

文章编号: 1001-0920(2011)09-1348-05

## 准则关联的直觉模糊多准则决策方法

王坚强, 聂荣荣

(中南大学 商学院, 长沙 410083)

**摘要:** 针对准则值为直觉三角模糊数, 准则间相互关联的多准则决策问题, 提出基于 Choquet 积分的决策方法. 该方法首先利用偏好函数定义方案在各准则下的优序关系, 若模糊测度已知, 则直接利用 Choquet 积分进行求解; 若准则集上的模糊测度未知, 则利用部分决策信息和最小方差法建立二次规划模型, 求解模糊测度, 再利用 Choquet 积分进行决策. 最后通过实例表明了该方法的有效性和可行性.

**关键词:** Choquet 积分; 模糊测度; 直觉三角模糊数; 准则关联

中图分类号: C934

文献标识码: A

## Interdependent multi-criteria intuitionistic fuzzy decision-making approach

WANG Jian-qiang, NIE Rong-rong

(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Jian-qiang, E-mail: jqwang@csu.edu.cn)

**Abstract:** With regard to multi-criteria decision making problem, in which the criteria values are triangle intuitionistic fuzzy numbers and criteria are interdependent, the decision method based on Choquet integral is proposed. By defining outranking relations of alternatives under each criterion first, and when the fuzzy measures on the criteria are unknown, a quadratic programming model based on minimum variance of fuzzy measures and incomplete decision information is established to get the fuzzy measures. Then the overall outranking index of each alternative is obtained through Choquet integral. Finally, a numeric example shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Choquet integral; fuzzy measures; triangle intuitionistic fuzzy numbers; correlated criteria

### 1 引言

社会经济生活中存在许多不确定多准则决策问题, 针对决策问题的不确定性, 模糊集、直觉模糊集、直觉模糊数等相继被引入决策中. 目前, 基于直觉模糊集的多准则决策方法是研究的一个热点, 并取得了较多成果. 基于直觉模糊数的多准则决策方法的研究也有一些, 文献 [1] 定义了直觉三角模糊数及其运算, 并用于故障树分析. [2] 对 [1] 的直觉三角模糊数的算术运算进行了一些改进. [3-5] 针对准则值为直觉梯形模糊数, 权重信息不完全的多准则决策问题提出了相应的决策方法. 然而以上研究没有考虑到准则间相互关联的情况, 实际生活中由于决策问题的复杂性以及决策者认知的局限性, 准则间往往相互关联, 而

不是完全独立的, 准则间的关联作用会对决策结果产生重大影响.

针对准则间存在关联的决策问题, 主要的方法是引入模糊积分, 如 Choquet 积分和 Sugeno 积分. 目前, 有关模糊积分理论的研究主要集中在模糊测度的确定方法上, 模糊测度是传统权重的拓展, 为定义在准则集上的集函数. 其确定方法有多种, 可直接由决策者给出, 或根据决策者给出的偏好信息间接求解. 关于模糊测度的识别模型的研究已有一些进展<sup>[18]</sup>, 而基于模糊积分的多准则决策方法的研究也取得了一些成果<sup>[6-10]</sup>, 且其在仓库选址<sup>[11]</sup>、供应商选择<sup>[12]</sup>等实际领域中得到了很好的应用. 针对准则值或权重为模糊数的关联多准则决策问题, 文献 [13] 对传统的模

收稿日期: 2010-05-15; 修回日期: 2010-09-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70771115); 国家创新研究群体科研基金项目(70921001); 国家自然科学基金重点项目(70631004).

作者简介: 王坚强(1963—), 男, 教授, 博士, 从事决策理论与应用、风险管理与控制等研究; 聂荣荣(1987—), 女, 硕士生, 从事决策理论与应用、信息管理等研究.

