

文章编号: 1001-0920(2011)06-0940-05

基于多延时动力系统的交通流量建模

狄 岚^a, 梁久祯^b

(江南大学 a. 数字媒体学院, b. 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 为了改善多车道、路况可变、流量可变的复杂交通环境中关于道路交通流量的问题, 采用多时段延时动力系统思想, 建立了基于动力系统的道路交通流量新模型. 该模型可以描述前后多时间段对道路交通流量的相互影响. 仿真数据结果表明, 新模型能够模拟真实的交通流量变化, 同时对于控制交通流量以及分析交通系统的特点是有效的.

关键词: 交通流量; 多延时动力系统; 多车道路况; 仿真

中图分类号: TP390

文献标识码: A

Modeling of traffic flows based on multi-delay kinetic system

DI Lan^a, LIANG Jiu-zhen^b

(a. School of Digital Media, b. School of IoT Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: DI Lan, E-mail: dilan126@163.com)

Abstract: In order to improve a complex traffic environment of multi-lane, variable road conditions and variable traffic flows, a new model is established by using multi-delay kinetic system approach, which can describe the behavior for the interactions of before and after multi-time period for the road traffic flow. The simulation results show that the proposed model can describe the real traffic flow changes, and to the control traffic flow and the analysis of the transportation systems, the model has real applications in deal with multi-lane traffic flows in the practice.

Key words: traffic flow; multi-delay kinetic system; multi-lane road conditions; simulation

1 引言

智能交通系统将先进的信息技术、电子通信技术、自动控制技术、计算机技术以及网络技术等地运用于整个交通运输管理体系, 用于解决城市交通拥堵、交通事故频发等日益严重的交通问题, 其中对交通流量进行分析和预测是智能交通系统研究的重要问题之一.

通过动力学方法为道路交通流量建立数学模型是由文献[1]首先提出的, 随后数学模型得到广泛的应用. 近年来, 各国学者已将很多方法应用于交通流量的分析和预测, 例如: [2]对多车道公路车辆动力学进行建模, 给出了在空间均匀的情况下, 车辆沿行车线分布的动力学数学方程. [3]给出了在广义离散速度动力学理论上自然变化的新型模型. [4-6]描述了与离散的动力学理论有关的道路交通流量数学模型. 其中: [5]提出了在技术层面不同于[1]的方法, [6]提供的模型通过引入变量的活动模式, 构成不同广义的车辆行为驱动系统. [7]通过实验数据的比较,

提出了一个结束条件, 给定速度密度图的两个参数便可决定道路上车辆的流动从疏松过渡到拥挤的环境条件. [8-9]将激励机制引入方程的结构设计中, 更加有效地使用模型.

上述学者所做的模型利用动力系统对道路交通流量进行建模, 却没有考虑前一时间段对后一时间段道路交通流量的影响, 但在实际城市交通中, 时间段的前后作用会直接影响到交通流量的分析和预测. 本文针对多车道、路况可变、流量可变的复杂交通环境进行建模, 在分析多车道封闭系统和多车道路况等同系统的基础上, 将文献[2]中的模型进行修改, 加入了多时段的延时动力系统. 简单描述了在多车道上的交通流及文献[2]的数学模型. 在考虑到多时段延时动力系统的基础上, 定义了新的离散多通道车辆的数学模型, 并介绍了一种基于文献[3]所提决策表的可能形式. 最后通过仿真分析得出了关于多车道、路况可变、流量可变的复杂交通环境在实际应用中的一般结论.

收稿日期: 2010-03-26; 修回日期: 2010-06-28.

基金项目: 江苏省自然科学基金项目(BK20080544)

作者简介: 狄岚(1965—), 女, 副教授, 从事计算机智能控制、计算机仿真等研究; 梁久祯(1968—), 男, 教授, 从事计算机智能控制、计算机仿真等研究.

2 对多车道交通流的描述

为了使所有与描述交通相关的变量均位于 [0,1] 之间, 对变量进行归一化. 首先介绍如下有关向量: L 为道路长度; V_m 为在道路空闲情况下, 一辆孤立的车所能达到的最大速率; $\tilde{\rho}_M$ 为交通堵塞情况下车辆的最大密度.

