件是

$$u_n(x + e_1) + r_1 \geq u_n(x),$$

即 $\Delta_1 u_n(x) \geq -r_1$. 由引理 1 可知, $\Delta_1 u_n(x)$ 是 x_2 的非增函数. 设存在一个 x_2 使得

$$\Delta_1 u_n(x) \geq -r_1,$$

且 $\Delta_1 u_n(x + e_2) < -r_1$, 则有

$$\Delta_1 u_n(x - ke_2) \geq -r_1,$$

$$\Delta_1 u_n(x + (k+1)e_2) < -r_1, k \geq 1.$$

这样的 x_2 可表示成

$$t_2 = \max\{x_2 | \Delta_1 u_n(x) \geq -r_1\}.$$

因此, 只要 $x_2 < t_2$, 系统便会准入尽可能多的类 1 任务. 类似地可以得到 t_1 . t_1 和 t_2 关于 x_1 和 x_2 的单调性由 $u_n(x)$ 的次模性可得. \square

定理 1 的成立基于一个重要的假设, 即系统能够准确辨别各任务的身份, 这在不完美信息条件下很难做到. 对于这一问题将在下节讨论. 定理 1 中存在的另一问题是 y 的确定. 正如文献 [6] 中所述, 只有当值函数的次模性和凹性同时建立时, 才能得到批量到达系统中的准入策略.

下面讨论值函数的单调性质, 该性质只在非常严格的条件下成立.

引理 2 定义 $y = (y_1, y_2) \in S, y' = (y'_1, y'_2) \in S$ 以及 $y'' = (y''_1, y''_2) \in S$ 分别为系统从 $x, x+2e_1, x+2e_2$ 到达的最优状态. 当且仅当 $y'_1 > y_1$ 且 $y'_2 = y_2, \Delta_1 \Delta_1 \leq 0$; 当且仅当 $y''_1 = y_1$ 且 $y''_2 > y_2, \Delta_2 \Delta_2 \leq 0$.

证明 这里仅证明 $u_n(x)$ 关于 x_1 的凹性, 关于 x_2 的结论可由相同的方式得到. $u_n(x)$ 关于 x_1 的凹性可写成

$$2u_n(x + e_1) - u_n(x) - u_n(x + 2e_1) \geq 0.$$

初始值函数 $u_0(x)$ 显然满足这一不等式. 现假设该不等式对任意的 $n \geq 1$ 均成立, 如该不等式对 $n+1$ 仍然成立, 则引理 2 中的结论得证. 首先有

$$\begin{aligned} & 2u_{n+1}(x + e_1) - u_{n+1}(x) - u_{n+1}(x + 2e_1) = \\ & \lambda[2v_n(x + e_1; b) - v_n(x; b) - v_n(x + 2e_1; b)] + \\ & x_1 \mu_1 [2u_n(x) - u_n(x - e_1) - u_n(x + e_1)] + \\ & x_2 \mu_2 [2u_n(x + e_1 - e_2) - u_n(x - e_2) - \\ & u_n(x + 2e_1 - e_2)] + \mu_1 [2u_n(x) - \\ & 2u_n(x + e_1) - 2u_n(x + 2e_1)] + \\ & (c\mu_2 - x_1 \mu_1 - x_2 \mu_2) [2u_n(x + e_1) - \\ & u_n(x) - u_n(x + 2e_1)]. \end{aligned}$$