糊积分进行了推广, 定义了模糊值模糊测度和模糊值模糊积分. [14]提出了一种基于 Fuzzy AHP 与模糊积分的决策方法, 用于解决准则值为梯形模糊数、准则间相关联的多准则决策问题. 而在直觉模糊多准则决策中, 模糊积分的研究还较少, [15-16]分别定义了直觉模糊值 Choquet 积分算子和 Sugeno 积分算子, 并用于直觉模糊多准则决策中. [17]利用 Choquet 积分定义了一类直觉模糊集结算子, 如直觉模糊关联平均算子、直觉模糊关联几何算子等. 但是, [15-17]不能解决准则集上的模糊测度未知的决策问题. 对此, 本文提出一种基于 Choquet 积分的直觉模糊多准则决策方法, 用于解决准则值为直觉三角模糊数、准则间相互关联的决策问题. 在准则集上的模糊测度未知时, 利用 [19]中的模糊测度的最小方差, 结合决策者给出的不完全信息建立规划模型, 求解准则集上的模糊测度, 并在此基础上利用 Choquet 积分进行决策.

## 2 直觉模糊数

文献 [1]中定义了直觉三角模糊数, 并给出了其一般表达式为  $A = (\langle \langle a', b, c' \rangle; u_A \rangle, \langle \langle a, b, c \rangle; u_A, v_A \rangle)$ , 其中  $0 \leq u_A \leq 1, 0 \leq v_A \leq 1$ , 且  $0 \leq u_A + v_A \leq 1$ . 当  $a' = a, c' = c$  时, 直觉三角模糊数  $A$  可简写为  $A = (\langle \langle a, b, c \rangle; u_A, v_A \rangle)$ , 如无特别说明, 本文的直觉三角模糊数均为此种形式. 下面给出直觉三角模糊数的期望值函数与算术运算.

**定义 1** 已知直觉三角模糊数  $A = (\langle \langle a, b, c \rangle; u_A, v_A \rangle)$ , 则其期望值函数  $E(A)$  为

$$E(A) = \frac{a + 2b + c}{8}(1 + u_A - v_A). \quad (1)$$

文献 [1]给出了直觉三角模糊数的算术运算, 之后, [2]改进了 [1]中的直觉三角模糊数算术运算, 但其依然存在以下问题:

1) 文献 [2]中的“加”、“减”运算得到的隶属度和非隶属度在有些情况下不合理. 例如:  $A = (\langle \langle a, b, c \rangle; 0, 1 \rangle)$ ,  $B = (\langle \langle a, b, c \rangle; 0, 1 \rangle)$ . 由文献 [2]中的定义可得  $A + B = (\langle \langle 2a, 2b, 2c \rangle; 0, 1 \rangle)$ ,  $A - B = (\langle \langle a - c, 0, c - a \rangle; 0, 1 \rangle)$ , 这是一种保守的结果, 具有片面性.

2) 文献 [2]中的“乘”运算中只考虑了最小隶属度与最大非隶属度, 忽略了中间值, 且其只能在直觉三角模糊数中的元素均大于 0 时才有效, 当不满足时将会得到无意义的结果. 例如:  $A = (\langle \langle -2, 1, 3 \rangle; 0.7, 0.1 \rangle)$ ,  $B = (\langle \langle -3, 0, 2 \rangle; 0.6, 0.2 \rangle)$  时, 利用文献 [2]中的乘法运算有  $A \times B = (\langle \langle 6, 0, 6 \rangle; 0.6, 0.2 \rangle)$ , 此结果显然不合理.

针对以上问题, 本文给出新的直觉三角模糊数的算术运算.

**定义 2** 设两个直觉三角模糊数  $A = (\langle \langle a_1, b_1, c_1 \rangle; u_A, v_A \rangle)$ ,  $B = (\langle \langle a_2, b_2, c_2 \rangle; u_B, v_B \rangle)$ , 且  $\|\tilde{A}\| = (|a_1|$

