

文章编号: 1001-0920(2011)07-0998-06

## 不校准视觉参数的非完整运动学系统的鲁棒指数镇定

梁振英<sup>1a,2</sup>, 王朝立<sup>1b</sup>

(1. 上海理工大学 a. 管理学院, b. 光电学院, 上海 200093; 2. 山东理工大学 理学院, 山东 淄博 255049)

**摘要:** 基于视觉反馈和非完整(1,2)型移动机器人的标准链式形式,探讨了具有不校准视觉参数的机器人的鲁棒镇定问题,得到了这种机器人在图像平面内新的非完整运动学系统的不确定链式模型.借助于状态缩放和切换技术,对非完整不确定链式模型提出了新的指数镇定的时变反馈控制器,并给出了指数镇定的严格证明.仿真结果验证了控制器设计的有效性.

**关键词:** 非完整系统; 链式形式; 镇定; 移动机器人

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Robust exponential stabilization of nonholonomic kinematic systems with uncalibrated visual parameters

LIANG Zhen-ying<sup>1a,2</sup>, WANG Chao-li<sup>1b</sup>

(1a. Business School, 1b. School of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. School of Science, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China. Correspondent: LIANG Zhen-ying, E-mail: lzhenying@126.com)

**Abstract:** The visual servoing stabilization of nonholonomic mobile robots with uncertain camera parameters is investigated based on the visual feedback and the common chained form of type(1,2) mobile robot. A new uncertain model of nonholonomic kinematic systems in the image plane for this kind of robots is obtained, which is a chained form with uncalibrated visual parameters. A novel time varying feedback controller is proposed for exponentially stabilizing the nonholonomic chained system with unknown parameters with help of state-scaling and switching technique. The exponential stability of the closed loop system is rigorously proved. Simulation results show the effectiveness of the proposed methods.

**Key words:** nonholonomic system; chained form; stabilization; mobile robot

### 1 引言

近 10 几年来,随着自主控制的发展,非完整系统的控制和镇定问题得到了广泛关注和研究<sup>[1]</sup>.具有速度约束的移动机器人是一类典型的非完整控制系统<sup>[2]</sup>.在这类机器人的控制中,一般假设其状态可以通过传感器量测得到.但是,在实际中有很多理想的条件得不到满足,例如运动学模型的不确定性,机械方面的限制,噪声和干扰等.这些不确定因素影响了机器人传感器测量到的状态值.

指数收敛是控制系统的重要性能指标.对不连续时变或不连续反馈规律进行的设计<sup>[3]</sup>能够保证非完整链式系统的指数调节.文献[4-5]中设计的控制器,可以以指数镇定具有漂移项和扰动的不确定非完整

链式系统,但系统中只含有单链,其结论要求模型结构必须满足三角条件.

近年来,由于计算机计算能力的快速增强以及机器视觉的发展,视觉反馈在关节机器人领域得到了广泛的应用.视觉反馈的优点是可以实施无接触测量和非结构环境量测,可以模拟人的视觉感官,从而提高控制系统的性能.许多学者对未校准视觉参数的非完整链式系统进行过控制研究<sup>[6-7]</sup>.最近,文献[7-9]对具有视觉反馈和未校准视觉参数的非完整(2,0)型和(1,1)型机器人<sup>[2]</sup>,提出了新的二步法,并运用滑模等技术解决了不确定非完整运动学系统的反馈跟踪、鲁棒调节和镇定等问题.

本文探讨了含有不校准视觉参数的(1,2)型移动

收稿日期: 2010-04-05; 修回日期: 2010-06-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60874002); 上海市教委重点科技创新项目(09ZZ158); 上海市重点学科项目(S30501); 上海市研究生创新基金项目(JWCXSL1001).

作者简介: 梁振英(1964—),女,副教授,博士,从事非线性控制、机器人视觉反馈控制等研究; 王朝立(1965—),男,教授,博士生导师,从事非线性控制、视觉反馈控制等研究.

机器人<sup>[2]</sup>的指数镇定问题. 主要贡献有两点: 一是对(1,2)型机器人提出了一个新的不确定链式模型; 二是设计了新的控制器, 该控制器可以以指数镇定新的不确定链式系统.