定义如下归一化变量: x 为位置 (与 L 有关); t 为时间 (用 L/V_m 归一化); $v = V/V_m$ 为速率 (与 V_m 有关); $\rho = \tilde{\rho}\tilde{\rho}_M$ 为车辆密度 (与 $\tilde{\rho}_M$ 有关). 设定有相同的间隔速度, 即

$$0 = v_1 < v_2 < \dots < v_i < \dots < v_n = 1, \\ i = 1, 2, \dots, n.$$

假设一条高速公路含有 p 条车道, 从慢速道到快速道编号标记, 任意一条 $j(j = 1, 2, \dots, p)$ 车道上的速度以相同的方式离散化. 用 $f_i^j(t, x)$ 表示在给定的时间和空间中, j 车道上速率为 v_i 的车辆数量, 则每条车道的宏观密度和流量分别为

$$\rho_j(t, x) = \sum_{i=1}^n f_i^j(t, x), \quad 0 \leq \rho_j \leq 1/p; \\ q_j(t, x) = \sum_{i=1}^n v_i f_i^j(t, x).$$

为了满足交通堵塞时的车辆密度, 每条车道上密度 ρ_j 的取值均在 $[0, 1/p]$ 之间. 将所有车道的密度和流量值相加即可得到总的密度和总的流量分别为

$$\rho(t, x) = \sum_{j=1}^p \rho_j(t, x), \quad \rho \in [0, 1]; \\ q(t, x) = \sum_{j=1}^p q_j(t, x).$$

利用上面定义的宏观变量来得到动态车辆的离散动力学模型. 一般而言, 每条车道均满足如下方程:

$$\frac{\partial f_i^j}{\partial t} + v_i \frac{\partial f_i^j}{\partial x} = \\ \sum_{r=1}^p \sum_{h,k=1}^n \int_x^{x+\xi} \eta^j[\rho_j] A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] f_h^r(t, x) f_k^r(t, y) \varpi^j(x, y) dy - f_i^j(t, x) \sum_{r=1}^p \sum_{k=1}^n \int_x^{x+\xi} \eta^j[\rho_j] f_k^r(t, y) \varpi^j(x, y) dy. \quad (1)$$

其中: $\rho^* = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p)$; $\eta^j[\rho_j]$ 为相互作用率 (每一车道单位时间内相互作用的数量); $\varpi^j(x, y)$ 为能见区的负荷函数; $A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*]$ 定义为一辆在 r 车道以速率 v_h 行驶的车, 在相同车道上以速率 v_k 行驶的车的作下, 换道到 j 车道, 速率变为 v_i 的概率密度.

以上的变量满足以下条件:

1) 所有车道上的负荷函数 $\varpi^j(x, y)$ 均相同, 且满

足标准化条件

$$\varpi^j(x, y) \geq 0, \quad \int_x^{x+\xi} \varpi^j(x, y) dy = 1.$$

2) 概率密度满足

$$A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] = 1,$$

$$\forall h, k = 1, 2, \dots, n, \quad \forall r = 1, 2, \dots, p.$$

这里仅考虑空间相同的情况, 所以分布函数 f_i^j 和密度 ρ_j 与空间无关.

3) 相互作用率与 j 车道上密度 ρ_j 的概率分布有关, 即

$$\eta^j = \eta[\rho_j] = \eta_0 / (1 - p\rho_j),$$

其中 η_0 是常数, 且 $0 \leq \rho_j \leq 1/p$.

4) 相互作用下车辆只能转变到邻道, 允许车道转换的集合为

$$I_c = \begin{cases} r \neq 1, p, I_c = \{r-1, r, r+1\}; \\ r = 1, I_c = \{1, 2\}; \\ r = p, I_c = \{p-1, p\}. \end{cases}$$

5) 允许速率转换的集合为

$$I_v = \begin{cases} h \neq 1, n, I_v = \{h-1, h, h+1\}; \\ h = 1, I_v = \{1, 2\}; \\ h = n, I_v = \{n-1, n\}. \end{cases}$$

通过以上假设, 在空间均匀的情况下, 方程 (1) 的最后形式为

$$\frac{df_i^j}{dt} = \sum_{r \in I_c} \left[\frac{\eta_0}{1 - p\rho_r} \left(\sum_{h,k \in I_v} A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] f_h^r(t) f_k^r(t) \right) \right] - \frac{\eta_0}{1 - p\rho_j} f_i^j(t) \rho_j(t). \quad (2)$$

3 改进后的数学模型

在实际城市交通中, 前一时间段对后一时间段的作用会直接影响到交通流量的分析和预测. 假设时间延时量为 τ (与 t 有关), 且 $\tau = 0, 1, \dots, m (m \leq t)$. 当 $\tau = 0$ 时, 没有时间延时量; 当 $\tau > 0$ 时, 时间延时量可为 m 个单位时间段.