$+ 2|b_1| + |c_1|)/4, \|\tilde{B}\| = (|a_2| + 2|b_2| + |c_2|)/4$ , 则有:

$$1) A + B = \left( \langle \langle a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2 \rangle; \frac{\|\tilde{A}\|u_A + \|\tilde{B}\|u_B}{\|\tilde{A}\| + \|\tilde{B}\|}, \frac{\|\tilde{A}\|v_A + \|\tilde{B}\|v_B}{\|\tilde{A}\| + \|\tilde{B}\|} \right).$$

$$2) A - B = \left( \langle \langle a_1 - c_2, b_1 - b_2, c_1 - a_2 \rangle; \frac{\|\tilde{A}\|u_A + \|\tilde{B}\|u_B}{\|\tilde{A}\| + \|\tilde{B}\|}, \frac{\|\tilde{A}\|v_A + \|\tilde{B}\|v_B}{\|\tilde{A}\| + \|\tilde{B}\|} \right).$$

当  $\|\tilde{A}\| = 0$  且  $\|\tilde{B}\| = 0$  时,  $u_{A+B} = (u_A + u_B)/2, v_{A+B} = (v_A + v_B)/2$ .

$$3) A \times B = (\langle \langle \min(a_1a_2, a_1c_2, c_1a_2, c_1c_2), b_1b_2, \max(a_1a_2, a_1c_2, c_1a_2, c_1c_2) \rangle; u_Au_B, v_A + v_B - v_Av_B \rangle).$$

$$4) \lambda A = (\langle \langle \lambda a_1, \lambda b_1, \lambda c_1 \rangle; u_A, v_A \rangle, \lambda \geq 0).$$

对于 1) 中的问题, 利用本文定义的直觉三角模糊数的算术运算进行计算, 得到的结果为  $A + B = (\langle \langle 2a, 2b, 2c \rangle; 0.5, 0.5 \rangle)$ ,  $A - B = (\langle \langle a - c, 0, c - a \rangle; 0.5, 0.5 \rangle)$ , 此结果考虑了参加运算的两个直觉模糊数的作用及影响, 比现有定义更合理.

对于 2) 中的问题, 利用本文定义的乘法运算有  $A \times B = (\langle \langle -9, 0, 6 \rangle; 0.42, 0.28 \rangle)$ , 很显然, 此结果更合理.

## 3 模糊测度与模糊积分

**定义 3**<sup>[7]</sup> 已知  $X$  上的集函数  $g: P(X) \mapsto [0, 1]$ ,  $P(X)$  为  $X$  的幂集, 称  $g$  为  $X$  上的模糊测度, 如果它满足: 1) 有界性 (即  $g(\phi) = 0, g(X) = 1$ ); 2) 单调性 (即如果  $X_1, X_2 \in P(X)$  且  $X_1 \subseteq X_2$ . 则  $g(X_1) \leq g(X_2)$ ).

下面介绍一种模糊测度的等价表达形式 (模糊测度的默比乌斯变换)<sup>[10]</sup>.

**定义 4**<sup>[10]</sup> 设  $g$  是  $X$  上的模糊测度, 则  $g$  的默比乌斯变换为集函数  $m: P(X) \mapsto R$ , 满足  $g(S) = \sum_{T \subseteq S} m(T), S \subseteq X$ . 以下称模糊测度的默比乌斯变换为默比乌斯模糊测度. 由于随着准则个数的增加, 模糊测度需要确定的参数个数呈指数增长, 对此本文引入  $k$  可加模糊测度<sup>[10]</sup>. 模糊测度是  $k$  可加的, 如果其满足以下条件: 1) 当  $|T| > k, T \subseteq X$  时,  $m(T) = 0$ ; 2) 至少存在一个  $T \subseteq X, |T| = k$  满足  $m(T) \neq 0$ . 模糊测度中, 有两类重要指标: 准则的 Shapley 值和准则间的关联指标<sup>[6]</sup>. Shapley 值表示单个准则的重要程度, 关联指标则是准则间的关联类型与强度. 对于  $k$  可加默比乌斯模糊测度  $m$ , 准则  $x_i$  的 Shapley 值为

$$I(x_i) = \sum_{\substack{|S| \leq k \\ x_i \in S}} \frac{m(S)}{|S|}; \quad (2)$$

准则  $x_i$  与  $x_j$  间的关联指标为

$$I(x_i, x_j) = \sum_{\substack{|S| \leq k \\ x_i, x_j \in S}} \frac{m(S)}{|S| - 1}. \quad (3)$$

**定义 5**<sup>[7]</sup> 设函数  $f : X \mapsto [0, 1]$ ,  $m$  是  $X$  上的默比乌斯模糊测度, 则  $f$  在  $X$  上关于  $m$  的 Choquet 积分为  $C_m(f) = \sum_{T \subseteq X} m(T) \min_{i \in T} (f_i)$ .

