文章编号: 1001-0920 (2011) 06-0857-04

基于区间直觉梯形模糊数的多属性决策方法

万 树 平

(江西财经大学 信息管理学院，南昌 330013)

摘 要: 对区间直觉梯形模糊数进行研究. 探讨了区间直觉梯形模糊数的运算法则及其性质; 给出了区间直觉梯形模糊数的加权算术平均和加权几何平均算子, 定义了区间直觉梯形模糊数的得分函数和精确函数, 进而给出其排序方法; 建立了基于区间直觉梯形模糊数的多属性决策模型, 并提出了相应的决策方法. 实例分析验证了所提出方法的有效性.

关键词: 属性决策；区间直觉梯形模糊数；集成算子

中图分类号: C934 **文献标识码:** A

Multi-attribute decision making method based on interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy number

WAN Shu-ping

(College of Information Management，Jiangxi University of Finance and Economics，Nanchang 330013，China. E-mail：shupingwan@163.com)

Abstract: Interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy number is investigated. Some operational laws of interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers are defined and some related properties are researched, the weighted arithmetic average operator and weighted geometric average operator for the interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers are given. The score function and accurate function of intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers are defined, and then an approach for ranking interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers is presented. The model of multi-attribute decision making is constructed based on interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers. The corresponding method of decision making is proposed. The example analysis shows the effectiveness of the method.

Key words: multi-attribute decision making；interval-valued intuitionistic trapezoidal fuzzy number；aggregation operator

1 引 言

直觉模糊集[1]自1986年由Atanassov提出以来, 由于同时考虑了隶属度、非隶属度和犹豫度3方面的信息, 在处理模糊性和不确定性等方面比Zadeh的模糊集更具灵活性和实用性, 已经在多属性决策(MADM)领域得到广泛应用[2-13]. 近20年来, 直觉模糊集理论也得到了进一步的发展, 目前关于它的拓展形式主要有区间直觉模糊集[3-6]、三角直觉模糊数(TIFN)[7-8]、直觉梯形模糊数(ITFN)和区间直觉梯形模糊数(IITFN)[9].

ITFN和IITFN都是TIFN的扩展, 它们都从另一个方向对直觉模糊集进行了研究, 即将离散集合扩展到连续集合, 是对模糊数的扩展[9-12]. 文献[10]定义了ITFN的期望值, 提出了信息不完全确定的ITFN多准则决策的规划方法. [11]定义了ITFN的距离公式和加权算术平均算子, 提出了信息不完全确定的多准则决策方法. [12]定义了ITFN的期望值、得分函数、精确函数和几何平均算子, 并给出了在MADM中的应用. [13]根据ITFN的隶属、非隶属和犹豫函数图像的重心, 从几何角度定义了新的期望值和预期得分, 给出了ITFN的排序方法、有序加权集成算子和混合集成算子, 并提出了多属性群决策的ITFN方法.

尽管文献[9]于2008年便提出了IITFN的概念, 但其相关研究非常少见. 由于IITFN的隶属和非隶属函数的取值依赖于不同的区间数, 在刻画客观世界的模糊性本质方面, 比ITFN, TIFN, 区间直觉模糊集和

收稿日期: 2010-03-29；**修回日期:** 2010-11-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71061006, 70861002)；教育部人文社科项目(09YGC630107, 09YJA630055)；江西省教育科学“十一五”和“十二五”规划课题项目(09YB267, 10YB099).

作者简介: 万树平(1974−), 男, 副教授, 博士, 从事决策分析、信息融合等研究.

直觉模糊集更为精细和准确, 因而将 IITFN 应用于决策领域更具理论价值和现实意义. 为此, 本文探讨了 IITFN 的运算法则, 定义其得分函数和精确函数, 给出了 IITFN 的排序方法, 定义了 IITFN 的加权算术平均和加权几何平均算子, 并将其应用于 MADM 领域.

