

文章编号: 1001-0920(2011)05-0650-05

基于分段 Lyapunov 函数的 Hammerstein-Wiener 非线性预测控制

李妍¹, 毛志忠¹, 王福利¹, 王琰²

(1. 东北大学信息科学与工程学院, 沈阳 110819; 2. 辽阳市发展和改革委员会, 辽宁 辽阳 111000)

摘要: 针对输入和输出受约束的 Hammerstein-Wiener 型非线性系统, 建立 T-S 模糊模型, 并提出一种基于分段 Lyapunov 函数的非线性预测控制算法. 通过构造分段二次 Lyapunov 函数, 分析非线性系统的稳定性, 降低普通二次 Lyapunov 函数的保守性; 通过离线设计分段反馈控制律, 在线实施符合条件的反馈控制律, 极大程度地提高了在线计算效率. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: Hammerstein-Wiener 非线性系统; T-S 模糊模型; 分段 Lyapunov 函数; 模型预测控制; 线性矩阵不等式中图分类号: TP273 文献标识码: A

Hammerstein-Wiener nonlinear predictive control based on piecewise Lyapunov function

LI Yan¹, MAO Zhi-zhong¹, WANG Fu-li¹, WANG Yan²

(1. College of Information Science and Technology, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. Liaoyang Municipal Development and Reform Commission, Liaoyang 111000, China. Correspondent: LI Yan, E-mail: neu_ly@yahoo.cn)

Abstract: For Hammerstein-Wiener nonlinear systems with the input and output constraints, the T-S fuzzy model is established, and then a nonlinear predictive control algorithm based on piecewise Lyapunov function is proposed. By constructing the piecewise Lyapunov function, the stability of nonlinear system is analyzed and the conservatism of common quadratic Lyapunov function is reduced. By offline designing the piecewise feedback control law and online implementing the appropriate feedback control law, the online computational efficiency is improved greatly. The simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Hammerstein-Wiener nonlinear systems; T-S fuzzy model; piecewise Lyapunov function; model predictive control; linear matrix inequalities (LMIs)

1 引言

许多工业过程都能表示成一种中间为线性动态环节、输入输出端为非线性静态环节的 Hammerstein-Wiener 型非线性系统. 但对于此类带有约束和强非线性的实际系统, 传统的线性预测控制很难达到满意的控制效果, 所以人们提出了非线性预测控制^[1]. 目前, 非线性预测控制存在两大难题: 1) 如何获得一个精确可靠的预测模型; 2) 对于给定的非线性过程, 如何在每一采样时刻内完成控制信号的在线求解^[2].

为了得到一个合适的预测模型, 多模型方法被广泛应用于非线性预测控制中^[3-6]. 以上文献的控制器设计包括以下 3 步: 1) 构成多模型集合; 2) 对于多模

型集合中的不同模型, 建立多个控制器, 并以此构成控制器集合; 3) 当工作点发生改变时, 按照给定的切换原则, 选择最佳模型, 其对应的控制器切换为当前控制器. 但在保证控制精度的前提下, 如何得到最少子模型数量, 减少计算时间, 仍是需要解决的问题; 并且在控制器进行切换时, 如何避免较大的切换扰动, 也是多模型算法中必须解决的问题.

模糊模型可以有效地克服多模型方法存在的问题, 而且能够以任意精度逼近任何非线性系统. 因此, 基于模糊模型的模糊预测控制, 近年来已成为预测控制研究的热点^[7-9]. 其中, 文献 [7-8] 采用的基于 T-S 模型的模糊预测控制算法, 对一大类非线性系统具有较

收稿日期: 2010-05-13; 修回日期: 2010-07-16.

基金项目: 国家高技术研究发展计划项目(2007AA041401, 2007AA04Z194).

作者简介: 李妍(1983-), 女, 博士生, 从事非线性系统建模、优化和控制的研究; 毛志忠(1961-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模、优化和控制等研究.

