

文章编号: 1001-0920(2011)07-1079-04

## 结合变精度粗糙熵和遗传算法的图像阈值分割方法

邓廷权, 盛春冬

(哈尔滨工程大学 理学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 将图像用变精度粗糙集表示, 提出一种适合于图像分割的粗糙熵度量. 结合遗传算法, 提高了求解最大粗糙熵的效率. 给出了基于变精度粗糙熵的图像阈值分割方法, 并通过精度的调节获取所需要的最佳分割阈值, 以实现图像的目标提取. 仿真实验结果表明, 所提出的算法具有很好的图像分割效果和灵活性.

**关键词:** 变精度粗糙集; 熵; 遗传算法; 阈值分割; 形态学滤波

中图分类号: TP391

文献标识码: A

### Image threshold segmentation based on entropy of variable precision rough sets and genetic algorithm

DENG Ting-quan, SHENG Chun-dong

(College of Science, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. Correspondent: EDNG Ting-quan, E-mail: Deng.Tq@hrbeu.edu.cn)

**Abstract:** Images are represented by variable precision rough sets in this paper. A kind of rough entropy measure is proposed for thresholding images. In order to improve the efficiency of solving the maximum rough entropy, an image segmentation algorithm combining genetic algorithm with variable precision rough sets is designed to extract object by adjusting accuracy. Experimental results show that the proposed algorithm is more effective and flexible.

**Key words:** variable precision rough sets; entropy; genetic algorithm; threshold segmentation; morphological filtering

## 1 引言

图像分割是计算机视觉中最基本也是最关键的技术. 目前主要方法有阈值分割、边缘检测和区域生长等, 其中阈值分割方法因性能稳定而得到了广泛应用. 现已经提出的阈值法主要有最大类别方差法(Otsu法)<sup>[1]</sup>、最佳熵阈值法<sup>[2]</sup>以及模糊集法<sup>[3]</sup>.

粗糙集理论<sup>[4]</sup>是一种处理具有不完整信息的有效数据分析工具, 广泛应用于粒度计算和数据挖掘领域. 粗糙集在图像增强、图像分割、图像滤波、图像压缩以及图像特征提取<sup>[5-7]</sup>等方面也取得了显著的效果. Pal等人将粗糙集用于图像的目标提取<sup>[8]</sup>, 主要贡献是将图像用粗糙集表示, 其粒子大小的选取是通过图像的灰度直方图得出一个估计值, 影响了分割的质量.

本文提出一种图像的变精度粗糙集表示模型, 通过精度的调节来达到图像分割的良好效果. 为了优化求解最佳熵的时间, 本文结合遗传算法给出了图像的粗糙熵阈值分割算法.

## 2 图像的粗糙集表示

### 2.1 粗糙集概念

给定一个信息系统  $S=(U, A)$ , 其中  $U$  为论域(对象集),  $A$  为属性集. 设  $P \subseteq A$ , 论域  $U$  上的不可分辨关系定义为

$$R_P = \{(x, y) \in U \times U \mid a(x) = a(y), \forall a \in P\}. \quad (1)$$

显然,  $R_P$  是  $U$  上的一个等价关系,  $U/R_P = \{[x]_{R_P} \mid x \in U\}$  构成  $U$  的一个划分, 其中  $[x]_{R_P} = \{y \in U \mid (x, y) \in R_P\}$  为  $x$  关于  $R_P$  的等价类. 简记  $[x]_{R_P}$  和  $U/R_P$  为  $[x]_P$  和  $U/P$ .

给定一个信息系统  $S=(U, A)$ ,  $P \subseteq A$ ,  $X \subseteq U$ , 定义集合  $X$  关于  $P$  的下近似和上近似分别为

$$\begin{aligned} \underline{P}(X) &= \{x \in U \mid [x]_P \subseteq X\}, \\ \overline{P}(X) &= \{x \in U \mid [x]_P \cap X \neq \emptyset\}. \end{aligned} \quad (2)$$

集合  $X$  关于  $P$  的粗糙度可由

$$\rho_P(X) = 1 - \frac{|\underline{P}(X)|}{|\overline{P}(X)|} \quad (3)$$

收稿日期: 2010-04-28; 修回日期: 2010-06-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(10771043); 水下机器人国防技术重点实验室基金项目(002010260730).