由归纳前提以及值函数在边界状态的取值可知, 上式中第 2 项和第 3 项均非负; 由归纳前提和不等式 $c\mu_2 - (x_1 + 2)\mu_1 - x_2 \mu_2 \geq 0$ 可知, 最后 2 项之和也非负. 因此, 此处只需证明

$$\Delta' = 2v_n(x + e_1; b) - v_n(x; b) - v_n(x + 2e_1; b)$$

对 n 非负即可. 首先定义 A'_0, A'_1 和 A'_2 分别为从 x, x 和 $x + 2e_1$ (同时) 以及 $x + 2e_1$ 能够到达的状态集合. 不难看出, 这里需要分析 4 种不同的情形, 但当 $y \in A'_0$ 且 $y' \in A'_1$ 或 $y \in A'_1$ 时, 均有 $\Delta' = 0$. 当 $y \in A'_0$ 且 $y' \in A'_2$, 则从状态 $x + e_1$ 出发不能到达 y 或 y' , 但能到达 $(y_1 + 1, y_2)$ 或 $(y'_1 - 1, y'_2)$, 因此有

$$\begin{aligned} \Delta' & \geq u_n(y_1 + 1, y_2) - u_n(y_1, y_2) - \\ & u_n(y'_1, y'_2) + u_n(y'_1 - 1, y'_2) = \\ & \Delta_1 u_n(y_1, y_2) - \Delta_1 u_n(y'_1 - 1, y'_2). \end{aligned}$$

显然, 当且仅当 $y'_1 - 1 > y_1$ 且 $y'_2 = y_2$ 时才有 $\Delta' \geq 0$. \square

综合定理 1 和引理 2 可得如下定理:

定理 2 假设批量 b 到达时系统处于状态 x , 且系统能识别每个任务的身份, 则对于系统, 有:

1) 如 $r_2(\mu_2 + \beta)/(\lambda + \mu_2 + \beta) \leq r_1(\mu_1 + \beta)/(\lambda + \mu_1 + \beta), x_2 < t_2$, 且 $x_1 < t'_1 = \max\{x_1 | \Delta_1 u_n(x) \geq -r_1\}$, 则准入类 1 任务直至系统中该类任务数为

$$y_1 = \min\{x_1 + b_1, t'_1\};$$

2) 如 $r_1 < r_2, x_1 < t_1$, 且

$$x_2 < t'_2 = \max\{x_2 | \Delta_2 u_n(x) \geq -r_2\},$$

则准入类 2 任务直至系统中该类任务数为

$$y_2 = \min\{x_2 + b_2, t'_2\};$$

3) t'_1 和 t'_2 分别是 x_1 和 x_2 的非增函数.

证明 1) 和 2) 中的第 1 个条件用以判断系统偏好的任务类. 不等式 $r_2(\mu_2 + \beta)/(\lambda + \mu_2 + \beta) \leq r_1(\mu_1 + \beta)/(\lambda + \mu_1 + \beta)$ 和 $r_1 < r_2$ 分别意味着 $\Delta_{12} u_n(x) \geq$

$r_2 - r_1$ 和 $\Delta_{21}u_n(x) \geq r_1 - r_2$. 对于这 2 个不等式的详细推导, 可参见文献 [6]. 1) 和 2) 中的第 2 个条件源于定理 1. 1) 和 2) 中的第 3 个条件则是由于值函数 $u_n(x)$ 对 x 的凹性. 假设存在一个 x_1 使得 $\Delta_1 u_n(x) \geq -r_1$ 且 $\Delta_1 u_n(x + e_1) < -r_1$, 根据 $\Delta_1 u_n(x)$ 关于 x_1 的非增性质, 进一步有 $\Delta_1 u_n(x - ke_1) \geq -r_1$ 及 $\Delta_1 u_n(x + (k+1)e_1) < -r_1, k \geq 1$. 这样的 x_1 可表示成 $t'_1 = \max\{x_1 | \Delta_1 u_n(x) \geq -r_1\}$. 类似地可以得到 t'_2 . 同时考虑首尾 2 个条件, 可得到准入决策后系统中类 i 任务的最终数目, 即 $\min\{x_i + b_i, t'_i\}$. t'_1 和 t'_2 对于 x_1 和 x_2 的非增性质是由于值函数 $u_n(x)$ 的凹性. \square

4 不完美信息条件下的最优策略

4.1 主要结论

上节在推导值函数 $u_n(x)$ 的相关性质时, 假设系统能准确辨别每个到达任务的身份. 下面放松这一假设条件, 以分析不完美信息条件下系统的最优准入策略.