**4 基于 Choquet 积分的直觉模糊多准则决策方法**

设一多准则决策问题的方案集  $O = \{o_1, o_2, \dots, o_m\}$ , 准则集  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ,  $f_{ij}$  为方案  $o_i$  在准则  $x_j$  下的评价, 用直觉三角模糊数表示, 即  $f_{ij} = (\langle a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} \rangle; u_{ij}, v_{ij})$ ,  $F = [f_{ij}]_{m \times n}$ . 准则间存在关联,  $m$  是  $X$  上的默比乌斯模糊测度.

**4.1 模糊测度确定时的决策方法与步骤**

在模糊测度  $m$  已知, 的情况下, 利用 Choquet 积分对其进行决策的过程如下:

**Step 1:** 规范化. 将决策矩阵  $F = [f_{ij}]_{m \times n}$  规范化, 其中  $u_{ij} = (\langle r_{ij}, s_{ij}, t_{ij} \rangle; u'_{ij}, v'_{ij})$ . 常见的准则类型有效益型和成本型, 其中对于效益型准则, 其规范化方法为

$$\begin{cases} r_{ij} = \frac{a_{ij} - \min_i a_{ij}}{\max_i c_{ij} - \min_i a_{ij}}, & s_{ij} = \frac{b_{ij} - \min_i a_{ij}}{\max_i c_{ij} - \min_i a_{ij}}, \\ t_{ij} = \frac{c_{ij} - \min_i a_{ij}}{\max_i c_{ij} - \min_i a_{ij}}, & u'_{ij} = u_{ij}, v'_{ij} = v_{ij}. \end{cases} \quad (4)$$

对于成本型, 其规范化方法为

$$\begin{cases} r_{ij} = \frac{\max_i c_{ij} - c_{ij}}{\max_i c_{ij} - \min_i c_{ij}}, & s_{ij} = \frac{\max_i c_{ij} - b_{ij}}{\max_i c_{ij} - \min_i a_{ij}}, \\ t_{ij} = \frac{\max_i c_{ij}}{\max_i c_{ij} - \min_i a_{ij}}, & u'_{ij} = u_{ij}, v'_{ij} = v_{ij}. \end{cases} \quad (5)$$

**Step 2:** 决策者为各准则定义好的偏好函数, 这里选择高斯准则偏好函数, 在准则  $x_l$  下有

$$p_l(o_i, o_j) = \begin{cases} 1 - \exp(-d_{ij}^2 / 2s_l^2), & d_{ij} > 0; \\ 0, & d_{ij} \leq 0. \end{cases} \quad (6)$$

其中  $d_{ij}$  为准则值  $f_{il}$  和  $f_{jl}$  之间偏差的期望值,  $s_l^2$  表示准则  $x_l$  下各准则值间方差  $d_l^2$  的期望值. 即若  $u_{il} - u_{jl} = (\langle a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} \rangle; u_{ij}, v_{ij})$ ,  $d_l^2 = (\langle a_l, b_l, c_l \rangle; u_l, v_l)$ , 则由式 (1) 有

$$d_{ij} = \frac{(a_{ij} + 2b_{ij} + c_{ij})}{8} (1 + u_{ij} - v_{ij}), \quad (7)$$

$$s_l^2 = \frac{(a_l + 2b_l + c_l)}{8} (1 + u_l - v_l). \quad (8)$$

**Step 3:** 计算方案  $o_i$  在准则  $x_l$  下的正、负流.

正流

$$+ \Pi_i^l = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m p_l(o_i, o_j), \quad (9)$$