在空间均匀的情况下, 将方程 (2) 进行改进, 得到如下新的数学模型:

$$\frac{df_i^j}{dt} = \sum_{\tau=0}^m \left\{ \sum_{r \in I_c} \left[\frac{\eta_0}{1 - p\rho_r} \left(\sum_{h,k \in I_v} A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] f_h^r(t - \tau) f_k^r(t - \tau) \right) \right] - \frac{\eta_0}{1 - p\rho_j} f_i^j(t - \tau) \rho_j(t - \tau) \right\}. \quad (3)$$

4 决策表与多车道模型

在考虑一些直观的交通宏观物理量和文献 [3] 所提决策表的基础上, 提出决策表的一种可能形式. 决策表 $A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*]$ 对相同车道上车辆的微观作用率进行

建模,表示候选车辆在速率 k 的外来车辆的作用下,从速率 h 变为测试车辆速率 i 的概率.

测试车辆可以在相同的 r 车道上,也可以在邻近的车道上.当对微观作用率建模时,假设概率密度由邻近的车道上的密度决定,有

$$\rho^* = \begin{cases} r \neq 1, p, \rho^* = \{\rho_{r-1}, \rho_r, \rho_{r+1}\}; \\ r = 1, \rho^* = \{\rho_1, \rho_2\}; \\ r = p, \rho^* = \{\rho_{p-1}, \rho_p\}. \end{cases}$$

道路状况是一个对交通演化影响较大的重要因素,在决策表中作为一个现象参数 $\alpha_r (r = 1, 2, \dots, p)$, $\alpha_r \in [0, 1]$, α_r 值越小表示路况越差,越大表示路况越好.

考虑 $v_h < v_k, v_h > v_k$ 和 $v_h = v_k$ 3 种情况,即 $h < k, h > k, h = k$. 对于每种情况,利用参考文献 [3] 中的方法计算候选车辆换道和不换道的概率.

4.1 与快速车辆作用 ($h < k$)

当 $h < k$ 时,候选车辆遇到一辆在 r 车道上比它速度快的外来车辆,发生作用后,候选车辆还在原车道上或者变道到右边邻道 $j = \{r - 1, r\}$. 换言之,假设当候选车辆与速度比它快的车辆相互作用时,不会换道到左车道,从而有

$$I_v = \{h - 1, h, h + 1\}, I_c = \{r - 1, r\}.$$

$$A_{hk,r}^{i,j=r} = \begin{cases} 0, i = h - 1; \\ (1 - \alpha_r)[1 - p\rho_r(1 - p\rho_{r-1})], i = h; \\ \alpha_r[1 - p\rho_r(1 - p\rho_{r-1})], i = h + 1. \end{cases} \quad (4)$$

$$A_{hk,r}^{i,j=r-1} = \begin{cases} (1 - \alpha_r)p\rho_r(1 - p\rho_{r-1}), i = h - 1; \\ \alpha_r p\rho_r(1 - p\rho_{r-1}), i = h; \\ 0, i = h + 1. \end{cases} \quad (5)$$

式 (4) 给出了候选车辆保持在原车道的概率. 右车道的交通密度越高,当前车道的速度越低,则保持在原车道的概率就越高. 车辆保持原速还是加速取决于路况,当路况 $\alpha_r = 0$ 时,候选车辆会保持原来的速度,在任何情况下均不会加速;当 $\alpha_r = 1$ 时则加速. 式 (5) 给出了候选车辆换道到右车道的概率,其大小取决于路况、 r 车道和 $r - 1$ 车道的交通密度,右车道的交通密度越小,这个概率就越大.

4.2 与慢速车辆作用 ($h > k$)

当 $h > k$ 时,候选车辆遇到一辆在 r 车道上比它速度慢的外来车辆,发生作用后,候选车辆还在原车道上或者变道到左边邻道 $j = \{r, r + 1\}$. 换言之,假设当候选车辆与速度比它慢的车辆相互作用时,不会换道到右车道,即

$$A_{hk,r}^{i,j=r} = \begin{cases} p\rho_{r+1}, i = k; \\ 0, \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$A_{hk,r}^{i,j=r+1} = \begin{cases} \frac{1 - \alpha_r}{h - k}(1 - p\rho_{r+1}), k < i \leq h; \\ \alpha_r(1 - p\rho_{r+1}), i = h + 1. \end{cases}$$

4.3 与速率相同的车辆作用 ($h = k$)

