

文章编号: 1001-0920(2011)07-1004-05

## 一类新的PPA型三连杆欠驱动机器人的控制策略

赖旭芝, 潘昌忠, 吴敏

(中南大学信息科学与工程学院, 长沙 410083)

**摘要:** PPA型机器人是一类新型的三连杆欠驱动机械系统, 具有3个自由度, 但只有1个驱动装置. 针对这类欠驱动机器人的运动控制, 提出一种分区的控制策略, 使之从垂直向下的位置摇起到垂直向上的位置, 并实现稳定控制. 首先, 将系统的运动空间划分为摇起区和吸引区; 其次, 应用一种基于Lyapunov函数的控制方法来增加系统能量和控制驱动杆姿态, 实现摇起操作; 再次, 采用最优控制方法设计平衡控制, 实现稳定的平衡控制; 最后, 通过仿真实验验证了所提出控制方法的有效性.

**关键词:** 欠驱动机械系统; PPA型机器人; 稳定控制; Lyapunov函数

中图分类号: TP24

文献标识码: A

## Control strategy for a novel class of three-link underactuated manipulators named PPA robot

LAI Xu-zhi, PAN Chang-zhong, WU Min

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WU Min, E-mail: min@csu.edu.cn)

**Abstract:** A PPA robot, which has 3 degrees of freedom(DOF) but only has one actuator, is a novel class of underactuated mechanical systems. For the motion control of this robot, a zoning control strategy is presented to drive it away from the straight-down position and balance it at the straight-up position. Firstly, the motion space is divided into swing-up area and attractive area. Then a swing-up control law based on the Lyapunov function is employed to increase the system energy and control the posture. A balancing control law adopting optimal control is designed for a stable control in the attractive area. Finally, simulation results show the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** underactuated mechanical systems; PPA robot; stable control; Lyapunov function

### 1 引言

PPA (passive-passive-active) 型机器人是一种新的在垂直平面上运动的三连杆欠驱动机械系统, 有3个自由度, 但只有1个驱动装置, 其中第3杆有驱动装置, 而第1和第2杆均没有驱动装置. 控制目标是从垂直向下的稳定平衡点摇起到垂直向上的不稳定平衡点, 并稳定在这个不稳定平衡点上. 与以往的欠驱动机器人相比, PPA型机器人具有更加复杂的欠驱动特性, 它有2个被动关节, 1个驱动关节, 对这类系统进行控制策略的研究更具挑战性.

从国内外的研究现况看, 对欠驱动机械系统的控制研究已有相当长的时间<sup>[1-2]</sup>, 但大多数的研究成果仅局限于驱动装置的数量比系统的自由度少1个

的情形, 如 Acrobot, Pendubot 和三杆体操机器人系统等<sup>[3-5]</sup>. 对于具有2个被动关节的多自由度欠驱动机械系统的控制研究, 目前还没有成熟的研究成果. 虽然 Suzuki等人<sup>[6]</sup>在2008年针对具有一个驱动装置的三连杆欠驱动机器人提出了一种振动控制的方法, 但只设计了一个动态的控制器将系统控制在一个垂直平面具有一定角度的倾斜位置, 无法实现静态的平衡稳定. 而对于三连杆欠驱动机器人, 人们往往期望它在完成一定的姿态运动后, 最终能实现稳定的平衡控制.

PPA型机器人具有2个被动关节, 要实现从姿态运动到平衡稳定控制具有很大的难度, 因为在运动的过程中很难用1个控制器协调控制3个连杆的姿态,

收稿日期: 2010-03-29; 修回日期: 2010-09-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61074112, 60674044).

作者简介: 赖旭芝(1966—), 女, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、机器人控制等研究; 潘昌忠(1984—), 男, 博士生, 从事欠驱动机器人、非线性控制的研究.

也无法采用单一的控制方式实现最终的稳定控制. 因此, 本文提出一种分区的控制策略, 通过将PPA型机器人的运动空间划分为摇起区和吸引区, 针对这2个区间分别设计控制规律进行摇起控制和平衡控制, 中间通过控制规律的切换实现由摇起区到吸引区的过渡.