负流

$$- \Pi_i^l = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m p_l(o_j, o_i). \quad (10)$$

**Step 4:** 计算方案  $o_i$  在所有准则下的综合正、负流.

综合正流

$$+ \Pi_i = C_m(+ \Pi_i^l) = \sum_{S \subseteq X}^{|S| \leq k} m(S) \min_{l \in S} (+ \Pi_i^l); \quad (11)$$

综合负流

$$- \Pi_i = C_m(- \Pi_i^l) = \sum_{T \subseteq X}^{|T| \leq k} m(T) \min_{l \in T} (- \Pi_i^l). \quad (12)$$

**Step 5:** 对方案进行排序, 方法如下:

$$\text{方案 } o_i \text{ 优于 } o_j \Leftrightarrow \begin{cases} + \Pi_i > + \Pi_j \text{ 且 } - \Pi_i < - \Pi_j; \\ + \Pi_i > + \Pi_j \text{ 且 } - \Pi_i = - \Pi_j; \\ + \Pi_i = + \Pi_j \text{ 且 } - \Pi_i < - \Pi_j. \end{cases}$$

方案  $o_i$  与  $o_j$  无差别  $\Leftrightarrow + \Pi_i = + \Pi_j$  且  $- \Pi_i = - \Pi_j$ .

**4.2 模糊测度未知时的决策模型**

多数情况下, 决策者很难直接给出准则集上的模糊测度, 对此, 需先求出准则集上的模糊测度. 由于一般的模糊测度需要确定较多参数, 这里采用  $k$  可加模糊测度<sup>[10]</sup>. 若方案  $o_i$  的综合正、负流分别为  $+ \Pi_i, - \Pi_i$ , 准则  $x_i$  的 Shapley 值为  $I(x_i)$ , 准则  $x_i$  与  $x_j$  的关联指标为  $I(x_i, x_j)$ , 则需要由决策者给出的决策信息有:

方案的部分排序 ( $O'$ ):

$$\begin{aligned} \text{方案 } o_i \text{ 不劣于 } o_j (o_i \succcurlyeq o_j) &\Leftrightarrow \\ + \Pi_i \geq + \Pi_j \text{ 且 } - \Pi_i \leq - \Pi_j; &\quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{方案 } o_i \text{ 等同于 } o_j (o_i \triangleleft o_j) &\Leftrightarrow \\ + \Pi_i = + \Pi_j \text{ 且 } - \Pi_i = - \Pi_j. &\quad (14) \end{aligned}$$

准则的部分排序 ( $X'$ ):

$$\text{准则 } x_i \text{ 不次于 } x_j (x_i \succcurlyeq x_j) \Leftrightarrow I(x_i) \geq I(x_j); \quad (15)$$

$$\text{准则 } x_i \text{ 等同于 } x_j (x_i \triangleleft x_j) \Leftrightarrow I(x_i) = I(x_j). \quad (16)$$

准则间的关联类型 ( $\hat{I}$ ):

$$\text{准则 } x_i \text{ 与 } x_j \text{ 间互相替代} \Leftrightarrow I(x_i, x_j) < 0; \quad (17)$$

$$\text{准则 } x_i \text{ 与 } x_j \text{ 间互补} \Leftrightarrow I(x_i, x_j) > 0; \quad (18)$$

$$\text{准则 } x_i \text{ 与 } x_j \text{ 间无关联} \Leftrightarrow I(x_i, x_j) = 0. \quad (19)$$

准则间关联强度的部分排序 ( $I'$ ):

$$\begin{aligned} \text{准则 } x_i \text{ 与 } x_j \text{ 间的关联不小于 } x_l \text{ 与 } x_n &\Leftrightarrow \\ |I(x_i, x_j)| \geq |I(x_l, x_n)|; &\quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{准则 } x_i \text{ 与 } x_j \text{ 间的关联等于 } x_l \text{ 与 } x_n &\Leftrightarrow \\ |I(x_i, x_j)| = |I(x_l, x_n)|. &\quad (21) \end{aligned}$$