作者简介: 邓廷权(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事图像分析、粗糙理论与模糊逻辑等研究; 盛春冬(1986-), 男, 硕士生, 从事图像处理与粗糙理论的研究.

刻画, 其中  $|X|$  表示集合  $X$  的基数.

由此可知, 依据属性集  $P$ ,  $\underline{P}(X)$  是由一定属于  $X$  的对象组成的集合,  $\overline{P}(X)$  则是由可能属于  $X$  的对象组成的集合. 粗糙度可用来刻画集合  $X$  的不确定性程度, 其值越小, 说明边界区域越小, 背景和目标越趋向于分离.

## 2.2 图像的粗糙集表示

设有大小为  $M \times N$  的图像  $F$ , 其灰度值为  $0, 1, \dots, L-1$ , 其中灰度值为  $0, 1, \dots, T$  的像素组成图像的背景区域  $B_T$ ; 而灰度值为  $T+1, T+2, \dots, L-1$  的像素组成图像的目标区域  $O_T$ .

Pal 等人给出了一种将图像用粗糙集表示的方法<sup>[8]</sup>. 设  $F$  的各个像素所组成的集合为论域  $U$ , 将  $U$  划分成大小为  $m \times n$  ( $m < M, n < N$ ), 且互不相交的  $MN/(mn)$  个小图像, 记  $MN/(mn) = K$ , 称每个小图像  $G_i$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ) 为一个粒子. 对  $F$  粒化之后, 其目标区域可由其下近似  $\underline{Q}_T$  和上近似  $\overline{O}_T$  表示, 其中

$$\underline{Q}_T = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | F(P_j) > T, \forall j = 1, 2, \dots, mn,$$

$P_j$  是  $G_i$  中的像素},

$$\overline{O}_T = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | \exists j \in \{1, 2, \dots, mn\},$$

s.t.  $F(P_j) > T, P_j$  是  $G_i$  中的像素},

$F(P)$  表示像素  $P$  的灰度值. 类似地,  $F$  的背景区域也可由其下近似  $\underline{B}_T$  和上近似  $\overline{B}_T$  表示, 其中

$$\underline{B}_T = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | F(P_j) \leq T, \forall j = 1, 2, \dots, mn,$$

$P_j$  是  $G_i$  中的像素},

$$\overline{B}_T = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | \exists j \in \{1, 2, \dots, mn\},$$

s.t.  $F(P_j) \leq T, P_j$  是  $G_i$  中的像素}.

上述方法是基于粒度思想用粗糙集刻画图像. 本文则将集合包含度概念与粗糙集相结合<sup>[9]</sup>, 给出了图像的变精度粗糙集表示方法.

设  $X, Y \subseteq U$ , 则  $X$  关于  $Y$  的包含度定义为

$$I(Y/X) = \begin{cases} \frac{|Y \cap X|}{|X|}, & X \neq \emptyset; \\ 1, & X = \emptyset. \end{cases} \quad (4)$$

$I(Y/X)$  表示  $X$  中属于  $Y$  的元素数在  $X$  中所占的比例. 显然,  $I(Y/X) = 1$  当且仅当  $X \subseteq Y$ .

给定参数  $0 \leq \beta < \alpha \leq 1$ , 记  $X_i = \{P \in G_i | F(P) > T\}$ , 定义  $F$  中目标的下近似和上近似分别为

$$\underline{Q}_\alpha(T) = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | I(X_i/G_i) \geq \alpha\},$$

$$\overline{O}_\beta(T) = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | I(X_i/G_i) > \beta\}.$$

同时, 定义背景的下近似和上近似为

$$\underline{B}_\alpha(T) = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | I(G_i \setminus X_i/G_i) \geq \alpha\},$$

$$\overline{B}_\beta(T) = \bigcup_{i=1}^K \{G_i | I(G_i \setminus X_i/G_i) > \beta\}.$$

其中  $G_i \setminus X_i$  表示集合的差.

容易看出, 图像目标的下近似是由  $F$  中满足灰度值大于  $T$  的像素集合依不低于精度  $\alpha$  包含对应于图像的像素组成的集合, 而背景的下近似表示  $F$  中满足灰度值不大于  $T$  的像素集合依不低于精度  $\alpha$  包含对应于图像的像素组成的集合.

正是由于精度  $\alpha, \beta$  的引入, 在图像分割中, 阈值的选取具备了很强的灵活性. 当  $\alpha = 1, \beta = 1/(mn)$  时, 变精度粗糙集图像表示便退化为 Pal 的图像粗糙集表示.