## 2 问题描述

### 2.1 摄像机视觉模型

图1是单目摄像机下的移动机器人. 假设单目摄像机固定在天花板上, 摄像机的图像平面平行于机器人工作平面. 建立3个坐标系: 惯性坐标系  $X-Y-Z$ , 摄像机坐标系  $x-y-z$  和图像坐标系  $u-o_1-v$ . 假设摄像机坐标平面  $x-y$  与图像坐标平面  $u-v$  相同.  $C$  点是摄像机光轴与  $X-Y$  平面的交叉点, 在  $X-Y$  平面中的坐标是  $(c_x, c_y)$ . 摄像机坐标原点在图像坐标系中的坐标是  $(O_{c_1}, O_{c_2})$ . 机器人的质心在  $X-Y$  平面上的坐标是  $(x, y)$ . 假设质心  $(x, y)$  在图像平面中的坐标是  $(x_m, y_m)$ , 则单目摄像机模型为

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \end{bmatrix} R(\theta_0) \left[ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \right] + \begin{bmatrix} O_{c_1} \\ O_{c_2} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

其中:  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  为2个正常数, 它们依赖于摄像机深度信息(物体与摄像机镜头之间的距离)、焦距以及分别沿  $u$  轴和  $v$  轴的像素放大倍数<sup>[6]</sup>; 而

$$R(\theta_0) = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$\theta_0$  代表沿逆时针方向  $u$  轴与  $X$  轴的夹角.

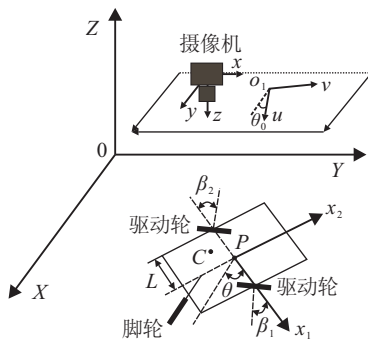


图1 单目摄像机下的移动机器人

### 2.2 (1,2)型机器人的运动学模型

图1描述的非完整(1,2)型机器人<sup>[2]</sup>有2个驱动轮和1个脚轮.  $P$  点是沿着轮轴  $x_1$  方向的2个驱动轮轮轴的中心点,  $L$  是2个驱动轮之间距离的1/2,  $\theta$  是  $x_1$  轴与  $X$  轴之间的夹角,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  是2个驱动轮平面方向与  $x_1$  轴的夹角. 假设机器人的几何中心与质点相同, 则机器人的非完整约束为

$$(\cos \beta_1, \sin \beta_1, L \sin \beta_1)H(\theta)\dot{q} = 0,$$

$$(-\cos \beta_2, -\sin \beta_2, L \sin \beta_2)H(\theta)\dot{q} = 0.$$

其中  $q = (x, y, \theta)^T$ , 且

$$H(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

则(1,2)型机器人的非完整运动学系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x} = -Lv_1[\sin \beta_1 \sin(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \sin(\theta + \beta_1)], \\ \dot{y} = Lv_1[\sin \beta_1 \cos(\theta + \beta_2) + \sin \beta_2 \cos(\theta + \beta_1)], \\ \dot{\theta} = v_1 \sin(\beta_2 - \beta_1), \\ \dot{\beta}_1 = v_2, \\ \dot{\beta}_2 = v_3. \end{cases} \quad (3)$$

其中  $v_1, v_2, v_3$  分别代表脚轮和2个驱动轮的角速度. 对系统(3)进行状态和控制输入变换<sup>[10]</sup>, 可得下列标准链式系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = x_2 u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1, \\ \dot{x}_3 = x_4 u_0, \\ \dot{x}_4 = u_2. \end{cases} \quad (4)$$

系统(4)被称为2链3输入的标准链式系统. 许多文献研究了状态变量可测时多输入链式系统的镇定问题<sup>[11]</sup>. 某些情况下, 系统(3)中的  $(x, y)$  可通过马达编码器进行量测. 但是, 这种方法会产生失调和准确度低的问题. 摄像机可以方便地用来提供无接触和未知环境结构的坐标信息, 但用来反馈的数据必须在摄像机视觉参数校准后才可以. 而视觉参数的校准需要进行大量的计算, 有时甚至是不可能实现的. 本文讨论视觉参数不校准的情况下, 用基于图像的视觉反馈进行镇定的问题. 如果系统(3)中的  $(x, y)$  是通过图1中的具有不校准参数的摄像机得到的, 则利用式(1), 可以推导出(1,2)型机器人的不确定链式模型.