在摇起的过程中, 一方面可以使PPA型机器人驱动杆的姿态逐步达到自然伸展, 这样, 从整个系统看, PPA型机器人实质上退化为一类Acrobot系统, 大大降低了控制难度; 另一方面, 要使系统完成摇起操作还必须不断增加系统的能量, 使其达到垂直向上位置时所具有的最大势能. 因此, 针对摇起区构造一类控制Lyapunov函数, 使其与驱动杆的角度和角速度以及系统能量相关, 通过保证控制Lyapunov函数的导数为半负定的方法设计摇起控制规律, 以实现摇起操作; 在吸引区, 基于不稳定平衡点处的近似线性模型设计一个最优控制律, 用于实现PPA机器人的平衡稳定. 最后通过仿真实验验证了所提出的控制方法的有效性.

## 2 PPA型机器人的动力学模型

PPA型欠驱动机器人的模型结构如图1所示. 连接在对应关节上的参数和变量定义如下:  $m_i$  为第  $i$  杆质量,  $L_i$  为第  $i$  杆长度,  $L_{c_i}$  为从第  $i$  关节到第  $i$  杆质心的距离,  $J_i$  为第  $i$  杆相对于质心的惯性,  $q_1$  为第1杆相对于  $y$  轴的角度,  $q_j$  为杆  $i-1$  的延长线与杆  $i$  所构成的角度 ( $j=2, 3$ ),  $\tau_3$  为作用在第3杆的控制力,  $g$  为重力加速度.

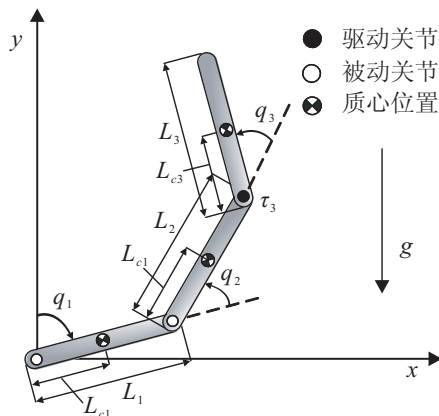


图1 PPA型机器人模型结构

令  $q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ , PPA型欠驱动机器人满足下列拉格朗日动力学方程:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) = \tau. \quad (1)$$

其中:  $\tau = [0 \ 0 \ \tau_3]^T$  为力矩向量;  $M(q)$  为惯性矩阵,  $H(q, \dot{q})$  为利里奥利力和离心力的结合,  $G(q)$  为重力, 它们分别具有如下表达式:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$H(q, \dot{q}) = [H_1 \ H_2 \ H_3]^T, \quad (3)$$

$$G(q) = [G_1 \ G_2 \ G_3]^T. \quad (4)$$

其中

$$M_{11} = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_4 + 2\alpha_3 \cos q_2 + 2\alpha_6 \cos q_3 + 2\alpha_5 \cos(q_2 + q_3),$$

$$M_{12} = \alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_3 \cos q_2 + \alpha_5 \cos(q_2 + q_3) + 2\alpha_6 \cos q_3,$$

$$M_{13} = \alpha_4 + \alpha_5 \cos(q_2 + q_3) + \alpha_6 \cos q_3,$$

$$M_{22} = \alpha_2 + \alpha_4 + 2\alpha_6 \cos q_3,$$

$$M_{23} = \alpha_4 + \alpha_6 \cos q_3,$$

$$M_{33} = \alpha_4;$$

$$H_1 = -\alpha_3(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_2 \sin q_2 - \alpha_5(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)(\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \sin(q_2 + q_3) - \alpha_6(2\dot{q}_1 + 2\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_3 \sin q_3,$$

$$H_2 = \alpha_3\dot{q}_1^2 \sin q_2 + \alpha_5\dot{q}_1^2 \sin(q_2 + q_3) - \alpha_6(2\dot{q}_1 + 2\dot{q}_2 + \dot{q}_3)\dot{q}_3 \sin q_3,$$