好的控制效果; 文献[9]针对一类不确定模糊模型描述的非线性系统, 提出一种输出反馈鲁棒预测控制方法, 并采用普通的二次Lyapunov函数(CQLF)分析模糊系统的稳定性. 但CQLF方法存在一定的保守性, 模糊系统可能会出现无解的情况; 而且在实际应用中, 随着前提变量以及规则数目的增多, 往往会使公共正定矩阵的求解难度变大, 求解效率降低.

为了克服上述问题, 针对分段T-S模糊模型描述的Hammerstein-Wiener型非线性系统, 本文提出一种基于分段Lyapunov函数的非线性预测控制算法. 利用分段二次Lyapunov函数(PQLF), 将状态空间分成几段, 并在每段上求解一个二次Lyapunov函数, 有效地降低了CQLF方法的保守性; 通过离线求解线性矩阵不等式优化命题, 构造分段反馈控制律, 在线实施符合条件的反馈控制律, 极大程度地提高了在线计算效率.

符号说明: $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{W}}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{W} \mathbf{x}$; 符号*表示对称结构, 比如, 若 \mathbf{H} 和 \mathbf{R} 为对称矩阵, 则 $\begin{bmatrix} \mathbf{H} & * \\ \mathbf{T} & \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{T}^T \\ \mathbf{T} & \mathbf{R} \end{bmatrix}$.

2 系统描述

Hammerstein-Wiener型非线性系统, 如图1所示.

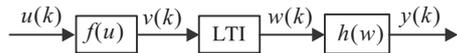


图1 Hammerstein-Wiener型非线性系统

图1中, 执行机构非线性 $f(\mathbf{u})$ 可表示为

$$\mathbf{v}(k) = f(\mathbf{u}(k)). \tag{1}$$

其中: $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^m$. 输入非线性函数 $f(\mathbf{u})$ 连续单调可逆, 其逆函数为 $\mathbf{u}(k) = f^{-1}(\mathbf{v}(k)) = g(\mathbf{v}(k))$.

中间线性时不变环节(LTI)为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{v}(k), \\ \mathbf{w}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k). \end{cases} \tag{2}$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n, \mathbf{w} \in \mathbf{R}^p$.

输出过程非线性 $h(\mathbf{w})$ 可表示为

$$\mathbf{y}(k) = h(\mathbf{w}(k)). \tag{3}$$

其中: $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$, 输出非线性函数 $h(\mathbf{w})$ 连续单调可逆.

非线性系统的输入输出约束为

$$\underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u}(k+i) \leq \bar{\mathbf{u}}, \quad \forall i \geq 0; \tag{4}$$

$$\underline{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}(k+i) \leq \bar{\mathbf{y}}, \quad \forall i \geq 0. \tag{5}$$

其中: $\underline{\mathbf{u}} = [\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_m]^T, \bar{\mathbf{u}} = [\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_m]^T, \underline{\mathbf{u}}_{r_1} > 0, \bar{\mathbf{u}}_{r_1} > 0, \forall r_1 = 1, 2, \dots, m; \underline{\mathbf{y}} = [\underline{y}_1, \dots, \underline{y}_p]^T, \bar{\mathbf{y}} = [\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_p]^T, \underline{\mathbf{y}}_{s_1} > 0, \bar{\mathbf{y}}_{s_1} > 0, \forall s_1 = 1, 2, \dots, p$.

由式(1)和(3), 若想非线性系统满足输入输出约束(4)和(5), 只需信号 \mathbf{v} 和 \mathbf{w} 满足如下约束:

$$\underline{\mathbf{v}} \leq \mathbf{v}(k+i) \leq \bar{\mathbf{v}}, \quad \forall i \geq 0; \tag{6}$$

$$\underline{\mathbf{w}} \leq \mathbf{w}(k+i) \leq \bar{\mathbf{w}}, \quad \forall i \geq 0. \tag{7}$$

其中: $\underline{\mathbf{v}} = [\underline{v}_1, \dots, \underline{v}_m]^T, \bar{\mathbf{v}} = [\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_m]^T, \underline{\mathbf{v}}_{r_1} > 0, \bar{\mathbf{v}}_{r_1} > 0, \forall r_1 = 1, 2, \dots, m; \underline{\mathbf{w}} = [\underline{w}_1, \dots, \underline{w}_p]^T, \bar{\mathbf{w}} = [\bar{w}_1, \dots, \bar{w}_p]^T, \underline{\mathbf{w}}_{s_1} > 0, \bar{\mathbf{w}}_{s_1} > 0, \forall s_1 = 1, 2, \dots, p$.