当 $h = k$ 时,候选车辆与外来车辆在同一车道 r 上以相同的速度行驶,发生作用后,候选车辆还在原车道上或者变道到左、右边邻道 $j = \{r - 1, r, r + 1\}$,而且与路况和交通密度有关. 保持在原车道的概率与 3 个交通密度 ($\rho_{r-1}, \rho_r, \rho_{r+1}$) 和路况相关,有

$$A_{h=k,r}^{i,j=r} = \begin{cases} \frac{(1 - \alpha_r)p\rho_r(p\rho_{r-1} + p\rho_{r+1})}{2}, i = h - 1; \\ \frac{(1 - \alpha_r)(1 - p\rho_r)(p\rho_{r-1} + p\rho_{r+1})}{2}, i = h; \\ \frac{(\alpha_r)(p\rho_{r-1} + p\rho_{r+1})}{2}, i = h + 1. \end{cases}$$

$$A_{h=k,r}^{i,j=r-1} = \begin{cases} \frac{(1 - \alpha_r)(1 - p\rho_{r-1})}{2}, i = h - 1; \\ \frac{(\alpha_r)(1 - p\rho_{r-1})}{2}, i = h; \\ 0, i = h + 1. \end{cases}$$

$$A_{h=k,r}^{i,j=r+1} = \begin{cases} 0, i = h - 1; \\ \frac{(1 - \alpha_r)(1 - p\rho_{r-1})}{2}, i = h; \\ \frac{(\alpha_r)(1 - p\rho_{r-1})}{2}, i = h + 1. \end{cases}$$

一旦确定上述决策表之后,可将方程 (3) 改写为

$$df_i^j/dt = \sum_{\tau=0}^m \left\{ \sum_{r=0}^2 \left[\frac{\eta_0}{1 - p\rho_r} \left(\sum_{h,k=1}^n A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] f_h^r(t - \tau) f_k^r(t - \tau) \right) \right] - \frac{\eta_0}{1 - p\rho_j} f_i^j(t - \tau) \rho_j(t - \tau) \right\}, j = 1;$$

$$df_i^j/dt = \sum_{\tau=0}^m \left\{ \sum_{r=j-1}^{j+1} \left[\frac{\eta_0}{1 - p\rho_r} \left(\sum_{h,k=1}^n A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] f_h^r(t - \tau) f_k^r(t - \tau) \right) \right] - \frac{\eta_0}{1 - p\rho_j} f_i^j(t - \tau) \rho_j(t - \tau) \right\}, j \neq 1, p;$$

$$df_i^j/dt = \sum_{\tau=0}^m \left\{ \sum_{r=p-1}^p \left[\frac{\eta_0}{1 - p\rho_r} \left(\sum_{h,k=1}^n A_{hk,r}^{i,j}[\rho^*] f_h^r(t - \tau) f_k^r(t - \tau) \right) \right] - \frac{\eta_0}{1 - p\rho_j} f_i^j(t - \tau) \rho_j(t - \tau) \right\}, j = p.$$

5 仿真与讨论

对 3 条车道 (1-lane, 2-lane, 3-lane) 的道路进行仿真.

5.1 有延时动力系统和无延时动力系统的比较

设车流总体密度为0.2, 一般情况下, (1-lane) 为非机动车车道, 该条车道上只可以行使摩托车或自行车, 所以该车道的路况没有其他车道的好, 其 α 值会小于其他车道. 这里取 α 值为(0.3, 0.6, 0.6), 将文献中无延时动力系统道路交通流量模型与本文考虑到多时段延时的数学模型进行对比, 结果如图1所示.