$$H_3 = \alpha_5\dot{q}_1^2 \sin(q_2 + q_3) + \alpha_6(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \sin q_3;$$

$$G_1 = -\beta_1 \sin q_1 - \beta_2 \sin(q_1 + q_2) - \beta_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$G_2 = -\beta_2 \sin(q_1 + q_2) - \beta_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3),$$

$$G_3 = -\beta_3 \sin(q_1 + q_2 + q_3).$$

式中  $\alpha_i$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 和  $\beta_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 分别定义为系统的结构参数, 分别为

$$\begin{cases} \alpha_1 = J_1 + m_1 L_{c1}^2 + (m_2 + m_3) L_1^2, \\ \alpha_2 = J_2 + m_2 L_{c2}^2 + m_3 L_2^2, \\ \alpha_3 = (m_2 L_{c2} + m_3 L_2) L_1, \\ \alpha_4 = J_3 + m_3 L_{c3}^2, \\ \alpha_5 = m_3 L_1 L_{c3}, \\ \alpha_6 = m_3 L_2 L_{c3}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \beta_1 = (m_1 L_{c1} + m_2 L_1 + m_3 L_1) g, \\ \beta_2 = (m_2 L_{c2} + m_3 L_2) g, \\ \beta_3 = m_3 L_{c3} g. \end{cases} \quad (6)$$

PPA型机器人总的机械能可表达为

$$E(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + P(q). \quad (7)$$

其中:  $\frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$  为系统的动能;  $P(q)$  为系统的势能, 表达式如下:

$$P(q) = \beta_1 \cos q_1 + \beta_2 \cos(q_1 + q_2) + \beta_3 \cos(q_1 + q_2 + q_3). \quad (8)$$

假设

$$\boldsymbol{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ \dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3]^T,$$

则方程(1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4, \\ \dot{x}_2 = x_5, \\ \dot{x}_3 = x_6, \\ \dot{x}_4 = f_1(x) + c_1(x)\tau_3, \\ \dot{x}_5 = f_2(x) + c_2(x)\tau_3, \\ \dot{x}_6 = f_3(x) + c_3(x)\tau_3. \end{cases} \quad (9)$$

其中

$$\begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} = M^{-1}(q) \begin{bmatrix} -H_1 - G_1 \\ -H_2 - G_2 \\ -H_3 - G_3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} c_1(x) \\ c_2(x) \\ c_3(x) \end{bmatrix} = M^{-1}(q) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

PPA型欠驱动机器人是一个复杂的非线性系统,它的运动控制很难采用单一的控制方式实现最终的稳定控制.因此,为了简化控制律的设计,其运动空间可分为2个部分:摇起区和吸引区.若将整个运动空间定义为 $\Sigma$ ,则吸引区 $\Sigma_1$ 定义为

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \min \left\{ \text{mod} \left( \frac{x_1}{2\pi} \right), 2\pi - \text{mod} \left( \frac{x_1}{2\pi} \right) \right\} \leq \varepsilon_1; \\ \min \left\{ \text{mod} \left( \frac{x_3}{2\pi} \right), 2\pi - \text{mod} \left( \frac{x_3}{2\pi} \right) \right\} \leq \varepsilon_2; \\ \min \left\{ \text{mod} \left( \frac{x_6}{2\pi} \right), 2\pi - \text{mod} \left( \frac{x_6}{2\pi} \right) \right\} \leq \varepsilon_3; \\ \min \left\{ \text{mod} \left( \frac{x_{12}}{2\pi} \right), 2\pi - \text{mod} \left( \frac{x_{12}}{2\pi} \right) \right\} \leq \varepsilon_4; \\ \min \left\{ \text{mod} \left( \frac{x_{123}}{2\pi} \right), 2\pi - \text{mod} \left( \frac{x_{123}}{2\pi} \right) \right\} \leq \varepsilon_5; \\ |E(q, \dot{q}) - E_0| \leq \varepsilon_6. \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $x_{12} = x_1 + x_2$ ,  $x_{123} = x_1 + x_2 + x_3$ ,  $\text{mod}(x/y)$ 为 $x$ 除以 $y$ 的余数;  $E_0$ 为机器人在垂直向上不稳定平衡点处所具有的势能;  $\varepsilon_i (i=1, 2, \dots, 5)$ 为正实数;  $\varepsilon_6$ 为任意小的正实数.摇起区 $\Sigma_2$ 定义为