T-S模型具有通用逼近性, 能以任意精度逼近非线性动态系统, 所以这里采用分段T-S模型逼近Hammerstein-Wiener型非线性系统. 其具体形式为

$$\begin{aligned} & R_{(l_{\Omega}-1)2^{m^2+p^2}+j} : \\ & \text{if } \bar{x}_1(k) \text{ is } \mu_{(l_{\Omega}-1)2^{m^2+p^2}+j,1}, \dots, \\ & \quad \bar{x}_n(k) \text{ is } \mu_{(l_{\Omega}-1)2^{m^2+p^2}+j,n}, \\ & \quad u_1(k) \text{ is } \mu_{(l_{\Omega}-1)2^{m^2+p^2}+j,n+1}, \dots, \\ & \text{and } u_m(k) \text{ is } \mu_{(l_{\Omega}-1)2^{m^2+p^2}+j,n+m}, \\ & \text{then } \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{G}_{l_{\Omega},j}^{-1}(\mathbf{v})\mathbf{u}(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}_{l_{\Omega},j}(\mathbf{w})\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k), \end{cases} \\ & \quad \forall j = 1, 2, \dots, 2^{m^2+p^2}, l_{\Omega} = 1, 2, \dots, n_{l_{\Omega}}. \end{aligned} \tag{8}$$

其中: $\bar{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}^T \ 1]^T, \forall \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_{\Omega}}, X_{l_{\Omega}}$ 为单元, $l_{\Omega} \in \Omega_0 \cup \Omega_1, \Omega_0$ 为包含平衡点的单元下标集, Ω_1 为不包含平衡点的单元下标集; $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0_{n \times 1} \\ 0_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix}; \bar{\mathbf{B}} = [\mathbf{B}^T \ 0_{m \times 1}]^T; \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ 0]; \mathbf{G}_{l_{\Omega},j}(\mathbf{v}) \in \Omega_{\mathbf{G}} = \text{Co}\{\mathbf{G}_{l_{\Omega},1}, \dots, \mathbf{G}_{l_{\Omega},2^{m^2}}\}, \mathbf{G}_{l_{\Omega},t_1}(\forall t_1 = 1, 2, \dots, 2^{m^2})$ 为第 l_{Ω} 段输入非线性逆函数偏微分的最大值或最小值; $\mathbf{H}_{l_{\Omega},j}(\mathbf{w}) \in \Omega_{\mathbf{H}} = \text{Co}\{\mathbf{H}_{l_{\Omega},1}, \dots, \mathbf{H}_{l_{\Omega},2^{p^2}}\}, \mathbf{H}_{l_{\Omega},t_2}(\forall t_2 = 1, 2, \dots, 2^{p^2})$ 为第 l_{Ω} 段输出非线性函数偏微分的最大值或最小值.

上述分段T-S模型, 将系统状态空间分成若干个单元, 各单元除了公共边界外没有重叠部分, 而且在单元的交界处, 系统的状态连续变化.

3 基于分段Lyapunov函数的预测控制

对于输入和输出受约束的分段T-S模型, 设计预测控制器. 首先, 利用PQLF方法分析系统稳定性; 然后, 通过离线设计分段反馈控制律, 在线实施符合条件的反馈控制律, 提高预测控制的计算效率.

3.1 稳定性分析

本文采用PQLF方法分析动态系统的稳定性, 通过对分段T-S模型的每一段都设计一个Lyapunov函数, 减少了传统CQLF方法的保守性.