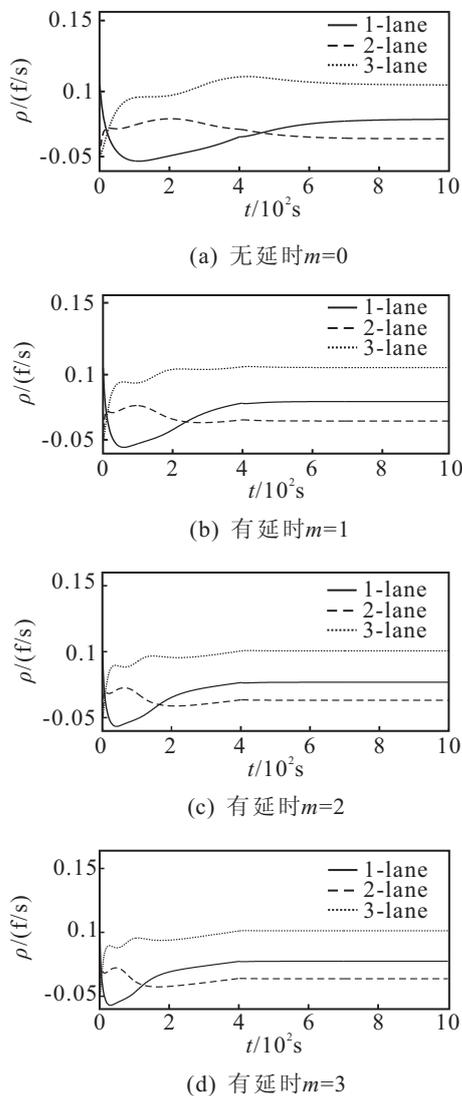


图1 有延时动力系统和无延时动力系统的比较

将图1(a)~图1(d)的第1组交汇点、第2组交汇点、3条车道和全局车道的稳定点横坐标进行对比, 结果见表1.

表1 无延时动力系统和多时段延时动力系统的数对比

m	交汇点1	交汇点2	1-lane	2-lane	3-lane	全局
0	45.6	466.8	822.3	757.2	781.5	822.3
1	23.4	238.2	583.6	502.3	522.4	583.6
2	18.7	165.8	478.5	423.6	431.1	478.5
3	15.2	123.5	456.3	412.7	423.3	456.3

由图1和表1可知, 第1组交汇点、第2组交汇点的横坐标随着 m 值的变大而逐渐变小, 这说明车流密

度的变化随着延时段增加而逐渐前移. 从稳定点的比较来看, 无延时的动力系统3个车道的道路交通流量要在822.3个单位时间后才能基本达到稳定, 而多时段延时的动力系统随着延时段增加, 其道路交通流量稳定点的单位时间也大大缩短. 可见, 改进后的模型对整个道路交通流量的稳定性有所提高. 同时, 随着 m 值增加各项数据也趋于平衡.

5.2 各车道路况不同时的比较

取 $m = 2$, 考虑在车流密度不变的情况下(如总体密度为0.2), 对3条车道路况作不同的调整变化, 考察各车道车流的变化情况, 结果如图2所示.

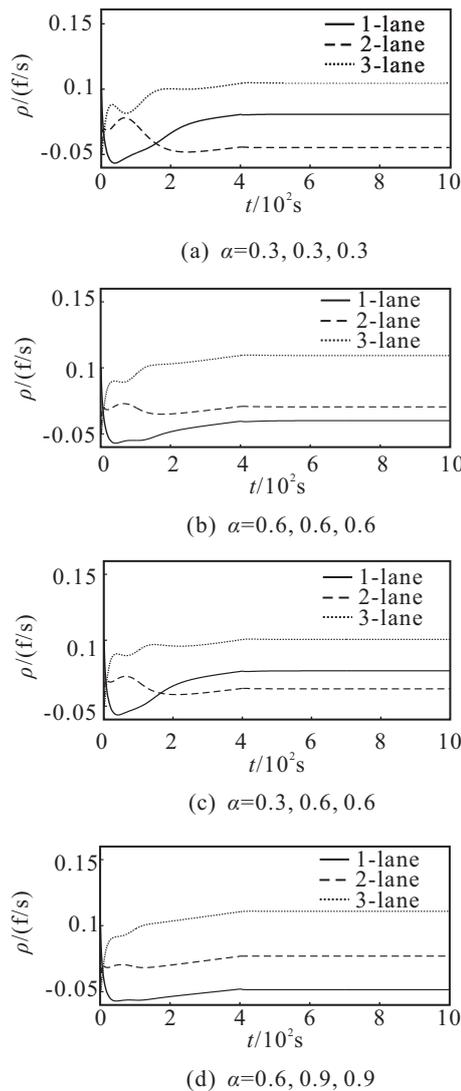


图2 各车道路况不同时的比较

由图2可知, 车辆趋向于占用最外侧(快速)车道, 且最内侧(慢速)车道的车辆占用量最小, 但达到车辆稳定状态的快慢变化不大. 因此, 达到稳定状态的快慢对于初始车辆分布情况不具有敏感性.

5.3 总体流量可变的比较

取 $m = 2$, 设(1-lane)的 α 值为0.4, 其他车道的为0.8. 考虑在相同路况的情况下, 如果车流总体密度

发生改变,则得到如图3所示的结果.