### 3 (1,2)型机器人的不确定链式模型

对于系统(3), 由式(1)和(2)可得<sup>[12]</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 Lv_1 (s_1 s_{\Delta 2} + s_2 s_{\Delta 1}) \\ \alpha_2 Lv_1 (s_1 c_{\Delta 2} + s_2 c_{\Delta 1}) \\ v_1 s_{21} \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

这里

$$\begin{aligned} s_1 &= \sin \beta_1, \quad s_{\Delta i} = \sin(\theta - \theta_0 + \beta_i), \\ s_2 &= \sin \beta_2, \quad c_{\Delta i} = \cos(\theta - \theta_0 + \beta_i), \\ i &= 1, 2, \quad s_{21} = \sin(\beta_2 - \beta_1). \end{aligned}$$

进行下列状态变换和输入变换

$$\begin{cases} x_0 = \theta, \\ x_1 = x_m c + y_m s, \\ x_2 = -x_m s + y_m c - 2L \frac{s_1 s_2}{s_{21}}, \\ x_3 = x_m s - y_m c, \\ x_4 = x_m c + y_m s - L \frac{s_{12}}{s_{21}}; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} u_0 = v_1 s_{21}, \\ u_1 = -x_4 v_1 s_{21} - 2L v_2 \frac{s_2^2}{s_{21}^2} + 2L v_3 \frac{s_1^2}{s_{21}^2}, \\ u_2 = x_2 v_1 s_{21} - L v_2 \frac{\sin(2\beta_2)}{s_{21}^2} + L v_3 \frac{\sin(2\beta_1)}{s_{21}^2}. \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $s = \sin \theta, c = \cos \theta, s_{12} = \sin(\beta_1 + \beta_2)$ . 可得不确定链式系统模型<sup>[12]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = x_2 u_0 + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)(\alpha_{12} s_0 + \alpha_{21} s_\theta) u_0 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)(2 - \alpha_{12} c_0 + \alpha_{21} c_\theta) u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)(\alpha_{12} s_0 - \alpha_{21} s_\theta) u_0 - \frac{1}{2}(x_1 - x_4)(2 - \alpha_{12} c_0 - \alpha_{21} c_\theta) u_0, \\ \dot{x}_3 = x_4 u_0 + \frac{1}{2}(x_2 + x_3)(\alpha_{12} s_0 - \alpha_{21} s_\theta) u_0 + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)(2 - \alpha_{12} c_0 - \alpha_{21} c_\theta) u_0, \\ \dot{x}_4 = u_2 + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)(\alpha_{12} s_0 + \alpha_{21} s_\theta) u_0 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)(2 - \alpha_{12} c_0 + \alpha_{21} c_\theta) u_0. \end{cases} \quad (8)$$

其中:  $\alpha_{12} = \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_{21} = \alpha_2 - \alpha_1, s_0 = \sin \theta_0, c_0 = \cos \theta_0, s_\theta = \sin(2x_0 - \theta_0), c_\theta = \cos(2x_0 - \theta_0)$ .

注意到  $s_\theta = -s_0 + \Psi, c_\theta = c_0 + \Phi$ . 其中

$$\begin{aligned} \Psi &= c_0 \sin(2x_0) + 2s_0 \sin^2 x_0, \\ \Phi &= s_0 \sin(2x_0) - 2c_0 \sin^2 x_0. \end{aligned} \quad (9)$$

式(8)可另写为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = -x_3 u_0 + (x_1 - x_4)\alpha_1 s_0 u_0 + (x_2 + x_3)\alpha_1 c_0 u_0 + \Gamma_1 u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1 - (x_2 + x_3)\alpha_2 s_0 u_0 - (x_1 - x_4)(1 - \alpha_2 c_0) u_0 + \Gamma_2 u_0, \\ \dot{x}_3 = x_1 u_0 + (x_2 + x_3)\alpha_2 s_0 u_0 - (x_1 - x_4)\alpha_2 c_0 u_0 + \Gamma_3 u_0, \\ \dot{x}_4 = u_2 + (x_1 - x_4)\alpha_1 s_0 u_0 - (x_2 + x_3)(1 - \alpha_1 c_0) u_0 + \Gamma_4 u_0. \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{1}{2}(x_1 - x_4)\alpha_{21} \Psi - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)\alpha_{21} \Phi, \\ \Gamma_2 &= \frac{1}{2}(x_2 + x_3)\alpha_{21} \Psi + \frac{1}{2}(x_1 - x_4)\alpha_{21} \Phi, \\ \Gamma_3 &= -\frac{1}{2}(x_2 + x_3)\alpha_{21} \Psi - \frac{1}{2}(x_1 - x_4)\alpha_{21} \Phi, \\ \Gamma_4 &= \frac{1}{2}(x_1 - x_4)\alpha_{21} \Psi - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)\alpha_{21} \Phi. \end{aligned} \quad (11)$$

相对于标准链式模型(4), 系统(10)中增加了3个参数  $\theta_0, \alpha_1$  和  $\alpha_2$ . 实际上, 在摄像机校准之前, 它们是未知的, 所以式(10)是含有未知参数的非完整链式系统. 下面讨论其鲁棒镇定问题.

#### 4 控制器设计

对于不确定非完整链式系统(10), 基于下面2个假设设计指数镇定控制器.