$$\Sigma_2 := \Sigma - \Sigma_1. \quad (12)$$

### 3 PPA型机器人的控制策略设计

为了实现PPA型欠驱动机器人的控制目标,本文采用分区的控制方式分别进行摇起控制设计和平衡控制设计.

#### 3.1 摇起控制设计

摇起控制是将系统从低部的平衡位置摇起到垂直向上的不稳定平衡点处,实现摇起操作.对于具有一个被动关节的欠驱动两杆或三杆机器人,人们已分

别提出了基于部分反馈线性、基于能量、基于虚拟复合技术、脉冲动量以及智能控制等<sup>[8-14]</sup>多种摇起控制方法.其中基于系统能量进行摇起控制设计是一种非常有效的控制方法.对于PPA型欠驱动机器人,由于它仅具有一个驱动装置,为了有效实现摇起控制,可以让系统的驱动杆相对于它前一连杆逐步达到自然伸展的姿态,使PPA型机器人退化成类Acrobot,再同时考虑系统能量进行控制设计,以实现摇起控制.

基于此,选择如下控制Lyapunov函数来设计摇起区的控制律:

$$V(x) = \frac{1}{2} \{ \mu_1 [E(x) - E_0]^2 + \mu_2 x_3^2 + \mu_3 x_6^2 \}, \quad (13)$$

其中 $\mu_1$ ,  $\mu_2$ 和 $\mu_3$ 为正常数.

由式(7)和(8),可得系统总机械能的导数为

$$\dot{E}(x) = \dot{q}_3 \tau_3 = x_6 \tau_3. \quad (14)$$

因此,根据式(9), (13)和(14),可得 $V(x)$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) = & [\mu_2 x_3 + \mu_3 f_3(x)] x_6 + \\ & \{ \mu_1 [E(x) - E_0] + \mu_3 c_3(x) \} \tau_3 x_6. \end{aligned} \quad (15)$$

如果选择控制力 $\tau_3$ 使得

$$\begin{aligned} & \mu_2 x_3 + \mu_3 f_3(x) + \\ & \{ \mu_1 [E(x) - E_0] + \mu_3 c_3(x) \} \tau_3 = -\gamma x_6, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\gamma > 0$ 为一个设计参数,则可以保证下式成立:

$$\dot{V}(x) = -\gamma x_6^2 < 0, \quad \forall x_6 \neq 0. \quad (17)$$

从式(16)可以看出,当

$$\mu_1 [E(x) - E_0] + \mu_3 c_3(x) \neq 0 \quad (18)$$

时,可将摇起区的控制律设计为

$$\tau_3 = \frac{-\mu_2 x_3 - \mu_3 f_3(x) - x_6 \gamma}{\mu_1 [E(x) - E_0] + \mu_3 c_3(x)}. \quad (19)$$

事实上,很难保证式(18)成立,因为由式(10)可知

$$c_3(x) = \frac{M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}}{\det(M)}. \quad (20)$$

其中:  $\det(M)$ 为正定矩阵 $M$ 的行列式,  $\det(M) > 0$ ;  $M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}$ 为正定矩阵 $M$ 的二阶主子式,  $M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} > 0$ .因此,  $c_3(x)$ 是一个光滑的始终大于零的函数.对于式(18)的左端,在能量达到 $E_0$ 之前有 $-E_0 \leq E(x) \leq E_0$ ,且 $\alpha_3$ 为正常数,因此在整个控制过程中,可能会出现

$$\mu_1 [E(x) - E_0] + \mu_3 c_3(x) = 0 \quad (21)$$

的情况,从而控制律 $\tau_3$ 的分母变成了零,使系统控制产生了奇异值.