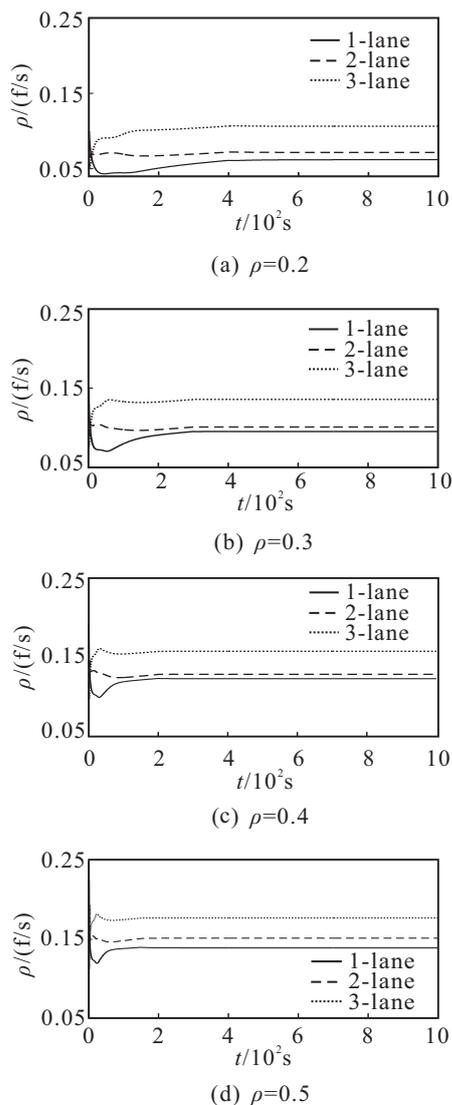


图3 总体流量可变的比较

由图3可知,因路况的关系,最内侧车道的车辆占用最低,道路密度越大,各车道密度达到平衡状态就越快.

6 结 论

本文主要研究了动力系统的道路交通流量建模问题,针对多车道、路况可变、流量可变的复杂交通环境进行建模,利用多时段延时动力系统,所建立的新模型比现有模型具有更好的模拟实际道路交通流量的功能.仿真实验数据表明,多时段延时动力系统新模型相对于无延时的动力系统模型而言,对于整个道路交通流量模拟的稳定性有真正的提高,随着延时段(m 值)的增加,道路交通流量达到稳定的单位时间

也在缩短,但 m 值达到一定量时,稳定状态将趋于平衡.在路况不同、总体密度相同时,达到稳定状态快慢对于初始车辆分布情况不具有敏感性;在路况相同时,道路上的车辆密度越大,各车道密度达到平衡状态就越快.

参考文献(References)

- [1] Prigogine I, Herman R. Kinetic theory of vehicular traffic[M]. New York: Elsevier, 1971.
- [2] Bonzani I, Gramani Cumin L M. Modeling and simulations of multilane traffic flow by kinetic theory methods[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2008, 56(5): 2418-2428.
- [3] Delitala M, Tosin A. Mathematical modeling of vehicular traffic: A discrete kinetic theory approach[J]. Mathematic Models Methods Application Science, 2007, 17(3): 901-932.
- [4] Delitala M. Nonlinear models of vehicular traffic flow — New frameworks of the mathematical kinetic theory[J]. Mecanique, 2003, 331(9): 817-822.
- [5] Coscia V, Delitala M, Frasca P. On the mathematical theory of vehicular traffic flow II: Discrete velocity kinetic models[J]. Int J Non-Linear Mech, 2007, 42(2): 411-421.
- [6] Gramani Cumin L M. On the modeling of granular traffic flow by the kinetic theory for active particles: Trend to equilibrium and macroscopic behavior[J]. Int J Non-Linear Mech, 2009, 44(11): 263-268.
- [7] Bonzani I, Mussone L. From Experiments to hydrodynamic traffic flow models: Modeling and parameter identification[J]. Mathematic Computer Modeling, 2003, 37(5): 109-119.
- [8] Daganzo C. Requiem for second order fluid approximations of traffic flow[J]. Trans on Research Part B, 1995, 29(3): 277-286.
- [9] Darbha S, Rajagopal K R. Limit of a collection of dynamical systems: An application to modeling the flow of traffic[J]. Mathematic Models Methods Application Science, 2002, 12(10): 1381-1402.
- [10] 徐丽群. 交通拥挤控制的实时决策支持模型[J]. 控制与决策, 2005, 20(11): 1221-1224.
(Xu L Q. Real-time decision support model for traffic congestion control[J]. Control and Decision, 2005, 20(11): 1221-1224.)