**假设 1**  $\theta_0$  已知,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  未知;

**假设 2** 对于正的未知视觉参数  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ , 存在已知正的常数  $\underline{\alpha}_1, \bar{\alpha}_1, \underline{\alpha}_2$  和  $\bar{\alpha}_2$  使得

$$0 < \underline{\alpha}_1 \leq \alpha_1 \leq \bar{\alpha}_1, 0 < \underline{\alpha}_2 \leq \alpha_2 \leq \bar{\alpha}_2. \quad (12)$$

**注 1** 以上假设条件不是很苛刻. 一般而言, 摄像机焦距等标量因素的上下界预先是可以估计的.

**注 2**  $\theta_0 = 0$  意味着  $u$  轴与  $X$  轴方向相同. 有的摄像机(例如部分用于图像采集的数码相机)就是这样设计的.

**注 3** 对于系统(5), 在假设1( $\theta_0$  已知)的条件下, 进行变换  $\varphi = \theta - \theta_0$ , 则系统(5)变为以  $x_m, y_m, \varphi, \beta_1$  和  $\beta_2$  为变量的系统. 这相当于系统(5)在  $\theta_0 = 0$  时的情形.

不确定链式系统(10)在  $\theta_0$  已知条件下的镇定问题可通过变量代换转化为  $\theta_0 = 0$  时的情况. 这里只需讨论系统(10)在  $\theta_0 = 0$  时的控制器设计问题.

对于系统(10), 当  $\theta_0 = 0$  时, 由式(9)得

$$s_0 = 0, c_0 = 1, \Psi = \sin(2x_0), \Phi = -2\sin^2 x_0.$$

系统(10)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_0, \\ \dot{x}_1 = -x_3 u_0 + \frac{1}{2}\alpha_{21}(x_1 - x_4)\sin(2x_0)u_0 + (x_2 + x_3)(\alpha_1 + \alpha_{21}\sin^2 x_0)u_0, \\ \dot{x}_2 = u_1 + \frac{1}{2}\alpha_{21}(x_2 + x_3)\sin(2x_0)u_0 - (x_1 - x_4)(1 - \alpha_2 + \alpha_{21}\sin^2 x_0)u_0, \\ \dot{x}_3 = x_1 u_0 - \frac{1}{2}\alpha_{21}(x_2 + x_3)\sin(2x_0)u_0 - (x_1 - x_4)(\alpha_2 - \alpha_{21}\sin^2 x_0), \\ \dot{x}_4 = u_2 + \frac{1}{2}\alpha_{21}(x_1 - x_4)\sin(2x_0)u_0 - (x_2 + x_3)(1 - \alpha_1 - \alpha_{21}\sin^2 x_0)u_0. \end{cases} \quad (13)$$

对于式 (13), 控制输入

$$u_0 = -\lambda_0 x_0, \tag{14}$$

其中  $\lambda_0$  是大于零的常数, 则  $\dot{x}_0 = -\lambda_0 x_0$ , 且

$$x_0(t) = x_0(0)e^{-\lambda_0 t}, t \geq 0. \tag{15}$$

其中  $x_0(0)$  是  $t=0$  时  $x_0(t)$  的初始值.

当  $x_0(0) \neq 0$  时, 进行下列状态缩放变换:

$$\begin{cases} y_1 = x_1/x_0, \\ y_2 = x_2, \\ y_3 = x_3/x_0, \\ y_4 = x_4; \end{cases} \tag{16}$$

以及控制输入

$$\begin{cases} u_1 = \lambda_0(k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3 + k_4 y_4), \\ u_2 = \lambda_0(p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + p_4 y_4). \end{cases}$$

可得系统

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = (\lambda_0 y_1 - \lambda_0 \alpha_1 y_2) - \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{2x_0} y_1 - \lambda_0 \alpha_{21} s_{x_0}^2 y_2 + \lambda_0 x_0 (1 - \alpha_1 - \alpha_{21} s_{x_0}^2) y_3 + \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} s_{2x_0} y_4, \\ \dot{y}_2 = (\lambda_0 k_1 y_1 + \lambda_0 k_2 y_2 + \lambda_0 k_3 y_3 + \lambda_0 k_4 y_4) + \lambda_0 x_0^2 (1 - \alpha_2 + \alpha_{21} s_{x_0}^2) y_1 - \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{2x_0} y_2 - \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} x_0^2 s_{2x_0} y_3 - \lambda_0 x_0 (1 - \alpha_2 + \alpha_{21} s_{x_0}^2) y_4, \\ \dot{y}_3 = (\lambda_0 y_3 - \lambda_0 \alpha_2 y_4) - \lambda_0 x_0 (1 - \alpha_2 + \alpha_{21} s_{x_0}^2) y_1 + \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} s_{2x_0} y_2 + \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{2x_0} y_3 + \lambda_0 \alpha_{21} s_{x_0}^2 y_4, \\ \dot{y}_4 = (\lambda_0 p_1 y_1 + \lambda_0 p_2 y_2 + \lambda_0 p_3 y_3 + \lambda_0 p_4 y_4) - \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} x_0^2 s_{2x_0} y_1 + \lambda_0 x_0 (1 - \alpha_1 - \alpha_{21} s_{x_0}^2) y_2 + \lambda_0 x_0^2 (1 - \alpha_1 - \alpha_{21} s_{x_0}^2) y_3 + \frac{1}{2} \lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{2x_0} y_4. \end{cases} \tag{17}$$