关于奇异值的避免方法,人们进行了比较多的研究<sup>[4,9,15]</sup>,如文献[4]通过对系统的能量进行约束,使之在摇起区内接近但又达不到最大势能来避免奇异值,但这种方法会对系统进入吸引区产生不利影响; [9]设计的参数使得系统的控制时间过长; [15]采用模糊控制对控制律的分母进行了模糊调节,极大地改善了控制效果,但设计过程较复杂.为了有效地避免奇

异现象,这里采用如下一种即简便又有效的设计方法.

为了保证控制规律(19)不出现奇异值,一种简便的方法是使其分母大于零,即式(18)的左端恒大于零.因此,对于参数 $\mu_3$ ,如果对它的选取满足

$$\mu_3 > -\frac{\mu_1[E(x) - E_0]}{c_3(x)}, \quad (22)$$

则

$$\mu_1[E(x) - E_0] + \mu_3 c_3(x) > 0 \quad (23)$$

将恒成立.特别地,可将 $\mu_3$ 取为

$$\mu_3 = \frac{\mu_1 |E(x) - E_0|_{\max}}{c_{3 \min}} + \delta = \frac{2\mu_1 E_0}{c_{3 \min}} + \delta, \quad (24)$$

其中 $\delta$ 为一小的正实数.

从上述摇起控制设计的过程可知,基于控制Lyapunov函数(13)所设计的控制律(19),以及式(24)的参数选取方法,可以使系统(9)在克服奇异现象的同时完成摇起操作,即使PPA型机器人在能量增加的同时,使第3杆(驱动杆)朝着自然伸展的趋势运动.

### 3.2 平衡控制设计

平衡控制器用于实现PPA机器人的平衡稳定.这里采用二次型的线性调节控制对PPA机器人位于垂直向上不稳定平衡点处的近似线性模型设计一个最优控制规律,以实现最终的平衡稳定.

当PPA机器人进入到吸引的范围时,即满足式(11)的条件,在线性近似的过程中,可采用如下的近似处理:

$$\begin{cases} \cos x_3 \approx 1, \cos(x_2 + x_3) \approx 1; \\ \dot{x}_i \approx 0, i = 4, 5, 6; \\ \sin x_1 \approx x_1, \\ \sin(x_1 + x_2) \approx x_1 + x_2, \\ \sin(x_1 + x_2 + x_3) \approx x_1 + x_2 + x_3. \end{cases}$$

设垂直向上的不稳定平衡点为 $x=0$ ,则对式(9)在该点处进行线性化,可得吸引区的线性模型

$$\dot{x} = Ax + B\tau_3. \quad (25)$$

针对式(25),定义如下优化目标:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + R\tau_3^2) dt, \quad (26)$$

其中 $Q > 0, R > 0$ 为正定的加权矩阵.根据最优控制的求解方法,可得如下最优控制规律:

$$\tau_3 = -Fx. \quad (27)$$

式中 $F = R^{-1}B^T P, P = P^T > 0$ 为如下黎卡提方程的解:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0. \quad (28)$$

根据最优控制的稳定性理论,式(26)能够保证吸引区模型(25)的稳定性,从而实现PPA机器人的平衡稳定控制.

## 4 仿真结果

PPA型机器人的物理结构参数如表1所示.

表1 PPA机器人物理结构参数

连杆 $i$	连杆 1	连杆 2	连杆 3
$m_i / \text{kg}$	1.285	5.686	2.162
$L_i / \text{m}$	0.340	0.290	0.520
$L_{ci} / \text{m}$	0.170	0.145	0.260
$J_i / (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.0122	0.0398	0.0478