2 区间直觉梯形模糊数

2.1 区间直觉梯形模糊数的定义

定义 1[9-12] 设 $\tilde{a}$ 实数集上的一个直觉模糊数的隶属函数为

$$\mu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a}{b-a}\mu_{\tilde{a}},\ a\leqslant x<b;\\ \mu_{\tilde{a}},\ b\leqslant x\leqslant c;\\ \dfrac{d-x}{d-c}\mu_{\tilde{a}},\ c<x\leqslant d;\\ 0,\ \text{otherwise}.\end{cases}$$

其非隶属函数为

$$\nu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases}\dfrac{b-x+\nu_{\tilde{a}}(x-a_1)}{b-a_1},\ a_1\leqslant x<b;\\ \nu_{\tilde{a}},\ b\leqslant x\leqslant c;\\ \dfrac{x-c+\nu_{\tilde{a}}(d_1-x)}{d_1-c},\ c<x\leqslant d_1;\\ 0,\ \text{otherwise}.\end{cases}$$

其中: $0\leqslant\mu_{\tilde{a}}\leqslant 1$; $0\leqslant\nu_{\tilde{a}}\leqslant 1$; $\mu_{\tilde{a}}+\nu_{\tilde{a}}\leqslant 1$; $a,b,c,d,a_1,d_1\in R$. 则称 $\tilde{a}=\langle([a,b,c,d];\mu_{\tilde{a}}),([a_1,b,c,d_1];\nu_{\tilde{a}})\rangle$ 为 ITFN. 当 $b=c$ 时, ITFN 退化为 TIFN. 如果 $\mu_{\tilde{a}}$,$\nu_{\tilde{a}}$ 均为区间 [0,1] 上的闭子区间, 则称 $\tilde{a}$ 为 IITFN.

一般地, 在 $\tilde{a}$ 中有 $[a,b,c,d]=([a_1,b,c,d_1])$, 记 $\tilde{a}=\langle[a,b,c,d];\mu_{\tilde{a}},\nu_{\tilde{a}}\rangle$, 本文均指此类模糊数. $\pi_{\tilde{a}}(x)=1-\mu_{\tilde{a}}(x)-\nu_{\tilde{a}}(x)$ 为犹豫函数, 其值越小, 代表模糊数越确定. 记 $\mu_{\tilde{a}}=[\underline{\mu},\overline{\mu}]$, $\nu_{\tilde{a}}=[\underline{\nu},\overline{\nu}]$, 则 IITFN 可简记为 $\tilde{a}=([a,b,c,d];[\underline{\mu},\overline{\mu}],[\underline{\nu},\overline{\nu}])$.

2.2 IITFN的运算法则及其性质

受文献 [6] 定义的区间直觉模糊数运算法则的启发, 本文给出 IITFN 的运算法则.

定义 2 $\tilde{a}_i=([a_i,b_i,c_i,d_i];[\underline{\mu}_i,\overline{\mu}_i],[\underline{\nu}_i,\overline{\nu}_i])(i=1,2)$ 为 2 个 IITFN, $\lambda\geqslant 0$, 则有:

1) $\tilde{a}_1+\tilde{a}_2=([a_1+a_2,b_1+b_2,c_1+c_2,d_1+d_2];[\underline{\mu}_1+\underline{\mu}_2-\underline{\mu}_1\underline{\mu}_2,\overline{\mu}_1+\overline{\mu}_2-\overline{\mu}_1\overline{\mu}_2],[\underline{\nu}_1\underline{\nu}_2,\overline{\nu}_1\overline{\nu}_2])$.

2) $\tilde{a}_1\tilde{a}_2=([a_1a_2,b_1b_2,c_1c_2,d_1d_2];[\underline{\mu}_1\underline{\mu}_2,\overline{\mu}_1\overline{\mu}_2],[\underline{\nu}_1+\underline{\nu}_2-\underline{\nu}_1\underline{\nu}_2,\overline{\nu}_1+\overline{\nu}_2-\overline{\nu}_1\overline{\nu}_2])$. 其中: $a_1\geqslant 0,a_2\geqslant 0$.