其中:  $k_i$  和  $p_i (i = 1, 2, 3, 4)$  是待设计的控制器参数,  $s_{x_0} = \sin x_0, c_{x_0} = \cos x_0, s_{2x_0} = \sin(2x_0)$ .

式 (17) 可以写成如下矩阵形式:

$$\dot{Y} = [A_0 + B_0(t)]Y. \tag{18}$$

其中  $Y = [y_1, y_2, y_3, y_4]^T$ , 且

$$A_0 = \begin{bmatrix} \lambda_0 & -\lambda_0 \alpha_1 & 0 & 0 \\ \lambda_0 k_1 & \lambda_0 k_2 & \lambda_0 k_3 & \lambda_0 k_4 \\ 0 & 0 & \lambda_0 & -\lambda_0 \alpha_2 \\ \lambda_0 p_1 & \lambda_0 p_2 & \lambda_0 p_3 & \lambda_0 p_4 \end{bmatrix},$$

$$B_0(t) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}.$$

式中

$$\begin{aligned} b_{11} &= -\lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{x_0} c_{x_0}, & b_{12} &= -\lambda_0 \alpha_{21} s_{x_0}^2, \\ b_{13} &= \lambda_0 x_0 (1 - \alpha_1 - \alpha_{21} s_{x_0}^2), & b_{14} &= \lambda_0 \alpha_{21} s_{x_0} c_{x_0}, \\ b_{21} &= \lambda_0 x_0^2 (1 - \alpha_2 + \alpha_{21} s_{x_0}^2), & b_{22} &= -\lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{x_0} c_{x_0}, \\ b_{24} &= -\lambda_0 x_0 (1 - \alpha_2 + \alpha_{21} s_{x_0}^2), & b_{23} &= -\lambda_0 \alpha_{21} x_0^2 s_{x_0} c_{x_0}, \\ b_{31} &= -\lambda_0 x_0 (1 - \alpha_2 + \alpha_{21} s_{x_0}^2), & b_{32} &= \lambda_0 \alpha_{21} s_{x_0} c_{x_0}, \\ b_{33} &= \lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{x_0} c_{x_0}, & b_{34} &= \lambda_0 \alpha_{21} s_{x_0}^2, \\ b_{41} &= -\lambda_0 \alpha_{21} x_0^2 s_{x_0} c_{x_0}, & b_{42} &= \lambda_0 x_0 (1 - \alpha_1 - \alpha_{21} s_{x_0}^2), \\ b_{43} &= \lambda_0 x_0^2 (1 - \alpha_1 - \alpha_{21} s_{x_0}^2), & b_{44} &= \lambda_0 \alpha_{21} x_0 s_{x_0} c_{x_0}. \end{aligned}$$

本文的目标是设计  $k_i$  和  $p_i (i = 1, 2, 3, 4)$ , 从而指数镇定式 (18). 为此, 介绍下面 3 个引理:

**引理 1**<sup>[13]</sup> 若  $A \in R^{4 \times 4}$ , 矩阵  $A$  的特征多项式为

$$|\lambda I - A| = \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4,$$

则  $A$  是 Hurwitz 矩阵, 当且仅当  $a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0$  且  $\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 > 0$ .

引理 1 是 Routh-Hurwitz 判据的直接应用<sup>[13]</sup>.

**引理 2**<sup>[14]</sup> 考虑时变线性系统

$$\dot{x} = (A + B(t))x, \tag{19}$$

其中  $x \in R^n$  是状态向量. 若  $A \in R^{n \times n}$  是 Hurwitz 矩阵, 且对于  $B(t) \in R^{n \times n}$  中的任意一个元素  $b_{ij}(t)$ , 当  $(t \rightarrow \infty) (i, j = 1, 2, \dots, n)$  时,  $b_{ij}(t)$  指数收敛于零, 则系统 (19) 是指数稳定的.