假设系统平衡点为 $(\mathbf{u}^{\text{eq}}, \mathbf{v}^{\text{eq}}, \mathbf{x}^{\text{eq}}, \mathbf{w}^{\text{eq}}, \mathbf{y}^{\text{eq}}) = (0, 0, 0, 0, 0)$, 即 $f(0) = 0, h(0) = 0$. 若平衡点不在原点, 则可将系统状态转移, 使转换后系统的原点相应于被要求的平衡点. 于是, 带输入输出约束的二次型优化问题为^[10]

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}(k+i|k), \mathbf{G}_{l_\Omega, j}(\mathbf{v}) \in \Omega_{\mathbf{G}}, \mathbf{H}_{l_\Omega, j}(\mathbf{w}) \in \Omega_{\mathbf{H}}, i \geq 0} J(k) = & \\ \sum_{i=0}^{\infty} [\|\mathbf{y}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_y}^2 + \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_u}^2]; & \quad (9) \end{aligned}$$

s.t. (6), (7), (8).

其中: $\mathbf{R}_y \in \mathbf{R}^{p \times p}$ 为正定误差加权矩阵, $\mathbf{R}_u \in \mathbf{R}^{m \times m}$ 为正定控制加权矩阵.

为了保证 PQLF 的连续性, 引入连续矩阵的定义:

定义 1(连续矩阵) 对于单元 X_{l_Ω} 和 $X_{\bar{l}_\Omega}$, 若满足

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{F}}_{\bar{l}_\Omega} \bar{\mathbf{x}}, \quad \forall \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega} \cap X_{\bar{l}_\Omega}, \\ l_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1, \quad \bar{l}_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1, \end{aligned} \quad (10)$$

则称 $\bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega} = [\mathbf{F}_{l_\Omega}, \mathbf{f}_{l_\Omega}] \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$ 为连续矩阵, 并且若对 $l_\Omega \in \Omega_0$ 有 $\mathbf{f}_{l_\Omega} = 0$, 则称 $\{\bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega}\}$ 具有零插值特性.

引入连续矩阵后, 构造连续分段二次标量函数

$$V(\mathbf{x}) = \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{F}_{l_\Omega}^T \mathbf{T} \mathbf{F}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}} \triangleq \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{P}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}}, \quad \forall \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}. \quad (11)$$

其中: $\mathbf{T} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$, $\mathbf{P}_{l_\Omega} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$.

设计连续分段的线性反馈控制律

$$\mathbf{v} = \mathbf{L}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}} \triangleq \mathbf{L} \bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}}, \quad \forall \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}, l_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1. \quad (12)$$

其中: $\mathbf{L}_{l_\Omega} \in \mathbf{R}^{m \times (n+1)}$, $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{m \times (n+1)}$. 线性反馈控制律为连续分段的形式, 其主要原因有: 1) 若控制律在单元边界处不连续, 则系统可能产生滑动模; 2) 分段线性反馈控制律, 对于闭环系统稳定性及其控制性能分析具有更大的灵活性.

定理 1 若存在对称矩阵 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{(n+1) \times (n+1)}$, $\mathbf{Y} \in \mathbf{R}^{m \times (n+1)}$, η , 满足

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{S} & & * & * & * \\ \mathbf{F}_{l_\Omega} \mathbf{A} \mathbf{F}_{l_\Omega}^{-1} \mathbf{S} + \mathbf{F}_{l_\Omega} \mathbf{B} \mathbf{Y} & \mathbf{S} & * & * & * \\ \mathbf{R}_y^{1/2} \mathbf{H}_{l_\Omega, j}(\mathbf{w}) \mathbf{C} \mathbf{F}_{l_\Omega}^{-1} \mathbf{S} & 0 & \eta \mathbf{I} & * & * \\ \mathbf{R}_u^{1/2} \mathbf{G}_{l_\Omega, j}(\mathbf{v}) \mathbf{Y} & 0 & 0 & 0 & \eta \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0, \\ \forall l_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1, j = 1, 2, \dots, 2^{m^2+p^2}, \end{aligned} \quad (13)$$

则在分段控制律 (12) 作用下, 系统 Lyapunov 稳定.