3) $\lambda\tilde{a}_1=([\lambda a_1,\lambda b_1,\lambda c_1,\lambda d_1];[1-(1-\underline{\mu}_1)^\lambda,1-(1-\overline{\mu}_1)^\lambda],[(\underline{\nu}_1)^\lambda,(\overline{\nu}_1)^\lambda])$, 其中 $a_1\geqslant 0$.

4) $(\tilde{a}_1)^\lambda=([(a_1)^\lambda,(b_1)^\lambda,(c_1)^\lambda,(d_1)^\lambda];[(\underline{\mu}_1)^\lambda,(\overline{\mu}_1)^\lambda],[1-(1-\underline{\nu}_1)^\lambda,1-(1-\overline{\nu}_1)^\lambda])$, 其中 $a_1\geqslant 0$.

由定义 2 易得如下性质:

1) $\tilde{a}_1+\tilde{a}_2=\tilde{a}_2+\tilde{a}_1$.

2) $\tilde{a}_1\tilde{a}_2=\tilde{a}_2\tilde{a}_1$. 其中: $a_1\geqslant 0,a_2\geqslant 0$.

3) $\lambda(\tilde{a}_1+\tilde{a}_2)=\lambda\tilde{a}_1+\lambda\tilde{a}_2$. 其中: $a_1\geqslant 0,a_2\geqslant 0$.

4) $\lambda_1\tilde{a}_1+\lambda_2\tilde{a}_1=(\lambda_1+\lambda_2)\tilde{a}_1$. 其中: $\lambda_1\geqslant 0,\lambda_2\geqslant 0,a_1\geqslant 0$.

5) $(\tilde{a}_1)^{\lambda_1}(\tilde{a}_1)^{\lambda_2}=(\tilde{a}_1)^{\lambda_1+\lambda_2}$. 其中: $\lambda_1\geqslant 0,\lambda_2\geqslant 0,a_1\geqslant 0$.

6) $((\tilde{a}_1)^\lambda)^k=(\tilde{a}_1)^{\lambda k}$. 其中: $k\geqslant 0,a_1\geqslant 0$.

2.3 IITFN 的排序方法

定义 3 定义梯形模糊数 $[a,b,c,d]$ 的期望值为 $\mathrm{E}=(a+b+c+d)/4$, 对于 IITFN, $\tilde{a}=([a,b,c,d];[\underline{\mu},\overline{\mu}],[\underline{\nu},\overline{\nu}])$, 定义其得分函数与精确函数分别为

$$S(\tilde{a})=\frac{1}{2}\mathrm{E}(\underline{\mu}-\underline{\nu}+\overline{\mu}-\overline{\nu}),\tag{1}$$

$$H(\tilde{a})=\frac{1}{2}\mathrm{E}(\underline{\mu}+\underline{\nu}+\overline{\mu}+\overline{\nu}).\tag{2}$$

因为 IITFN 的取值相对应于梯形模糊数, 所以式 (1) 采用梯形模糊数的期望值分别乘以隶属与非隶属度的差的中值来定义得分函数, 式 (2) 采用梯形模糊数的期望值分别乘以隶属与非隶属度的和的中值来定义精确函数, 不仅充分考虑了 IITFN 的取值域, 而且兼顾了 IITFN 的隶属与非隶函数的特点. 显然, $S(\tilde{a})$ 越大, $\tilde{a}$ 越大.

利用得分函数和精确函数, 给出 IITFN 的排序方法. 设 $\tilde{a}_1,\tilde{a}_2$ 为 2 个 IITFN, 其排序规则为:

若 $S(\tilde{a}_1)>S(\tilde{a}_2)$, 则 $\tilde{a}_1>\tilde{a}_2$.

若 $S(\tilde{a}_1)=S(\tilde{a}_2)$, 则: 1) 若 $H(\tilde{a}_1)>H(\tilde{a}_2)$, 则 $\tilde{a}_1>\tilde{a}_2$; 2) 若 $H(\tilde{a}_1)=H(\tilde{a}_2)$, 则 $\tilde{a}_1=\tilde{a}_2$.