引理 2 是参考文献 [14] 第 115 页结论的一个推论.

**引理 3** 对于系统 (18) 中的矩阵  $A_0$ , 选择  $k_i$  和  $p_i (i = 1, 2, 3, 4)$  满足

$$\begin{aligned} k_3 &= k_4 = 0, & p_1 &= p_2 = 0, & m &> 0, \\ n &> 0, & k_1 &> \frac{m+1}{\alpha_1}, & k_2 &= -(m+1), \\ p_3 &> \frac{n+1}{\alpha_2}, & p_4 &= -(n+1), \end{aligned} \tag{20}$$

则  $A_0$  是 Hurwitz 矩阵.

**证明** 若矩阵  $A_0$  的特征多项式为

$$|\lambda I - A_0| = \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4,$$

选择  $k_3 = k_4 = 0$  和  $p_1 = p_2 = 0$ , 则

$$\begin{aligned} a_1 &= -(k_2 + p_4 + 2)\lambda_0, \\ a_2 &= [(k_2 + 1)(p_4 + 1) + (k_2 + k_1 \alpha_1) + (p_4 + p_3 \alpha_2)]\lambda_0^2, \\ a_3 &= -[(k_2 + 1)(p_4 + p_3 \alpha_2) + (p_4 + 1)(k_2 + k_1 \alpha_1)]\lambda_0^3, \\ a_4 &= (k_2 + k_1 \alpha_1)(p_4 + p_3 \alpha_2)\lambda_0^4. \end{aligned}$$

令  $a = k_2 + 1, b = p_4 + 1, e = k_2 + k_1 \alpha_1, d = p_4 + p_3 \alpha_2$ , 则

$$\begin{aligned} a_1 &= -(a + b)\lambda_0, & a_2 &= (ab + e + d)\lambda_0^2, \\ a_3 &= -(ad + be)\lambda_0^3, & a_4 &= (ed)\lambda_0^4, \end{aligned}$$

$$\Delta_3 = a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_3^2 = [ab(e-d)^2 + ab(a^2 d + b^2 e) + a^2 b^2 (e+d)] \lambda_0^6.$$

选择  $k_1, k_2, p_3$  和  $p_4$  满足式 (20), 则容易得到下列结果:

$$\begin{aligned} a &= -m < 0, \quad b = -n < 0, \\ e &> -(m+1) + \frac{m+1}{\alpha_1} \alpha_1 > 0, \\ d &> -(n+1) + \frac{n+1}{\alpha_2} \alpha_2 > 0, \\ a_1 &= (m+n)\lambda_0 > 0, \quad a_2 > mn > 0, \\ a_3 &> 0, \quad a_4 > 0, \quad \Delta_3 > 0. \end{aligned}$$

则由引理 1 知,  $A_0$  是 Hurwitz 矩阵.  $\square$

上述分析可归纳为下列定理:

**定理 1** 对于不确定链式系统 (13), 基于假设 1 和假设 2, 若  $x_0(0) \neq 0, \lambda_0 > 0$ , 进行状态缩放变换 (16), 并选择下列控制器:

$$\begin{cases} u_0 = -\lambda_0 x_0, \\ u_1 = k_1 y_1 + k_2 y_2 + k_3 y_3 + k_4 y_4, \\ u_2 = p_1 y_1 + p_2 y_2 + p_3 y_3 + p_4 y_4. \end{cases} \quad (21)$$

则当  $k_i, p_i (i=1, 2, 3, 4)$  满足式 (20) 时, 系统 (13) 指数镇定. 若  $x_0(0) = 0$ , 令  $u_0 = k$  (非零常数), 经有限时间  $T (T > 0)$  切换到控制器 (21), 则系统 (13) 指数镇定.

**证明** 对于系统 (13), 如果  $x_0(0) \neq 0$ , 则利用状态缩放变换 (16) 和控制器 (21) 可得到系统 (18). 对于系统 (18), 由式 (15), 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_0(t) \rightarrow 0$ . 所以, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\sin x_0 \rightarrow 0$ . 考虑到  $\sin x_0, \cos x_0, \alpha_1, \alpha_2$  和  $\alpha_{21}$  都是有界的, 所以当  $t \rightarrow \infty$  时, 每一个元素  $b_{ij} \in B_0(t) (i, j=1, 2, 3, 4)$  都指数趋近于零. 由引理 2 和引理 3 可知系统 (18) 指数镇定, 由式 (16) 和引理 3 可知系统 (13) 也是指数镇定的.

如果  $x_0(0) = 0$ , 令  $u_0 = k$  (非零常数), 则  $x_0(t) = kt$ . 显然, 在有限时间  $T (T \neq 0)$  后,  $x_0(t)$  不为零. 切换到控制器 (21), 系统 (13) 指数镇定.