引理 3 系统的最优策略可用一个唯一的阈值 $\tilde{t} \in [0, 1]$ 完整定义, 到达的任务中信号大于等于 \tilde{t} 的归为类 1, 小于 \tilde{t} 的则归为类 2. 此外, 有:

1) 如 $r_2(\mu_2 + \beta)/(\lambda + \mu_2 + \beta) \leq r_1(\mu_1 + \beta)/(\lambda + \mu_1 + \beta)$, 则系统优先准入信号大于等于 \tilde{t} 并被归为类 1 的任务;

2) 如 $r_1 < r_2$, 则系统优先准入信号小于 \tilde{t} 并被归为类 1 的任务.

证明 假设 2 个任务有不同的信号 s_1 和 s_2 , 且 s_1 大于 s_2 , 即 $p_1(s_1) > p_1(s_2)$. 用 $w_n(x; s_j)$ 表示系统处于状态 x 时接受一个信号为 s_j 的任务而得到的 n 阶段总期望折扣报酬, $w_n(x; s_j) = p_1(s_j)[u_n(x + e_1) + r_1] + p_2(s_j)[u_n(x + e_2) + r_2]$. 为得到引理 3 中的结论, 只需表明相对于信号为 $s_{j'}$ ($j' = 1, 2, j' \neq j$) 的任务, 以及系统更偏好于信号为 s_j 的任务. 由上述假设前提和引理 3 中的不等式条件, 有

$$w_n(x; s_1) - w_n(x; s_2) =$$

$$[p_1(s_1) - p_1(s_2)][\Delta_{12}u_n(x) - (r_2 - r_1)] \geq 0,$$

即信号大的任务会被系统优先接受. 同理, 可得到 2) 中的结论. \square

引理 3 表明, 在不完美信息条件下, 系统可根据某个唯一的信号阈值将到达的任务归类, 而且在一定的条件下, 能够给具有特定信号的任务赋予优先权. 需要说明的是, 一个被赋予优先权的任务是指该任务能比其他任务给系统带来更大的期望利润, 但与该任务能否被准入无关. 一个被系统偏好的任务是指, 只要系统中有可用服务器, 则该任务即会被系统准入.

定理 3 假设任务批 b 到达时系统处于状态 x , 则对于系统, 有:

1) 如 $r_2(\mu_2 + \beta)/(\lambda + \mu_2 + \beta) \leq r_1(\mu_1 + \beta)/(\lambda + \mu_1 + \beta)$, $x_2 < t_2$, 且 $x_1 < t'_1$, 则分别准入 $\min\{y_1^*, t'_1\} - x_1$ 个信号大于等于 $s_{y_1^* - x_1}$ 和 $\min\{y_2^* - x_2, t'_2 - x_2, c - x_1 - x_2 - \min\{y_1^*, t'_1\} + x_1\}$ 个信号小于 $s_{y_1^* - x_1}$ 的任务是最优的, $y_i^* = \arg \max_{y_i} v_n(x; b)$;

2) 如 $r_1 < r_2$, $x_1 < t_1$, 且 $x_2 < t'_2$, 则分别准入 $\min\{y_2^*, t'_2\} - x_2$ 个信号小于 $s_{y_2^* - x_2}$ 和 $\min\{y_1^* - x_1, t'_1 - x_1, c - x_1 - x_2 - \min\{y_2^*, t'_2\} + x_2\}$ 个信号大于等于 $s_{y_2^* - x_2}$ 的任务是最优的.

由定理 2 和引理 3 可证明定理 3 成立, 此略.

定理 3 表明, 不完美信息条件下系统的准入控制是一个 4 层策略: 决定各任务类间的偏好关系; 确定唯一的信号阈值; 根据任务的信号对其进行分类; 决定准入的任务数目. 其中第 2 和第 3 层的结论对于最优策略的提出尤为关键.