平衡区的参数定义为 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \pi/8, \varepsilon_3 = 10^{-4}, \varepsilon_6 = 1.0 \text{ J}$ .控制律(19)中, $\mu_1 = 0.8, \mu_2 = 55, E_0 = 47.9783 \text{ J}$ ;式(24)中, $c_{3 \min} = 5.34, \delta = 0.5$ ;式(25)的加权矩阵取为 $Q = I_6$ 和 $R = 5$ .通过求解优化目标(26),可得吸引区的最优反馈控制律为

$$F = [-1224 \quad -388 \quad -177 \quad -307 \quad -132 \quad -42]. \quad (29)$$

图2~图4显示了PPA型机器人从初始状态为 $x = [\pi \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 开始运动到最终实现平衡稳定的

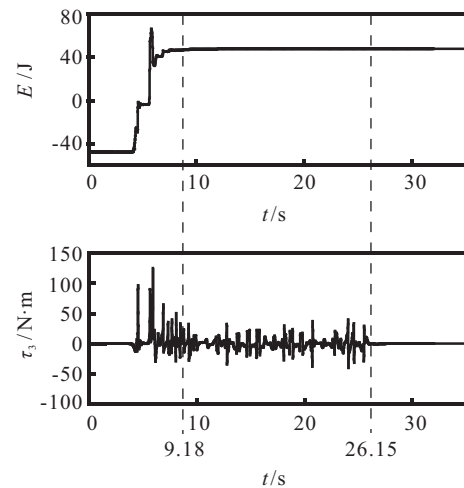


图2 能量和控制力矩变化曲线

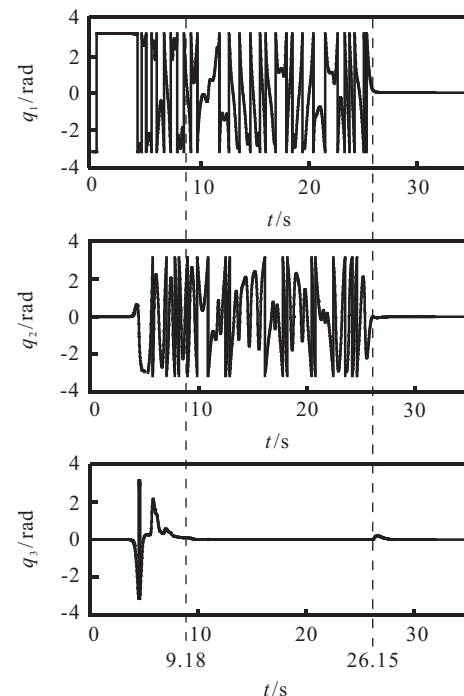


图3 三杆角度变化曲线

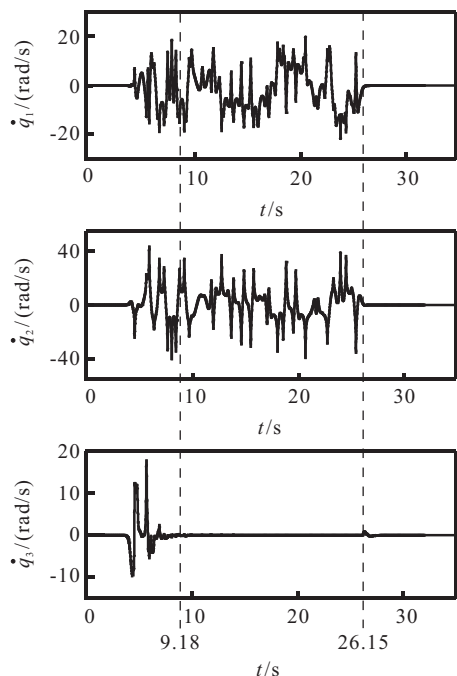


图4 三杆角速度变化曲线

能量和控制力矩、角度以及角速度的变化曲线。从整个运动过程可知：在  $t = 9.18\text{ s}$  时，PPA 机器人在摇起控制律 (19) 的作用下，能量会首先达到垂直向上位置时的势能，同时第 3 杆（即驱动杆）的姿态达到相对于前一连杆呈自然伸展；经过一定时间的姿态调整，在  $t = 26.15\text{ s}$  时，PPA 机器人进入吸引区，控制律转换至平衡控制律 (27)，最后整个系统在 27 s 内实现稳定。