除决策者给出的部分信息外, 模型中还需以下约

表 1 方案的准则值

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
$o_1$	$((1, 2.5, 4); 0.7, 0.3)$	$((5, 6.5, 8); 0.7, 0.3)$	$((3, 4.5, 6); 0.6, 0.2)$	$((4, 6, 8); 0.6, 0.3)$	$((3, 4.5, 7); 0.8, 0)$
$o_2$	$((2, 3.5, 5); 0.6, 0.3)$	$((6, 7.5, 9); 0.8, 0.1)$	$((4, 5.5, 7); 0.8, 0.2)$	$((3, 4.5, 6); 0.7, 0.3)$	$((4, 6, 8); 0.6, 0.3)$
$o_3$	$((1, 2.5, 5); 0.6, 0.4)$	$((4, 6.5, 8); 0.6, 0.3)$	$((3, 4.5, 6); 0.5, 0.5)$	$((4, 5.5, 7); 0.8, 0.1)$	$((3, 5.5, 7); 0.8, 0.2)$
$o_4$	$((2, 3.5, 6); 0.6, 0.2)$	$((5, 6.5, 8); 0.8, 0.2)$	$((2, 4, 6); 0.6, 0.4)$	$((3, 4.5, 7); 0.6, 0.3)$	$((3, 4.5, 8); 0.6, 0.3)$
$o_5$	$((2, 3.5, 5); 0.8, 0.2)$	$((4, 5.5, 7); 0.9, 0)$	$((3, 4.5, 6); 0.8, 0.2)$	$((3, 6, 8); 0.7, 0.1)$	$((4, 5.5, 7); 0.8, 0)$

表 2 默比乌斯变换  $m$

准则集	$m$	准则集	$m$	准则集	$m$	准则集	$m$
$\{\}$	0	$\{x_1, x_3\}$	0.05	$\{x_3, x_5\}$	0.15	$\{x_1, x_4, x_5\}$	0.21
$\{x_1\}$	0.15	$\{x_1, x_4\}$	-0.01	$\{x_4, x_5\}$	-0.1	$\{x_2, x_3, x_4\}$	0.08
$\{x_2\}$	0.28	$\{x_1, x_5\}$	-0.14	$\{x_1, x_2, x_3\}$	-0.03	$\{x_2, x_3, x_5\}$	0.05
$\{x_3\}$	0.17	$\{x_2, x_3\}$	-0.13	$\{x_1, x_2, x_4\}$	-0.04	$\{x_2, x_4, x_5\}$	0.04
$\{x_4\}$	0.23	$\{x_2, x_4\}$	-0.07	$\{x_1, x_2, x_5\}$	-0.01	$\{x_3, x_4, x_5\}$	-0.07
$\{x_5\}$	0.18	$\{x_2, x_5\}$	-0.03	$\{x_1, x_3, x_4\}$	-0.04	-	-
$\{x_1, x_2\}$	0.05	$\{x_3, x_4\}$	-0.01	$\{x_1, x_3, x_5\}$	0.04	-	-

束条件:

模糊测度的有界性  $\Leftrightarrow$

$$m(\phi) = 0, \sum_{T \subseteq X}^{|T| \leq k} m(T) = 1; \tag{22}$$

$0 \leq g(x_i) \leq 1$ , 且  $g(x_i) = m(x_i) \Leftrightarrow$

$$0 \leq m(x_i) \leq 1, \forall x_i \in X; \tag{23}$$

模糊测度的单调性  $\Leftrightarrow$

$$\sum_{T \subseteq S}^{|T| \leq k-1} m(T \cup \{i\}) \geq 0, \forall i \in X, \forall S \subseteq X/i; \tag{24}$$

对  $k$  可加模糊测度, 其方差为<sup>[19]</sup>

$V(m) =$

$$\frac{1}{n} \sum_{i \in X} \sum_{S \subseteq X/i} \frac{(n-s-1)!s!}{n!} \left( \sum_{T \subseteq S}^{|T| \leq k-1} m(T \cup i) - \frac{1}{n} \right)^2, \tag{25}$$

其中:  $n = |X|, s = |S|$ .