4.2 信号信息量更少时的最优策略

在上述分析中, 每个任务的信号被定义为该任务属于类 i 的概率. 当任务所发出的信号包含的信息量较少, 即系统无法直接观察到任务属于类 i 的概率时, 上面得到的结论是否仍然成立. 由文献 [15, 18] 中的相关结论可得:

定理 4 假设类 i 任务的信号独立同分布, 累积分布函数 $F_i(\cdot)$ 有有限均值, 概率密度函数 $f_i(\cdot)$ 可微, 则当下述条件之一满足时定理 3 中的结论仍然成立.

1) 系统知道 $F_i(\cdot)$;

2) 系统不知道 $F_i(\cdot)$, 但类 1 任务的信号在似然比序 (likelihood ratio order) 上大于类 2 任务的信号.

5 应 用

本节考虑的是批量需求到达时不完美信息条件下的库存配给问题. 当某个供应商需要向若干个有不同报酬或成本的顾客类同时供货时, 则会出现库存配给. 文献 [19] 研究了面向多个顾客类的单一产品库存模型, 文献 [20] 应用面向库存生产的排队网络研究了损失系统中最优的生产控制与库存配给策略. 此后, 能力受限系统的库存配给问题便引起了众多学者 [21-24] 的重视.

本文考虑的是系统面向 2 个以批量订货的需求类时的库存配给问题. 供应商有 c 台并列且等同的服务器, 加工时间是均值为 $1/\mu$ 的指数分布, 需求到达是速率为 λ 的泊松过程. 每个到达时刻, 源于 2 个需求类的随机数量的需求到达供应商. 假设供应商选择部分满足到达的需求, 每接受一个单位的需求, 供应商得到报酬 r , 供应商拒绝一个类 i 的单位需求则会发生单位惩罚成本 l_i . 当考虑这类惩罚成本时, 供应商接受一个类 i 的单位需求所得到的实际报酬可表示为 $r_i = r + l_i$. 与上述文献不同, 此处假设供应商关于

需求身份的信息是不完美的. 对于每个单位需求, 供应商能观察到相应的信号 s . 现有文献的结论还没有针对此种情形下损失系统的库存配给策略. 此时, 上述供应系统的最优方程可表示为

$$v_n(x; b) = \max \left\{ \sum_{i=1}^2 \sum_{z=1}^{y_1+y_2-x_1-x_2} p_i(s_z)r_i + u_n(y) : y \in A(x; b) \right\},$$

$$u_{n+1}(x) = \lambda v_n(x; b) + x_1 \mu u_n(x - e_1) + x_2 \mu u_n(x - e_2) + (c - x_1 - x_2) \mu u_n(x).$$

基于定理3中的结论, 可得到供应商的最优策略如下:

定理5 1) 当 $r_1 \geq r_2$ 时, 供应商偏好类1的需求; 当 $r_2 \geq r_1$ 时, 供应商偏好类2的需求.

2) 如供应商偏好类1的需求, 则存在一个阈值 $s_{q_1^*}$ 使得: 到达的信号大于等于 $s_{q_1^*}$ 的需求被归为类1, 信号小于等于 $s_{q_1^*}$ 的需求被归为类2. 此外, 如 $x_2 < t_2$ 且 $x_1 < t_1'$, 则对于在状态 x 上到达的需求批, 供应商选择满足的类 i 需求的最优数量分别为

$$Q_1^*(x) = \min\{q_1^{1*}, t_1' - x_1\},$$

$$Q_2^*(x) = \min\{q_2^{1*}, t_2' - x_2, c - x_1 - x_2 - \min\{q_1^{1*}, t_1' - x_1\}\}.$$