## 5 结论

本文研究了一种新的 PPA 型三连杆欠驱动机器人的运动控制问题，提出了一种分区的控制策略。通过将系统的运动空间划分为摇起区和吸引区，分别针对 2 个区间进行了摇起控制和平衡控制设计。在摇起区，通过将 PPA 型机器人退化为类 Acrobot，应用一种控制 Lyapunov 函数的控制方法来增加系统能量以及使驱动杆收敛致零，同时采用一种简便有效的参数选取方法避免了奇异值，实现了摇起控制；然后基于最优控制方法设计了平衡控制律，实现了系统的平衡稳定。最后以仿真实验验证了所提出方法的有效性。

值得一提的是，本文的摇起控制是基于驱动杆姿态和能量进行设计的，它保证了后两杆呈自然伸展的姿态，从而简化了控制过程。同时也看到，被动杆的姿态仍需要一定的调整时间后才能进入吸引区，从而导致控制时间相对较长。如何从理论上分析和探讨被动杆的运动姿态，保证其收敛性，是今后需要做的研究工作。

## 参考文献(References)

[1] Oriolo G, Nakamura Y. Control of mechanical systems with second-order nonholonomic constraints:

Underactuated manipulators[C]. Proc of 30th IEEE Conf on Decision and Control. Brighton, 1991: 2398-2403.

[2] 高丙团, 陈宏钧, 张晓华. 欠驱动机械系统控制设计综述[J]. 电机与控制学报, 2006, 10(5): 541-546.

(Gao B T, Chen H J, Zhang X H. Control design for underactuated mechanical systems: A survey[J]. Electric Machines and Control, 2006, 10(5): 541-546.)

[3] Spong M W. The swing up control problem for the acrobot[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1995, 15(1): 49-55.

[4] Fantoni I, Lozano R, Spong M W. Energy based control of the pendubot[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(4): 725-729.

[5] 李祖根, 张华, 古建功, 等. 3关节单杠体机器人的动力学参数辨识[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 242-246.

(Li Z S, Zhang H, Gu J G, et al. Dynamic parameter identification of three-link acrobot on horizontal bar[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(2): 242-246.)

[6] Suzuk T, Kinoshita T, Gunji S. Analysis and control of 3R underactuated manipulator[C]. SICE Annual Conf on University Electro-Communications. Tokyo, 2008: 3086-3090.

[7] 高丙团, 张晓华, 陈宏钧. 基于快速起摆的Furuta摆切换控制系统[J]. 控制与决策, 2008, 23(11): 1277-1285.

(Gao B T, Zhang X H, Chen H J. Switching control of Furuta pendulum system with aggressive swing-up[J]. Control and Decision, 2008, 23(11): 1277-1285.)

[8] 赖旭芝, 蔡畅, 吴敏, 等. 基于部分反馈线性化的三杆体操机器人控制策略[J]. 高技术通讯, 2009, 11(9): 81-84.

(Lai X Z, Cai C, Wu M, et al. Control strategy based on partial feedback linearization for a three-link gymnastic robot[J]. High Technology Letters, 2009, 11(9): 81-84.)

[9] Xin X, Kaneda M. The swing up control for the Acrobot based on energy control approach[C]. Proc of 41st IEEE Conf on Decision and Control. Las Vegas: IEEE, 2002: 3261-3266.

[10] 傅雪冬, 裴海龙, 吴国钊. Pendubot的基于能量的非线性控制[J]. 机器人, 2000, 22(6): 451-456.

(Fu X D, Pei H L, Wu G Z. Energy-based onlinear control of Pendubot[J]. Robot, 2000, 22(6): 451-456.)

[11] 田彦涛, 宋彦, 张佩杰. Acrobot基于能量的摇起控制算法与运动特性分析[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2009, 39(2): 467-472.

(Tian Y T, Song Y, Zhang P J. Swing up control of acrobot based on the energy and the analysis of the swing up process[J]. J of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2009, 39(2): 467-472.)