证明 为了保证 Lyapunov 稳定性, 引入不等式

$$\begin{aligned} \|\bar{\mathbf{x}}(k+i+1|k)\|_{\mathbf{F}_{l_\Omega}^T \mathbf{T} \mathbf{F}_{l_\Omega}}^2 - \|\bar{\mathbf{x}}(k+i|k)\|_{\mathbf{F}_{l_\Omega}^T \mathbf{T} \mathbf{F}_{l_\Omega}}^2 \leq \\ - \|\mathbf{y}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_y}^2 - \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_u}^2, \\ \forall i \geq 0, \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}. \end{aligned} \quad (14)$$

将式 (14) 从 $i=0$ 到 $i=\infty$ 求和, 得到优化目标的上界

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{\infty} [\|\mathbf{y}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_y}^2 + \|\mathbf{u}(k+i|k)\|_{\mathbf{R}_u}^2] \leq \\ \|\bar{\mathbf{x}}(k|k)\|_{\mathbf{F}_{l_\Omega}^T \mathbf{T} \mathbf{F}_{l_\Omega}}^2, \quad \forall i \geq 0, \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}. \end{aligned} \quad (15)$$

设性能指标的上界为 η , 有

$$\bar{\mathbf{x}}^T(k|k) \mathbf{F}_{l_\Omega}^T \mathbf{T} \mathbf{F}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}}(k|k) \leq \eta, \quad \forall \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}. \quad (16)$$

令

$$\mathbf{T} = \eta \mathbf{S}^{-1}, \quad (17)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{Y} \mathbf{S}^{-1}. \quad (18)$$

由式 (16) 和 (17), 并利用 Schur 补引理^[7-9], 椭球不变集为

$$\begin{bmatrix} 1 & * \\ \mathbf{F}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}}(k|k) & \mathbf{S} \end{bmatrix} \geq 0, \quad \forall \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}. \quad (19)$$

由式 (8), (12), (17), (18), 若要 (14) 成立, 只需满足

$$\begin{aligned} \mathbf{S} - (\mathbf{F}_{l_\Omega} \mathbf{A} \mathbf{F}_{l_\Omega}^{-1} \mathbf{S} + \\ \mathbf{F}_{l_\Omega} \mathbf{B} \mathbf{Y})^T \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{F}_{l_\Omega} \mathbf{A} \mathbf{F}_{l_\Omega}^{-1} \mathbf{S} + \mathbf{F}_{l_\Omega} \mathbf{B} \mathbf{Y}) - \\ (\mathbf{H}_{l_\Omega, j}(\mathbf{w}) \mathbf{C} \mathbf{F}_{l_\Omega}^{-1} \mathbf{S})^T \frac{\mathbf{R}_y}{\eta} (\mathbf{H}_{l_\Omega, j}(\mathbf{w}) \mathbf{C} \mathbf{F}_{l_\Omega}^{-1} \mathbf{S}) - \\ (\mathbf{G}_{l_\Omega, j}(\mathbf{v}) \mathbf{Y})^T \frac{\mathbf{R}_u}{\eta} (\mathbf{G}_{l_\Omega, j}(\mathbf{v}) \mathbf{Y}) \geq 0, \\ \forall l_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1, j = 1, 2, \dots, 2^{m^2+p^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

利用 Schur 补引理, 即可得到式 (20) 的 LMI 形式 (13). \square

3.2 预测控制器的设计

对于有输入输出约束的分段 T-S 模型, 最小化原始优化问题 (9) 等价于最小化其上界 (16), 即

$$\begin{aligned} \min_{\eta, \mathbf{Y}, \mathbf{S}} \eta; \\ \text{s.t. 式 (6), (7), (13), (19)}. \end{aligned} \quad (21)$$

由式 (12), (18), (19), 输入约束 (6) 的第 r_2 个约束为

$$\begin{aligned} \max \bar{\mathbf{x}}^T(k+i|k) \bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega}^T \{\mathbf{S}^{-1} - \\ (\mathbf{Y} \mathbf{S}^{-1})^T \mathbf{X}^{-1} (\mathbf{Y} \mathbf{S}^{-1})\} \bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}}(k+i|k) \geq 0, \\ \forall i \geq 0, \bar{\mathbf{x}} \in X_{l_\Omega}, l_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1. \end{aligned} \quad (22)$$

其中矩阵 \mathbf{X} 是对称的.