## 2.3 图像的粗糙熵度量

给定图像  $F$ , 以及精度  $\alpha, \beta$ , 设图像分割阈值为  $T$ , 定义  $F$  的粗糙熵为

$$E_{\alpha,\beta}(T) = -\frac{1}{2} [\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T) \ln \rho_{O_{\alpha,\beta}}(T) + \rho_{B_{\alpha,\beta}}(T) \ln \rho_{B_{\alpha,\beta}}(T)]. \quad (5)$$

其中

$$\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T) = 1 - \frac{|\underline{Q}_\alpha(T)|}{|\overline{O}_\beta(T)|} = \frac{|\overline{O}_\beta(T)| - |\underline{Q}_\alpha(T)|}{|\overline{O}_\beta(T)|}, \quad (6)$$

$$\rho_{B_{\alpha,\beta}}(T) = 1 - \frac{|\underline{B}_\alpha(T)|}{|\overline{B}_\beta(T)|} = \frac{|\overline{B}_\beta(T)| - |\underline{B}_\alpha(T)|}{|\overline{B}_\beta(T)|} \quad (7)$$

分别表示图像目标区域和背景区域在精度为  $\alpha$  和  $\beta$  下的粗糙度.

文献[8]指出: 目标区域和背景区域的粗糙度  $\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T)$  和  $\rho_{B_{\alpha,\beta}}(T)$  分别达到最小可确保粗糙熵  $E_{\alpha,\beta}(T)$  达到最大值. 这种说法是不正确的. 事实上, 对于目标区域和背景区域, 边界是共同的, 都是  $\overline{O}_\beta(T) - \underline{Q}_\alpha(T) = \overline{B}_\beta(T) - \underline{B}_\alpha(T) = Q_{\alpha,\beta}(T)$ . 这样, 式(6)可表示为

$$\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T) = \frac{|Q_{\alpha,\beta}(T)|}{|Q_{\alpha,\beta}(T)| + |\underline{Q}_\alpha(T)|}. \quad (8)$$

显然, 当  $T$  增大时,  $|Q_{\alpha,\beta}(T)|$  变小, 而且: 1) 若边界  $Q_{\alpha,\beta}(T)$  不变, 则  $\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T)$  变大; 2) 若边界  $Q_{\alpha,\beta}(T)$  变大, 则  $\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T)$  变大; 3) 若边界  $Q_{\alpha,\beta}(T)$  变小, 则  $\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T)$  的变化情况取决于目标内点的变化幅度和边界的变化幅度. 一般情况下, 目标内点的变化幅度大于边界的变化幅度. 因此,  $\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T)$  也变大.

通过类似的分析可知, 图像背景粗糙度  $\rho_{B_{\alpha,\beta}}(T)$  总体上会随着阈值  $T$  的增大而减小.

为了平衡  $\rho_{O_{\alpha,\beta}}(T)$  和  $\rho_{B_{\alpha,\beta}}(T)$  对图像边界的影响, 求式 (5) 的最大值, 其对应的灰度值为  $T^*$ , 即  $T^* = \arg \max E_{\alpha,\beta}(T)$  便是图像分割的最优阈值.

### 3 变精度粗糙熵遗传算法图像分割

对于粗糙熵 (式 (5)) 的最优解, Pal 等人采用穷举法求得, 导致图像分割的效率降低.

本文将遗传算法<sup>[10]</sup>用于图像粗糙熵分割的最优阈值选择问题, 详细的图像分割算法流程如下:

**Step 1:** 输入待分割图像并编码. 设  $F$  为 8 bit 图像, 即  $L=256$ , 将各个染色体编码为 8 位二进制码, 每个染色体代表一个候选分割阈值.

**Step 2:** 初始化种群. 设定种群规模为  $N$ , 并随机生成初始种群.

**Step 3:** 计算适应度值. 将粗糙熵 (式 (5)) 作为适应度函数, 计算种群中各染色体的适应度值, 并判断算法是否达到最大迭代数  $D$  (终止准则). 若达到, 则将具有最高适应度值的个体作为分割阈值  $T$ , 执行 Step 7; 否则, 执行 Step 4.