2.4 IITFN 的集成算子

定义 4 设 $\tilde{a}_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组 IITFN, 并设 IITFN-WAA: $I^n\rightarrow I$, 若

$$\text{IITFN-WAA}(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)=\sum_{j=1}^{n}w_j\tilde{a}_j.\tag{3}$$

其中: I 为全体 IITFN 的集合; w_j 为 $\tilde{a}_j$ 的权重, $0\leqslant w_j\leqslant 1$, $j=1,2,\cdots,n$, $\sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$. 则称函数 IITFN-WAA 是 n 维 IITFN 的加权算术平均算子. 若 $w_j=1/n$, $j=1,2,\cdots,n$, 则 IITFN-WAA 退化为算术平均算子 IITFN-AA.

定义 5 设 $\tilde{a}_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组 IITFN, 并设 IITFN-WGA: $I^n\rightarrow I$, 若

$$\text{IITFN-WGA}(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)=\prod_{j=1}^{n}(\tilde{a}_j)^{w_j}.\tag{4}$$

其中: I 为全体 IITFN 的集合; w_j 为 $\tilde{a}_j$ 的权重, $0\leqslant w_j\leqslant 1$, $j=1,2,\cdots,n$, $\sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$. 则称函数 IITFN-WGA 是 n 维 IITFN 的加权几何平均算子. 若 $w_j=1/n$, $j=1,2,\cdots,n$, 则 IITFN-WGA 退化为几何平均算子 IITFN-GA.

定理 1 设 $\tilde{a}_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组 IITFN, 则由式 (3) 得到的结果仍为 IITFN, 且

$$\begin{aligned}&\text{IITFN-WAA}(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)=\\&\Big(\Big[\sum_{j=1}^n w_ja_j,\sum_{j=1}^n w_jb_j,\sum_{j=1}^n w_jc_j,\sum_{j=1}^n w_jd_j\Big];\\&\Big[1-\prod_{j=1}^n(1-\underline{\mu}_j)^{w_j},1-\prod_{j=1}^n(1-\overline{\mu}_j)^{w_j}\Big],\\&\Big[\prod_{j=1}^n(\underline{\nu}_j)^{w_j},\prod_{j=1}^n(\overline{\nu}_j)^{w_j}\Big]\Big).\end{aligned} \tag{5}$$

证明 当 $n=2$ 时, 因为

$$\begin{aligned}\lambda_i\tilde{a_i}=&([\lambda_ia_i,\lambda_ib_i,\lambda_ic_i,\lambda_id_i];[1-(1-\underline{\mu}_i)^{\lambda_i},\\&1-(1-\overline{\mu}_i)^{\lambda_i}],[(\underline{\nu}_i)^{\lambda_i},(\overline{\nu}_i)^{\lambda_i}]),\ i=1,2.\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}&\text{IITFN-WAA}(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2)=\\&([\lambda_1a_1+\lambda_2a_2,\lambda_1b_1+\lambda_2b_2,\lambda_1c_1+\lambda_2c_2,\lambda_1d_1+\\&\lambda_2d_2];[1-(1-\underline{\mu}_1)^{\lambda_1}+1-(1-\underline{\mu}_2)^{\lambda_2}-(1-(1-\\&\underline{\mu}_1)^{\lambda_1})(1-(1-\underline{\mu}_2)^{\lambda_2}),1-(1-\overline{\mu}_1)^{\lambda_1}+1-(1-\\&\overline{\mu}_2)^{\lambda_2}-(1-(1-\overline{\mu}_1)^{\lambda_1})(1-(1-\overline{\mu}_2)^{\lambda_2})],\\&[(\underline{\nu}_1)^{\lambda_1}(\underline{\nu}_2)^{\lambda_2},(\overline{\nu}_1)^{\lambda_1}(\overline{\nu}_2)^{\lambda_2}])=\\&\Big(\Big[\sum_{j=1}^2 w_ja_j,\sum_{j=1}^2 w_jb_j,\sum_{j=1}^2 w_jc_j,\sum_{j=1}^n w_jd_j\Big];\\&\Big[1-\prod_{j=1}^2(1-\underline{\mu}_j)^{w_j},1-\prod_{j=1}^2(1-\overline{\mu}_j)^{w_j}\Big],\\&\Big[\prod_{j=1}^2(\underline{\nu}_j)^{w_j},\prod_{j=1}^2(\overline{\nu}_j)^{w_j}\Big]\Big).\end{aligned}$$