构造二次规划模型, 其目标函数  $mv = \min V(m)$ , 约束条件为式(13)~(24). 在 Kappalab 软件包中求解得到与决策者偏好相容的默比乌斯模糊测度  $m$ , 在此基础上利用 4.1 节中的步骤进行决策.

### 5 算例分析

某汽车制造商要选择零件供应商, 有 5 个供应商  $O = \{o_1, o_2, o_3, o_4, o_5\}$  可供选择, 评价准则集为  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ , 假设准则均为效益型, 各供应商的决策信息见表 1,  $m$  为准则集上的默比乌斯模糊测度且是 3 可加的.  $m$  未知, 但决策者给出以下信息:

- 1) 备选供应商的部分排序  $o_1 \succ o_3, o_3 \succ o_4, o_2 \succ o_5$ ; 2) 准则的部分排序  $x_2 \succ x_3, x_5 \succ x_4, x_2 \prec x_5$ ; 3) 准则间的关联类型: 准则  $x_2$  与  $x_5, x_1$  与  $x_3, x_1$  与  $x_4$  互补, 准则  $x_4$  与  $x_5$  互相替代; 4) 两准则关联强度的部分排序:

准则  $x_2$  与  $x_5$  的关联作用不小于准则  $x_4$  与  $x_5$  的关联作用. 以上符号的意义见 4.2 节. 试选择供应商.

利用 4.2 节中的方法对上述问题进行决策, 得到准则集上的默比乌斯模糊测度  $m$  见表 2, 并得到方案的排序为  $o_2 \succ o_1 \succ o_3 \succ o_4 \succ o_5$ , 可以看出此排序与决策者的偏好是一致的.

利用文献 [5] 的方法可得到方案的排序为  $o_2 \succ o_5 \succ o_1 \succ o_3 \succ o_4$ , 与本文方法的结果相比, 主要是方案  $o_5$  的位置不一样. 这主要是因为文献 [5] 的方法没有考虑准则间的关联性, 而在本文中, 准则  $x_2$  和  $x_5$  呈互补关系, 且方案  $o_5$  在准则  $x_2$  下表现极差, 使得方案  $o_5$  整体表现降低, 劣于方案  $o_4$ . 由以上分析可以看出, 准则关联性对决策的结果会产生影响, 实际决策中由于问题的复杂性, 准则间常会存在相互关联, 若假设准则独立则会影响决策结果的合理性, 在决策中考虑准则间相互关联的情况是有意义的, 有时也是必须的.

### 6 结 论

本文定义了直觉三角模糊数的算术运算与期望值函数, 在此基础上提出一种基于 Choquet 积分的决策方法以解决准则值为直觉三角模糊数、准则间相互关联的多准则决策问题, 并给出其详细实现步骤. 通过算例分析验证了方法的可行性, 并与文献 [5] 的方法进行比较, 以说明准则间的关联性对决策结果的重要影响以及传统多准则决策方法的局限性. 而 Choquet 积分的引入解决了准则间存在关联的情况, 且是对传统多准则决策方法的有效拓展.

### 参考文献(References)

[1] Ming-Hung Shu, Ching-Hsue Cheng. Using intuitionistic fuzzy sets for fault-tree analysis on printed circuit board