**Step 4:** 优胜劣汰. 基于适应度比例, 采用随机遍历采样的选择策略选择再生个体, 适应度高的个体被选中的概率高. 淘汰当前人口中适应度差的染色体成员, 给新的染色体产生生存空间.

**Step 5:** 遗传操作. 按照一定的交叉概率  $P_C$  和交叉方法、变异概率  $P_M$  和变异方法对当前染色体进行复制、交叉和变异等操作, 产生新的染色体.

**Step 6:** 更新种群. 求新染色体的适应度值, 并将它们插入到种群中, 返回 Step 3.

**Step 7:** 输出图像. 根据 Step 3 得到的阈值  $T$  即为分割图像的最佳阈值.

### 4 算法实现及仿真实验

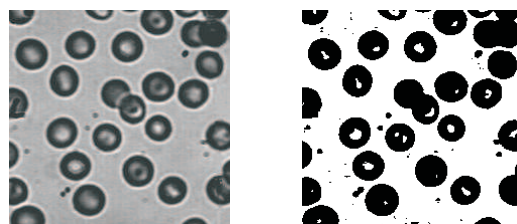
仿真实验基于 Matlab 7.0 平台进行. 算法的主要参数有初始种群规模  $N$ , 交叉概率  $P_C$ , 变异概率  $P_M$  以及最大迭代数  $D$ .  $P_C$  值越大, 收敛到最优解的速度越快. 为避免收敛早熟,  $P_C$  值不宜过大.  $P_M$  的选取一般受种群规模的影响, 规模小, 选取的变异概率应略大, 但高变异概率可能会引起种群的不稳定. 迭代数  $D$  也不宜取得太小, 以免收敛早熟. 实验中设定  $N=20$ ,  $P_C=0.7$ ,  $P_M=0.01$ ,  $D=20$ .

#### 4.1 变精度粗糙熵遗传算法与 Pal (穷尽) 法比较

图 1(a) 为待分割的 Blood 图像, 粒度大小为  $4 \times 4$ ; 图 1(b) 为新算法分割结果, 最优分割阈值为 141. 表 1 为两种方法在时间开销上的对比结果. 由此可知, 新算法运算速度明显提高.

实验表明: 粒度大小的选取与最优阈值存在很大关系. 新算法不仅可以通过改变粒度大小, 也可通

过调节精度实现不同阈值的选取. 当粒度确定时, 通过改变精度也能寻找到恰当的分割阈值. 实验结果见表 2.



(a) 待分割的 Blood 图像 (b) 新算法分割结果

图 1 原图像及分割结果

表 1 遗传算法与穷尽法寻求阈值时间对比

方法	粒度大小	寻求最优阈值的平均时间/s
遗传算法	$4 \times 4$	53.4
穷尽法	$4 \times 4$	94.1

表 2 Blood 图像分割阈值对比

方法	粒度大小	$\alpha$	$\beta$	$T$
Pal 方法	$2 \times 2$	-	-	155
	$3 \times 3$	-	-	149
	$4 \times 4$	-	-	141
本文方法	$4 \times 4$	1	1/16	141
	$4 \times 4$	1	1/8	144
	$4 \times 4$	7/8	1/8	150
	$4 \times 4$	3/4	1/8	153
	$4 \times 4$	3/4	1/4	155
	$4 \times 4$	3/4	3/8	156

从表 2 可以看出: 当精度  $\alpha$  不变时, 阈值随着精度  $\beta$  的增加而增加; 当精度  $\beta$  不变时, 阈值随着精度  $\alpha$  的增加而减小.

文献 [8] 指出, 图像分割最优阈值的大小与粒度大小成反比. 上述实验印证了这一点, 但这样的结论



(a) 原图像 (b) 分割结果

图 2 Lena 图实验结果 (阈值为 135, 粒度为  $4 \times 4$ )

表 3 Lena 图像分割阈值对比

方法	粒度大小	$\alpha$	$\beta$	$T$
Pal 方法	$2 \times 2$	-	-	129
	$3 \times 3$	-	-	130
	$4 \times 4$	-	-	135
本文方法	$4 \times 4$	1	1/16	135
	$4 \times 4$	1	1/8	135
	$4 \times 4$	7/8	1/8	129
	$4 \times 4$	3/4	1/8	128
	$4 \times 4$	3/4	1/4	127
	$4 \times 4$	3/4	3/8	127

并不总是成立的.对 Lena 图像(图2(a))进行类似实验,实验结果如图2(b)和表3所示.从表3可以看出,粒度越小,所得阈值越小,而且分割阈值随 $\alpha$ 单调递增,随 $\beta$ 单调递减.