设 $n=k$ 时, 式 (5) 成立, 则当 $n=k+1$ 时, 有

$$\begin{aligned}&\text{IITFN-WAA}(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_{k+1})=\\&\Big(\Big[\sum_{j=1}^{k+1} w_ja_j,\sum_{j=1}^{k+1} w_jb_j,\sum_{j=1}^{k+1} w_jc_j,\sum_{j=1}^{k+1} w_jd_j\Big];\\&\Big[1-\prod_{j=1}^k(1-\underline{\mu}_j)^{w_j}+1-(1-\underline{\mu}_{k+1})^{w_{k+1}}-\\&\Big(1-\prod_{j=1}^k(1-\underline{\mu}_j)^{w_j}\Big)(1-(1-\underline{\mu}_{k+1})^{w_{k+1}}),\\&1-\prod_{j=1}^k(1-\overline{\mu}_j)^{w_j}+1-(1-\overline{\mu}_{k+1})^{w_{k+1}}-\\&\Big(1-\prod_{j=1}^k(1-\overline{\mu}_j)^{w_j}\Big)(1-(1-\overline{\mu}_{k+1})^{w_{k+1}})\Big],\\&\Big[\prod_{j=1}^{k+1}(\underline{\nu}_j)^{w_j},\prod_{j=1}^{k+1}(\overline{\nu}_j)^{w_j}\Big]\Big)=\\&\Big(\Big[\sum_{j=1}^{k+1} w_ja_j,\sum_{j=1}^{k+1} w_jb_j,\sum_{j=1}^{k+1} w_jc_j,\sum_{j=1}^{k+1} w_jd_j\Big];\\&\Big[1-\prod_{j=1}^{k+1}(1-\underline{\mu}_j)^{w_j},1-\prod_{j=1}^{k+1}(1-\overline{\mu}_j)^{w_j}\Big],\\&\Big[\prod_{j=1}^{k+1}(\underline{\nu}_j)^{w_j},\prod_{j=1}^{k+1}(\overline{\nu}_j)^{w_j}\Big]\Big),\end{aligned}$$

即 $n=k+1$ 时式 (5) 成立. 因此, 由数学归纳法, 式 (5) 对一切 n 均成立. □

定理 2 设 $\tilde{a}_j(j=1,2,\cdots,n)$ 为一组 IITFN, 则由式 (4) 得到的结果仍为 IITFN, 且

$$\begin{aligned}&\text{IITFN-WGA}(\tilde{a}_1,\tilde{a}_2,\cdots,\tilde{a}_n)=\\&\Big(\Big[\prod_{j=1}^n w_ja_j,\prod_{j=1}^n w_jb_j,\prod_{j=1}^n w_jc_j,\prod_{j=1}^n w_jd_j\Big];\Big[\prod_{j=1}^n(\underline{\mu}_j)^{w_j},\\&\prod_{j=1}^n(\overline{\mu}_j)^{w_j}\Big],\Big[1-\prod_{j=1}^n(1-\underline{\nu}_j)^{w_j},1-\prod_{j=1}^n(1-\overline{\nu}_j)^{w_j}\Big]\Big).\end{aligned}$$

定理 2 的证明与定理 1 类似, 此略. IITFN 的 IITFN-WGA 和 IITFN-WAA 算子的侧重点有所不同, 前者强调个人的作用, 后者侧重群体的影响.