若要式 (22) 成立, 只需其大括号中的不等式正定, 即

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{S} \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$\mathbf{X}_{r_2 r_2} \leq \mathbf{v}_{r_2, \max}^2, \quad \forall r_2 = 1, 2, \dots, m. \quad (23)$$

同理, 可以得到输出约束 (7) 的 LMI 表达形式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{C} \mathbf{S} \\ (\mathbf{C} \mathbf{S})^T & \mathbf{S} \end{bmatrix} \geq 0,$$

$$\mathbf{Z}_{s_2 s_2} \leq \mathbf{w}_{s_2, \max}^2, \quad \forall s_2 = 1, 2, \dots, p. \quad (24)$$

综上, 预测控制具体算法如下:

1) 将 T-S 模型分成 n_{l_Ω} 段, 由式 (10), 离线求解连续矩阵 $\bar{\mathbf{F}}_{l_\Omega}$ ($\forall l_\Omega = 1, 2, \dots, n_{l_\Omega}$) 的值.

2) 离线设计 n_{l_Ω} 个椭球不变集 $X_{l_\Omega} = \{\bar{\mathbf{x}} | \bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{F}_{l_\Omega}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{F}_{l_\Omega} \bar{\mathbf{x}} \leq 1, \forall l_\Omega = 1, 2, \dots, n_{l_\Omega}; l_\Omega \in \Omega_0 \cup \Omega_1\}$, 使状态 $\bar{\mathbf{x}}(k)$ 在所设计的椭球不变集内. 对于每

个椭球不变集, 求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{\eta, \mathbf{Y}, \mathbf{S}} \quad & \eta; \\ \text{s.t.} \quad & \text{式 (13), (19), (23), (24)}. \end{aligned} \quad (25)$$

得到 $\eta, \mathbf{Y}, \mathbf{S}$ 的值.

3) 由式 (12), (18), 求得分段反馈控制律

$$\mathbf{v} = \begin{cases} \mathbf{Y}\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{F}}_1\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in X_1; \\ \mathbf{Y}\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{F}}_2\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in X_2; \\ \vdots \\ \mathbf{Y}\mathbf{S}^{-1}\bar{\mathbf{F}}_{n_{i,\Omega}}\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{x}} \in X_{n_{i,\Omega}}. \end{cases} \quad (26)$$

4) 根据当前状态位置, 判断其所属的椭球不变集, 并在线实施相应的反馈控制量.

4 仿真结果

电弧炉电极调节系统由液压和电弧两部分串联而成^[12], 如图2所示.



图2 电弧炉电极调节系统

对于图2描述的 Hammerstein-Wiener 型电弧炉电极调节系统, 建立分段 T-S 模型. 并按电弧弧长将该分段 T-S 模型分为3段, 其具体形式如下:

第1段: $L_{\text{arc}} \in [135, 165]$, 对应分段 T-S 模型中模糊规则的第1~第4条.

$$\begin{aligned} \text{R}_1 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is NS, and } v(k) \text{ is PB,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{1,1}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{1,1}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_2 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is PS, and } v(k) \text{ is NB,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{1,2}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{1,2}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_3 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is NS, and } v(k) \text{ is PS,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{1,3}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{1,3}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_4 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is PS, and } v(k) \text{ is NS,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{1,4}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{1,4}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k). \end{cases} \end{aligned}$$

第2段: $L_{\text{arc}} \in [50, 135]$, 对应分段 T-S 模型中模糊规则的第5~第8条.

$$\begin{aligned} \text{R}_5 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is NM, and } v(k) \text{ is PB,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{2,1}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{2,1}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_6 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is NB, and } v(k) \text{ is PB,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{2,2}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{2,2}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_7 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is NM, and } v(k) \text{ is PS,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{2,3}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{2,3}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_8 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is NB, and } v(k) \text{ is PS,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{2,4}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{2,4}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k). \end{cases} \end{aligned}$$

第3段: $L_{\text{arc}} \in [165, 150]$, 对应分段 T-S 模型中模糊规则的第9~第12条.