总之, 在假设 1 和假设 2 的条件下, 运用状态缩放和切换技术以及控制器 (20) 和 (21), 系统 (13) 是指数镇定的.  $\square$

### 5 系统仿真

对于系统 (13), 令初值为

$$[x_0(0), x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)] = [5.8, -1.5, -2.5, 1.7, 3.2],$$

则由  $x_0(0) = 5.8 \neq 0$  及式 (15) 得  $x_0 = x_0(t) \neq 0$ . 选择参数  $\lambda_0 = 1, \alpha_1 = 1, \alpha_1 = 2, \bar{\alpha}_1 = 3, \alpha_2 = 2, \alpha_2 = 4, \bar{\alpha}_2 = 6$ . 作变换 (16) 并选择  $m = 10, n = 20$ , 由控制器 (20) 和 (21), 可得到  $k_1 = 24, k_2 = -11, p_3 = 26, p_4 = -21$ , 其状态  $x_i (i=0, 1, 2, 3, 4)$  以及控制输入  $u_i (i=0, 1, 2)$  的

轨迹分别如图 2 和图 3 所示. 结果表明, 当时间  $t$  大于某一时刻 (如  $t > 2.3$ ) 时,  $x_i (i=1, 2, 3, 4)$  趋于零的速度比  $x_0$  的速度快. 从而, 所有的状态轨迹指数收敛于零. 固定  $m$  和  $n$  中的一个数而增大另一个, 或者同时增大  $m$  和  $n$ , 则系统 (18) 中矩阵  $A_0$  特征值负实部的绝对值增大, 即闭环系统的根在左复平面中远离虚轴, 从而表现出良好的收敛性. 例如, 选择  $m = 100, n = 90$ , 由控制器 (20) 和 (21) 可得到  $k_1 = 124, k_2 = -101, p_3 = 61, p_4 = -91$ , 其状态  $x_i (i=0, 1, 2, 3, 4)$  以及控制输入  $u_i (i=0, 1, 2)$  的轨迹分别如图 4 和图 5 所示. 仿真结果验证了所提出的控制器设计的有效性.

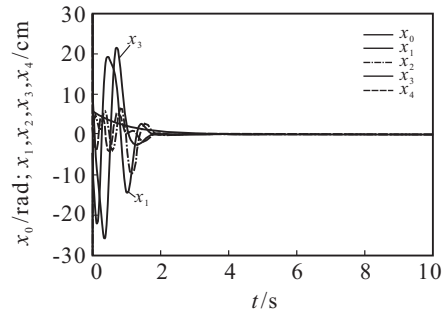


图 2 状态  $x_i (i=0, 1, 2, 3, 4)$  随时间变化轨迹 ( $m=10$ )

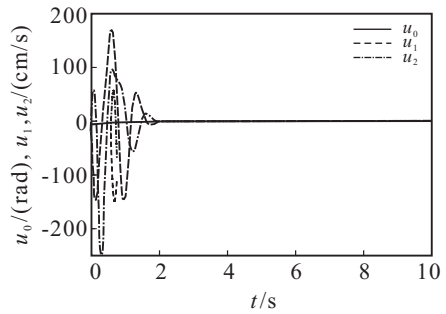


图 3 控制输入  $u_0, u_1, u_2$  随时间变化轨迹 ( $m=10$ )

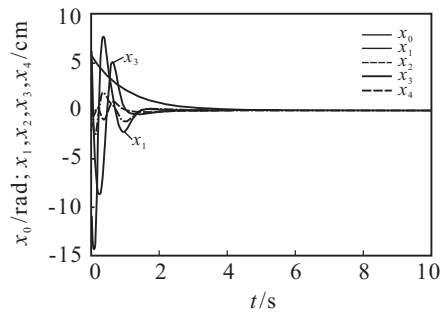


图 4 状态  $x_i (i=0, 1, 2, 3, 4)$  随时间变化轨迹 ( $m=100$ )

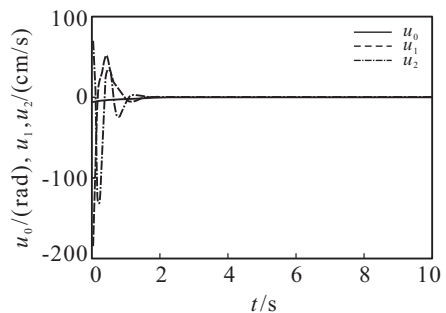


图 5 控制输入  $u_0, u_1, u_2$  随时间变化轨迹 ( $m=100$ )

## 6 结 论

本文基于视觉伺服反馈和(1,2)型机器人的标准链式模型,首先提出了带有不校准视觉参数的非完整运动学系统的不确定链式模型;然后探讨了新的不确定链式系统的视觉反馈镇定问题.对于 $\theta_0$ 已知但 $\alpha_1$ , $\alpha_2$ 未知的情形,借助于状态缩放变换和切换技术,提出了指数镇定非完整链式系统的新的控制器.仿真结果验证了所提出的控制器的有效性.对于 $\theta_0$ , $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 皆未知情形下的鲁棒镇定问题和不确定链式系统的动力学问题,是尚待继续研究的课题.