3 基于 IITFN 的多属性决策

3.1 决策模型描述

对于某一 MADM 问题, 方案集为 $\{A_1,A_2,\cdots,A_m\}$, 属性集为 $\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$, 属性的权重向量为 $W=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$. 设方案 A_i 在属性 a_j 下的评估值可用 IITFN 表示为

$$\widetilde{a}_{ij}=([h_{1i}(a_j),h_{2i}(a_j),h_{3i}(a_j),h_{4i}(a_j)];\mu_{\widetilde{a}_{ij}},\nu_{\widetilde{a}_{ij}}).$$

其中: $\mu_{\widetilde{a}_{ij}}=[\underline{\mu}_{ij},\overline{\mu}_{ij}]$, $\nu_{\widetilde{a}_{ij}}=[\underline{\nu}_{ij},\overline{\nu}_{ij}]$ 分别表示方案 A_i 在属性 a_j 下的值属于、不属于 $\widetilde{a}_{ij}$ 的程度; $\underline{\mu}_{ij}\geqslant 0,\underline{\nu}_{ij}\geqslant 0,\overline{\mu}_{ij}+\overline{\nu}_{ij}\leqslant 1$. 从而得到模糊决策矩阵 $\widetilde{D}=(\widetilde{a}_{ij})_{m\times n}$. 本文探讨的是, 根据各方案属性值的 IITFN 表达, 从众多备选方案中确定出最佳方案.

3.2 决策方法

综合上述分析, 给出基于 IITFN 的 MADM 方法, 具体步骤如下:

Step 1: 将模糊决策矩阵 $\widetilde{D}=(\widetilde{a}_{ij})_{m\times n}$ 规范化为 $\widetilde{R}=(\widetilde{r}_{ij})_{m\times n}$, 其中

$$\widetilde{r}_{ij}=([r_{1i}(a_j),r_{2i}(a_j),r_{3i}(a_j),r_{4i}(a_j)];\mu_{\widetilde{a}_{ij}},\nu_{\widetilde{a}_{ij}}),$$

且对于成本型属性, 有

$$r_{ki}(a_j)=\frac{\max_j h_{4i}(a_j)-h_{5-k,i}(a_j)}{\max_j h_{4i}(a_j)-\min_j h_{1i}(a_j)},\quad k=1,2,\cdots,4; \tag{6}$$

对于效益型属性, 有

$$r_{ki}(a_j)=\frac{h_{ki}(a_j)-\min_j h_{1i}(a_j)}{\max_j h_{4i}(a_j)-\min_j h_{1i}(a_j)},\quad k=1,2,\cdots,4. \tag{7}$$

式 (6) 分子第 2 项下标 $5-k(k=1\sim 4)$ 是为了保证规范化得到 $r_{1i}(a_j)\leqslant r_{2i}(a_j)\leqslant r_{3i}(a_j)\leqslant r_{4i}(a_j)$,

使得$[r_{1i}(a_j), r_{2i}(a_j), r_{3i}(a_j), r_{4i}(a_j)]$仍为梯形模糊数.

Step 2: 利用IITFN-WAA或IITFN-WGA算子将模糊决策矩阵$\widetilde{R} = (\widetilde{r}_{ij})_{m\times n}$的第$i$行元素集成, 得到方案$A_i$的综合IITFN分别为

$$\widetilde{a}_i = \text{IITFN-WAA}(\widetilde{r}_{i1}, \widetilde{r}_{i2}, \cdots, \widetilde{r}_{in}),$$

$$\widetilde{a}_i = \text{IITFN-WGA}(\widetilde{r}_{i1}, \widetilde{r}_{i2}, \cdots, \widetilde{r}_{in}),$$

$$i = 1, 2, \cdots, m.$$

Step 3: 由式(1)和(2)分别计算$\widetilde{a}_i$的得分函数和精确函数, 根据第2.3节的排序方法, 对$\widetilde{a}_i(i = 1, 2, \cdots, m)$进行排序, 从而得到最佳方案.

4 实例分析

考虑空调系统的选择问题. 设有3个空调系统形成方案集$\{A_1, A_2, A_3\}$, 选定4个指标: 质量a_1, 易于操作a_2, 经济a_3和售后服务a_4进行评价, 指标的权重向量为$W = (0.35, 0.20, 0.19, 0.26)$. 假设各方案在各指标下的评估信息经统计处理后, 可表示成IITFN, 如表1所示. 试确定最佳空调系统.