$$\begin{aligned} \text{R}_9 : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is PM, and } v(k) \text{ is NB,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{3,1}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{3,1}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_{10} : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is PB, and } v(k) \text{ is NB,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{3,2}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{3,2}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{R}_{11} : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is PM, and } v(k) \text{ is NS,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{3,3}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{3,3}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k); \end{cases} \end{aligned}$$

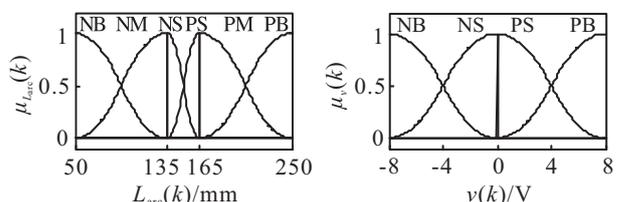
$$\begin{aligned} \text{R}_{12} : & \text{if } L_{\text{arc}}(k) \text{ is PB, and } v(k) \text{ is NS,} \\ \text{then } & \begin{cases} \bar{\mathbf{x}}(k+1|k) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(k) + \bar{\mathbf{B}}G_{3,4}^{-1}(v)u(k), \\ I_{\text{arc}}(k) = H_{3,4}(w)\bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}(k). \end{cases} \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &= [\dot{L}_{\text{arc}} \ p_L \ L_{\text{arc}} \ 1]^T, \quad \bar{\mathbf{C}} = [0 \ 0 \ 1 \ 0], \\ \bar{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} -0.0346 & 195.8802 & 0 & 0 \\ -0.0025 & -0.2996 & 0 & 0 \\ 0.0591 & 15.7714 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 197.77 \\ 0.47 \\ 7.81 \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{1,1}^{-1}(v) &= G_{1,2}^{-1}(v) = 1, \quad H_{1,1}(w) = H_{1,3}(w) = -126, \\ G_{1,3}^{-1}(v) &= G_{1,4}^{-1}(v) = 0.02, \quad H_{1,2}(w) = H_{1,4}(w) = -84, \\ G_{2,1}^{-1}(v) &= G_{2,2}^{-1}(v) = 1, \quad H_{2,1}(w) = H_{2,3}(w) = -920, \\ G_{2,3}^{-1}(v) &= G_{2,4}^{-1}(v) = 0.02, \quad H_{2,2}(w) = H_{2,4}(w) = -126, \\ G_{3,1}^{-1}(v) &= G_{3,2}^{-1}(v) = 1, \quad H_{3,1}(w) = H_{3,3}(w) = -84, \\ G_{3,3}^{-1}(v) &= G_{3,4}^{-1}(v) = 0.02, \quad H_{3,2}(w) = H_{3,4}(w) = -37. \end{aligned}$$

输入变量 $L_{\text{arc}}(k)$ 和 $v(k)$ 的隶属度函数, 如图3所示.



(a) $L_{\text{arc}}(k)$ 的隶属函数 (b) $v(k)$ 的隶属函数

图3 输入变量 $L_{\text{arc}}(k)$ 和 $v(k)$ 的隶属度函数

由系统分区信息可知, $\Omega_0 = \{1\}$, $\Omega_1 = \{2, 3\}$. 为了保证分段 Lyapunov 函数的连续性, 设计连续矩阵

$$\bar{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & q_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{F}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -q_2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

其中: $q_1 = 135 \text{ mm}$, $q_2 = 165 \text{ mm}$.

电弧炉稳定运行时, 电弧弧长为 150 mm , 电弧电流有效值为 15.3 kA . 由于实际冶炼存在钢液面波动等原因, 假设初始状态为 $\bar{x}(k) = [50, 1.04, 100, 1]$, 位于第2段. 采样周期为 $T_s = 0.1 \text{ s}$, 优化目标中权值为 $R_u = 5 \times 10^{-4}$, $R_y = 1 \times 10^{-2}$, 输入约束为 $u \in [-10, 10] \text{ (V)}$, 输出约束为 $I_{\text{arc}} \in [9.2, 46] \text{ (kA)}$.