### 参考文献(References)

- [1] Kolmanovsky I, McClamroch N H. Developments in nonholonomic control problems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1995, 15(6): 20-36.
- [2] Campion G, Bastin G, Dandrea-Novel B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1996, 12(1): 47-62.
- [3] Sordalen O J, Egeland O. Exponential stabilization of nonholonomic chained systems[J]. IEEE Automatic Control, 1995, 40(1): 35-49.
- [4] Jiang Z P. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties[J]. Automatica. 2000, 36(2): 189-209.
- [5] Xi Z R, Feng G, Jiang Z P, et al. Output feedback exponential stabilization of uncertain chained systems[J]. J of Franklin Institute, 2007, 344(1): 36-57.
- [6] Dixon W E, Dawson D M, Zergeroglu E, et al. Adaptive tracking control of a wheeled mobile robot via an uncalibrated camera system[C]. Proc of IEEE American Control Conf. Chicago, 2000: 1493-1497.
- [7] Wang C L, Niu W B, Li Q S, et al. Visual servoing based regulation of nonholonomic mobile Robots with uncalibrated monocular camera[C]. IEEE Int Conf on Control and Automation, Guangzhou, 2007: 214-219.
- [8] Wang C L, Mei Y C, Liang Z Y, et al. Dynamic feedback tracking control of nonholonomic mobile robots with unknown camera parameters[J]. Trans of the Institute of Measurement and Control, 2010, 32(2): 155-169.
- [9] Wang C L, Liang Z Y, Du J M, et al. Robust stabilization of nonholonomic moving robots with uncalibrated visual parameters[C]. Proc of American Control Conf. St Louis MO, 2009: 1347-1352.
- [10] Leroquais W, d'AndrCa-Novel B. Transformation of the kinematic models of restricted mobility wheeled mobile robots with a single platform into chain forms[C]. Proc of the 34th Conf on Decision and Control. New Orleans, 1995: 3811-3816.
- [11] Walsh G C, Bushnell L G. Stabilization of multiple input chained form control systems[J]. Systems and Control Letters, 1995, 25(3): 227-234.
- [12] Liang Z Y, Wang C L, Sun Y, et al. Uncalibrated visual servoing feedback based exponential stabilization of nonholonomic mobile robots[C]. Proc of the IEEE Int Conf on Robotics and Biomimetics. Guilin, 2009: 671-676.
- [13] Dorf R C, Bishop R H. Modern control system[M]. 4th ed. New Jersey: Addison-Wesley, Publishing Company, 1986: 295-299.
- [14] Slotine J, Li W P. Applied nonlinear control[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc, 1991: 115.
- [15] Yang W S. Supply chain coordination decision and optimization models based on responding time[D]. Wuhan: School of Management, Huazhong University of Science and Technology, 2004.
- [16] Zhao M, Zhang Y. Supply chain coordination model with price and delivery time dependent demand[J]. J of Hefei University, 2007, 17(2): 33-36.
- [17] Shanthikumar J G, Sumita U. Approximations for the time spent in a dynamic job shop with applications to due date assignment[J]. Int J of Production Research, 1988, 26(8): 1329-1352.
- [18] Karmarkar U. Manufacturing lead times, order release and capacity loading[C]. Handbooks in Operations Research and Management Science. Amsterdam: North-Holland, 1993: 287-329.

(上接第997页)

- [18] 杨文胜. 基于响应时间的供应链协同决策与优化模型研究[D]. 武汉: 华中科技大学管理学院, 2004.
- [19] 赵明, 张雁. 需求依赖价格和交货期的供应链协调模型[J]. 合肥学院学报, 2007, 17(2): 33-36.

- [20] Shanthikumar J G, Sumita U. Approximations for the time spent in a dynamic job shop with applications to due date assignment[J]. Int J of Production Research, 1988, 26(8): 1329-1352.
- [21] Karmarkar U. Manufacturing lead times, order release and capacity loading[C]. Handbooks in Operations Research and Management Science. Amsterdam: North-Holland, 1993: 287-329.