#### 4.2 变精度粗糙熵遗传算法与传统方法比较

图3(a)是一幅 $136 \times 412$ 的文本图像,图中有单词“easy”,分别用Otsu法和模糊熵阈值法以及本文方法对该图像进行文字提取实验,取 $\alpha = 3/4$ , $\beta = 1/8$ ,实验结果如图3(b)~图3(d)所示.

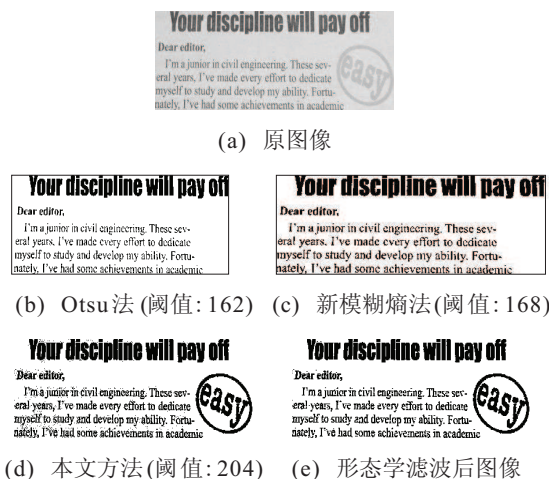


图3 不同阈值分割方法结果比较

从图3可知,Otsu法和模糊熵法都能很好地分割出普通文本,但对于标注的单词“easy”则分割不出来,这是由于这两种方法仅仅利用了图像的灰度频率分布信息,对于灰度直方图为单峰的图像能产生较好的分割效果,而图3(a)的背景和目标在灰度级上有不同的反映,其灰度直方图呈现多峰现象.新方法在计算图像背景和目标的近似和下近似时,考虑了图像的局部空间信息,因此可以很好地目标“easy”提取出来.

从图3(d)可以看出,新方法对图像分割结果产生了少许噪声,通过采用形态学闭和开的级联滤波算子对分割后的图像进行滤波处理,结构元素分别取

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ 和 } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

滤波结果如图3(e)所示,获得了很好的效果.

## 5 结论

本文将粗糙集拓广到变精度粗糙集,以实现图像

的粗糙集表示,提出了一种基于变精度粗糙熵的阈值分割方法.结合遗传算法,使得求解最大粗糙熵这一最优问题的运算效率得以显著提高.实验结果表明,新方法比传统阈值分割方法具有更好的分割效果.在实际应用中,可根据实际情况适当调节粒度和精度的大小,实现不同的图像分割和目标检测的目的.因此,新算法具有更大的灵活性和实用性.如何利用粗糙熵和优化算法对图像进行多阈值分割,是尚待研究的课题.

#### 参考文献(References)

- [1] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histogram[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1979, 9(1): 62-66.
- [2] Deng Ting-Quan, Wang Pei-Pei, Mei Yu-Ling, et al. Thresholding approaches with interval-valued fuzzy sets to image segmentation[C]. Proc of the 3rd Int Conf on Intelligent System and Knowledge Engineering. Xiamen, 2008: 1059-1064.
- [3] Chaira T, Ray A K. Threshold selection using fuzzy set theory[J]. Pattern Recognition Letters, 2004, 25(8): 865-874.
- [4] Pawlak Z, Skowron A. Rough sets: Some extensions[J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 28-40.
- [5] Petrosino A, Ferone A. Rough fuzzy set-based image compression[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(10): 1458-1506.
- [6] Mushrif M M, Ray A K. Color image segmentation: Rough-set theoretic approach[J]. Pattern Recognition Letters, 2008, 29(4): 483-493.
- [7] Sen D, Pal S K. Generalized rough sets, entropy, and image ambiguity measures[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2009, 39(1): 117-128.
- [8] Pal S K, Shankar B U, Mitra P. Granular computing, rough entropy and object extraction[J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26(16): 2509-2517.
- [9] 李凡, 刘启和, 杨国纬. 变精度模糊粗糙集的一种定义[J]. 控制与决策, 2008, 23(11): 1206-1210. (Li F, Liu Q H, Yang G W. Definiton of variable precision fuzzy rough sets[J]. Control and Decision, 2008, 23(11): 1206-1210.)
- [10] Goldberg D E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning[M]. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing Co, 1989.