3) 如供应商偏好类2的需求, 则存在一个阈值 $s_{q_2^*}$ 使得: 到达的信号大于等于 $s_{q_2^*}$ 的需求被归为类1, 信号小于等于 $s_{q_2^*}$ 的需求被归为类2. 此外, 如 $x_1 < t_1$ 且 $x_2 < t_2'$, 则对于在状态 x 上到达的需求批, 供应商选择满足的类 i 需求的最优数量分别为

$$Q_2^*(x) = \min\{q_2^{2*}, t_2' - x_2\},$$

$$Q_1^*(x) = \min\{q_1^{2*}, t_1' - x_1, c - x_1 - x_2 - \min\{q_2^{2*}, t_2' - x_2\}\}.$$

6 结 论

本文研究的是面向批量需求的损失系统在不完美信息条件下的动态准入控制策略. 首先分析了值函数的2个结构化性质; 然后在这些性质的基础上, 提出了一个4层的最优准入控制策略, 并将该结论应用于不完美信息条件下的库存配给问题. 在本文研究的基础上, 可就以下2个方向进一步展开讨论. 1) 在完整定义最优准入控制策略的过程中, 任意参数值下值函数的凹性至关重要, 这一问题仍有待研究; 2) 当系统中存在有限库存时, 最优准入控制策略是否仍然存在相同的结构也有待深入讨论.

参考文献(References)

[1] Miller B. A queueing reward system with several customer classes[J]. *Management Science*, 1971, 16(3): 234-245.

[2] Örmeci E L, Burnetas A, van der Wal J. Admission policies for a two class loss system[J]. *Stochastic Models*, 2001, 17(4): 513-539.

[3] Örmeci E L, Burnetas A, Emmons H. Dynamic policies of admission to a two-class system based on customer offers[J]. *IIE Transactions*, 2002, 34(9): 813-822.

[4] Örmeci E L. Dynamic admission control in a call center with one shared and two dedicated service facilities[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(7): 1157-1161.

[5] Örmeci E L, Burnetas A. Admission control with batch arrivals[J]. *Operations Research Letters*, 2004, 32(5): 448-454.

[6] Örmeci E L, Burnetas A. Dynamic admission control for loss systems with batch arrivals[J]. *Advances in Applied Probability*, 2005, 37(4): 915-937.

[7] Savin S V, Cohen M A, Gans N, et al. Capacity management in rental business with two customer classes[J]. *Operations Research*, 2005, 53(4): 617-631.

[8] Gans N, Savin S. Pricing and capacity rationing for rentals with uncertain durations[J]. *Management Science*, 2007, 53(3): 390-407.

[9] Lippman S A, Ross S M. The streetwalker's dilemma: A job shop model[J]. *SIAM J of Applied Mathematics*, 1971, 20(3): 336-342.

[10] Carrizosa E, Conde E, Munoz-Marquez M. Admission policies in loss queueing models with heterogeneous arrivals[J]. *Management Science*, 1998, 44(3): 311-320.

[11] Altman E, Jimenez T, Koole G. On optimal call admission control in a resource-sharing system[J]. *IEEE Trans on Communications*, 2001, 49(9): 1659-1668.

[12] Lin K, Ross S M. Admission control with incomplete information of a queueing system[J]. *Operations Research*, 2003, 51(4): 645-654.

[13] Lin K, Ross S M. Optimal admission control for a single-server loss queue[J]. *J of Applied Probability*, 2004, 41(2): 535-546.

[14] Honhon D, Seshadri S. Admission control with incomplete information to a finite buffer queue[J]. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 2007, 21(1): 19-46.

[15] Argon N, Ziya S. Priority assignment under imperfect information on customer type identities[J]. *Manufacturing & Service Operations Management*, 2009, 11(4): 674-693.

[16] Çil E B, Örmeci E L, Karaesmen F. Structural results on a batch acceptance problem for capacitated queues[J]. *Mathematical Methods of Operations Research*, 2007, 66(2): 263-274.