比较本文 PQLF 方法和传统 CQLF 方法计算所得的初始可行域在各面上投影的大小, 如图4所示.

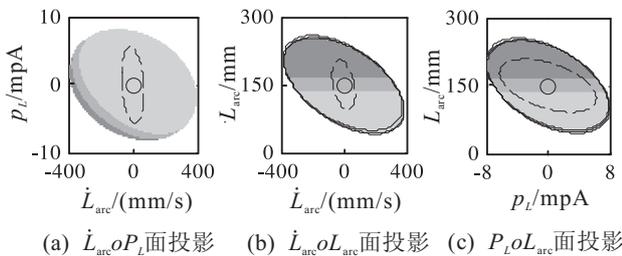


图4 初始可行域在各面上投影的比较

图4中, 传统 CQLF 方法的初始可行域在虚线范围内; PQLF 算法的初始可行域按电弧弧长分为3段, 每一段对应1个 Lyapunov 函数, 从而减少了传统 CQLF 方法的保守性, 扩大了初始可行域.

比较本文 PQLF 方法和传统 CQLF 方法计算得到的电极调节系统电弧电流响应曲线, 如图5所示.

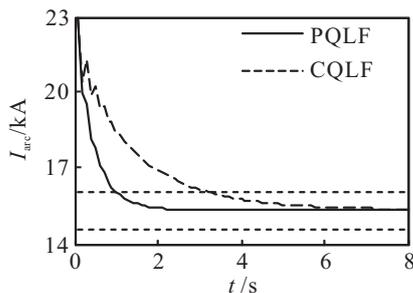


图5 电弧电流响应曲线的比较

由图5可以看出, 本文方法有效地改善了非线性系统的控制性能, 不仅加快了响应速度, 而且提高了控制精度.

5 结论

本文针对 T-S 模型描述的 Hammerstein-Wiener 型非线性系统, 提出一种基于分段 Lyapunov 函数的非线性预测控制算法. 采用 PQLF 方法分析非线性系统的稳定性, 有效地降低了 CQLF 方法的保守性; 通过离线构造分段反馈控制律, 在线实施符合条件的反馈控制律, 提高了在线计算效率.

参考文献(References)

- [1] Henson M A. Nonlinear model predictive control: Current status and future directions[J]. Computers & Chemical Engineering, 1998, 23(2): 187-202.
- [2] Sarimveis H, Bafas G. Fuzzy model predictive control of non-linear processes using genetic algorithms[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2003, 139(1): 59-80.
- [3] Dougherty D, Cooper D. A practical multiple model adaptive strategy for multivariable model predictive control[J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(6): 649-664.
- [4] 李少远, 李柠. 复杂系统的模糊预测控制及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
(Li S Y, Li N. Fuzzy predictive control of complex system and its application[M]. Beijing: Science Press, 2003.)
- [5] 黎明, 张化光, 王成红. 基于 T-S 模糊性能评估器的非线性系统跟踪控制器设计[J]. 自动化学报, 2004, 30(4): 578-582.
(Li M, Zhang H G, Wang C H. Fuzzy tracking control design for nonlinear systems via T-S fuzzy performance evaluator[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(4): 578-582.)
- [6] Li N, Li S Y, Xi Y G. Multiple model predictive control for MIMO systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 29(4): 516-523.
- [7] 王寅, 荣冈, 王树青. 基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制策略[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 599-603.
(Wang Y, Rong G, Wang S Q. Nonlinear predictive control strategy based on T-S fuzzy mode[J]. Control Theory & Applications, 2002, 19(4): 599-603.)
- [8] 邢宗义, 胡维礼, 贾利民. 基于 T-S 模型的模糊预测控制研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(5): 495-499.
(Xing Z Y, Hu W L, Jia L M. Fuzzy predictive control based on T-S model[J]. Control and Decision, 2005, 20(5): 495-499.)
- [9] 苏成利, 王树青. 一类不确定模糊模型的输出反馈鲁棒预测控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(5): 768-772.
(Su C L, Wang S Q. Output feedback robust predictive control based on a class of uncertain fuzzy models[J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(5): 768-772.)

(下转第666页)