- assembly[J]. *Micro-electronics Reliability*, 2006, 46(12): 2139-2148.
- [2] Deng-Feng Li. A note on "using intuitionistic fuzzy sets for fault-tree analysis on printed circuit board assembly"[J]. *Micro-electronics Reliability*, 2008, 48(10): 1741.
- [3] 王坚强, 张忠. 信息不完全确定的多准则直觉模糊决策的折衷解法[C]. 2006中国控制与决策会议论文集. 天津, 2006: 1195-1198.  
(Wang J Q, Zhang Z. Compromise approach on multi-criteria intuitionistic fuzzy decision-making with incomplete certain information[A]. *Proc of 2006 Chinese Control and Decision Conf. Tianjin*, 2006: 1195-1198.)
- [4] 王坚强, 张忠. 基于直觉模糊数的信息不完全的多准则决策规划方法[J]. *控制与决策*, 2008, 23(10): 1145-1148.  
(Wang J Q, Zhang Z. Programming method of multi-criteria decision-making based on intuitionistic fuzzy number with incomplete certain information[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(10): 1145-1148.)
- [5] 王坚强, 张忠. 基于直觉梯形模糊数的信息不完全确定的多准则决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(2): 226-230.  
(Wang J Q, Zhang Z. Multi-criteria decision-making method with incomplete certain information based on intuitionistic fuzzy number[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(2): 226-230.)
- [6] Michel Grabisch. Fuzzy measures and integrals in MCDA[J]. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*, 2005, 78(5): 563-604.
- [7] Michel Grabisch. The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making[J]. *European J of Operational Research*, 1996, 89(3): 445-456.
- [8] Modave F, Grabisch M. A choquet integral representation in multicriteria decision making[Z]. Boston: AAAI Fall Symposium, 1997.
- [9] Silvia Angilella, Salvatore Greco, Fabio Lamantia. Assessing non-additive utility for multicriteria decision aid[J]. *European J of Operational Research*, 2004, 158(3): 734-744.
- [10] Silvia Angilella, Salvatore Greco, Benedetto Matarazzo. Non-additive robust ordinal regression: A multiple criteria decision model based on the Choquet integral[J]. *European J of Operational Research*, 2010, 201(1): 277-288.
- [11] Tufan Demirel, Nihan Cetin Demirel, Cengiz Kahraman. Multi-criteria warehouse location selection using Choquet integral[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(5): 3943-3952.
- [12] Jiann Liang Yang, Huan Neng Chiu, Gwo-Hshiung Tzeng. Vendor selection by integrated fuzzy MCDM techniques with independent and interdependent relationships[J]. *Information Sciences*, 2008, 178(21): 4166-4183.
- [13] Zhang Guang-Quan. Fuzzy number-valued fuzzy measure and fuzzy number-valued fuzzy integral on the fuzzy set[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 49(3): 357-376.
- [14] Chao Zhang, Cun-Bao Ma, Jia-Dong Xu. A new fuzzy MCDM method based on trapezoidal fuzzy AHP and hierarchical fuzzy integral[J]. *Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, 2005, 3614(3): 466-474.
- [15] Chunqiao Tan, Xiaohong Chen. Intuitionistic fuzzy Choquet integral operator for multi-criteria decision making[J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(1): 149-157.
- [16] 谭春桥, 陈晓红. 基于直觉模糊值 Sugeno 积分算子的多属性群决策[J]. *北京理工大学学报*, 2009, 29(1): 85-89.  
(Tan C Q, Chen X H. Intuitionistic fuzzy valued Sugeno integral operator for multi-attribute group decision making[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2009, 29(1): 85-89.)
- [17] Zeshui Xu. Choquet integrals of weighted intuitionistic fuzzy information[J]. *Information Sciences*, 2010, 180(5): 726-736.
- [18] Michel Grabisch, Ivan Kojadinovic, Patrick Meyer. A review of methods for capacity identification in Choquet integral based multi-attribute utility theory: Applications of the Kappalab R package[J]. *European J of Operational Research*, 2008, 186(2): 766-795.
- [19] Kojadinovic. Minimum variance capacity identification[J]. *European J of Operational Research*, 2007, 177(1): 498-514.

(上接第1347页)

- [14] 李葵芳. 糊预测控制算法研究与应用[D]. 青岛: 中国石油大学信息与控制学院, 2008.  
(Li K F. Study and application of fuzzy model based predictive control[D]. Qingdao: College of Information & Control Engineering, China University of Petroleum, 2008.)