首先对表1的模糊决策矩阵规范化; 然后结合指标权重向量$W = (0.35, 0.20, 0.19, 0.26)$, 分别利用IITFN-WAA和IITFN-WGA算子得到各方案的综合IITFN; 最后计算其得分函数与精确函数. 结果如表2和表3所示. 可见两种算子集成得到的得分函数都是$S(\widetilde{a}_1) > S(\widetilde{a}_3) > S(\widetilde{a}_2)$, 方案排序为$A_1 \succ A_3 \succ A_2$, 最佳空调系统为$A_1$. 表1数据表明, 方案$A_1$的指标$a_2, a_4$的隶属度均大于方案$A_3$和$A_2$, 且$a_3$的梯形模糊数最大, 因而本文决策结果合理.

表 1 模糊决策矩阵

方案	a_1	a_2	a_3	a_4
A_1	([1, 2, 3, 4]; [0.5, 0.6], [0.2, 0.3])	([2, 3, 4, 5]; [0.4, 0.7], [0.2, 0.3])	([3, 4, 5, 6]; [0.3, 0.6], [0.3, 0.4])	([1, 3, 5, 6]; [0.4, 0.5], [0.2, 0.4])
A_2	([4, 5, 6, 7]; [0.3, 0.5], [0.2, 0.4])	([1, 3, 5, 6]; [0.2, 0.4], [0.4, 0.5])	([2, 4, 6, 7]; [0.4, 0.7] , [0.2, 0.3])	([3, 5, 6, 8]; [0.0, 0.3], [0.5, 0.7])
A_3	([2, 4, 5, 8]; [0.5, 0.7], [0.1, 0.2])	([2, 3, 4, 5]; [0.1, 0.4], [0.5, 0.6])	([1, 2, 4, 5]; [0.6, 0.8] , [0.1, 0.2])	([1, 2, 4, 6]; [0.2, 0.4], [0.3, 0.6])

表 2 各方案的综合直觉梯形模糊数(IITFN-WAA集成)

方案	综合直觉梯形模糊数	得分函数	精确函数
A_1	([0.116 0, 0.368 0, 0.620 0, 0.820 0]; [0.420 4, 0.599 8], [0.216 0, 0.341 5])	0.111 3	0.379 4
A_2	([0.251 4, 0.487 1, 0.685 7, 0.865 7]; [0.234 0, 0.486 4], [0.291 5, 0.458 0])	−0.008 4	0.420 8
A_3	([0.078 6, 0.271 4, 0.478 6, 0.758 6]; [0.390 9, 0.617 9], [0.183 6, 0.331 5])	0.098 0	0.302 3

表 3 各方案的综合直觉梯形模糊数(IITFN-WGA集成)

方案	综合直觉梯形模糊数	得分函数	精确函数
A_1	([0, 0.000 1, 0.000 5, 0.001 7]; [0.409 5, 0.590 1], [0.220 0, 0.346 9])	0.000 12	0.000 44
A_2	([0, 0.000 1, 0.000 7, 0.001 8]; [0.000 0, 0.446 3], [0.331 6, 0.502 5])	-0.000 13	0.000 42
A_3	([0, 0.000 1, 0.000 2, 0.000 8]; [0.295 6, 0.555 0], [0.250 4, 0.418 4])	0.000 02	0.000 18

5 结 论

本文探讨了IITFN的运算法则及其性质, 基于运算法则给出了IITFN-WAA和IITFN-WGA算子, 定义了得分函数和精确函数, 据此给出了IITFN的一种简单实用的排序方法. 基于这些成果, 进而提出了MADM的IITFN方法. 对于IITFN的有序加权算子、混合集成算子及其在MADM和群决策中的应用尚有待进一步研究.

参考文献(References)

[1] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[2] Xu Z S. A deviation-based approach to intuitionistic fuzzy multiple attribute group decision making[J]. Group Decision and Negotiation, 2010, 19(1): 57-76.

[3] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.

[4] Xu Z S, Yager R. Intuitionistic and interval-valued intutionistic fuzzy preference relations and their measures of similarity for the evaluation of agreement within a group[J]. Fuzzy Optimization Decision Making, 2009, 8(2): 123-139.

[5] Li D F. TOPSIS-based nonlinear-programming methodology for multiattribute decision making with interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(2): 299-231.

(下转第866页)