

文章编号: 1001-0920(2011)04-0481-08

卡尔曼一致滤波算法综述

杨文¹, 侍洪波¹, 汪小帆²

(1. 华东理工大学信息科学与工程学院, 上海 200237; 2. 上海交通大学自动化系, 上海 200240)

摘要: 以应用传感器网络进行分布式估计为研究背景, 对卡尔曼一致滤波问题进行综述. 系统地介绍了各种卡尔曼一致滤波算法, 其中包括几种典型的基础算法、自适应估计算法、优化算法以及带丢包、带牵制控制等滤波算法. 最后, 对卡尔曼一致滤波算法的进一步研究方向进行了展望.

关键词: 传感器网络分布式估计; 一致性算法; 卡尔曼滤波

中图分类号: TP273

文献标识码: A

A survey of consensus based Kalman filtering algorithm

YANG Wen¹, SHI Hong-bo¹, WANG Xiao-fan²

(1. School of Information Science and Technology, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China; 2. Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China. Correspondent: YANG Wen, E-mail: weny@ecust.edu.cn)

Abstract: Based on the distributed estimation by wireless sensor networks, consensus based Kalman filtering problem is summarized. Consensus based Kalman filtering algorithm is systematically introduced, which includes some representative general algorithms, improved adaptive algorithm, optimal algorithm, and some algorithms including packet-dropping, pinning control. Finally, conclusions are addressed and some future problems are given.

Key words: distributed estimation on wireless sensor network; consensus algorithm; Kalman filtering

1 引言

应用大量分散的无线传感器对某一目标状态进行分布式估计, 是传感器网络的主要用途之一, 在跟踪、搜救、监测等领域具有广泛的应用. 由于传感器节点存在很多硬件资源的限制, 容易受外界环境的影响, 无线链路易受到干扰, 网络拓扑结构经常发生变化, 而传感器监测目标状态的时变性要求估计具有实时性, 使得许多传统的估计算法(如中心式、分散式估计算法^[1-3])不适于无线传感器网络在复杂环境中处理任务. 近年来, 分布式估计算法引起了人们的关注, 一方面, 该算法不再需要信息处理中心, 每个传感器仅与邻近传感器之间进行通讯, 减少了网络通讯能量损耗; 另一方面, 该算法能够更好地适应丢包、长时延、有限带宽等干扰. 另外, 电子设备制造业的发展, 降低了具有计算和感知功能传感器的制作费用, 从而推进了其在实际应用中的发展.

卡尔曼一致滤波算法^[4-25]作为一类分布式估计

算法因其收敛速度快、估计精度高等优点而受到广泛关注. 其中, 一致性算法^[26-31]是近年来控制领域研究的热点之一, 大量研究表明它是一种行之有效的网络级分布式计算方法. 卡尔曼一致滤波算法具有优于以往分布式估计算法的特性: 一致性协议使得相邻传感器间交换的信息随着时间演化在整个网络中传播, 提高了网络估计精度. 基于这种局部的信息交换大大降低了通讯能量损耗, 同时使得传感器对目标的估计值趋于一致, 适用于移动传感器网络, 避免了网络规模增大时的不可扩展性. 卡尔曼一致滤波算法具有较强的鲁棒性, 不依赖于某一中心传感器, 在有新的传感器加入或已有传感器出现故障等情况下具有较强的适应性.

卡尔曼一致滤波算法有很多具体实现形式, 但都包含以下两方面内容: 1) 单个传感器对目标的最优估计; 2) 邻近传感器之间交换信息的一致化处理. 卡尔曼一致滤波算法的发展可分为 3 个阶段. 在第 1 阶

收稿日期: 2010-05-25; 修回日期: 2010-09-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60731160629); 教育部高等学校博士学科点基金项目(H200-B-1011); 上海市重点学科项目(B-504); 华东理工大学优秀青年教师科研基金项目(YH0157130).

作者简介: 杨文(1982-), 女, 讲师, 从事多智能体系统、协调合作控制等研究; 侍洪波(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事工业过程控制、故障诊断等研究.

段, Spanos 和 Murray^[4-5] 最早将一致性概念引入移动传感器网络对目标进行估计问题中, 提出的算法可用于估计所有传感器输入值的平均值, 具有很好的扩展性, 可应用于临时有新传感器加入或出现传感器故障的情况. 在第 2 阶段, Saber 等人^[6-10] 系统地研究了卡尔曼一致滤波器, 为该类研究建立了框架. 其基本思想是将相邻传感器基于局部卡尔曼滤波器对目标系统的估计值进行一致化处理, 通过多元信息分布式的传递提高整个网络系统对目标的估计精度, 最终使得所有传感器的估计值趋于一致. 在第 3 阶段, Stanković 等人^[13-15] 基于 Saber 的工作, 应用一致性算法融合相邻传感器对目标状态的预测值, 并讨论了网络中存在丢包和传感器出现故障时的估计问题, 推动了卡尔曼一致滤波算法在实际应用中的发展. 国内学者也做了一些相关的研究, 如席峰等人^[18-20] 提出了自适应加权一致滤波算法; 虞文武等人^[21] 提出了带牵制控制的一致滤波算法等.

本文旨在系统地介绍卡尔曼一致滤波算法, 为研究人员尽可能详细地总结该领域的研究现状. 首先介绍了传感器网络分布式估计的基本模型, 并给出一种基础的一致性滤波算法; 然后分别介绍两种动态一致性滤波器, 优化卡尔曼一致滤波算法, 两种自适应卡尔曼一致滤波器, 从实际应用角度出发设计的滤波算法, 以及应用传感器网络进行分布式估计的一些其他算法; 最后给出了卡尔曼一致滤波问题未来发展的研究方向.

2 卡尔曼一致滤波算法

Saber 在文献 [6-8] 的基础上提出 3 种基于一致性的卡尔曼滤波算法, 为该类算法的研究建立了基本框架^[9]. 其中, 第 3 种卡尔曼一致滤波算法 (KCF) 较其余两种算法具有较优的估计效果. 下面重点介绍 KCF 算法, 使读者对卡尔曼一致滤波算法的背景和算法设计有基本的了解.

2.1 网络拓扑建模

应用图论对网络拓扑结构进行建模. 由 n 个无线传感器组成的网络可表示为 $G = (V, E)$. 其中: $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 为传感器节点集, $E \subset V \times V$ 为边集. 若传感器 i 与传感器 j 之间能够通讯, 则边 $E_{ij} \in E$. 若边有向, 则网络拓扑结构为有向图; 否则, 为无向图.

令 $N_i = \{j : (i, j) \in E\}$ 为传感器节点 i 可以通讯的邻居集. 用拉普拉斯矩阵 L 表示网络拓扑结构, L 矩阵元素定义为

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_j a_{ij}, & i = j; \\ -a_{ij}, & i \neq j. \end{cases}$$

其中: 若 $E_{ij} \in E$, 则 $a_{ij} > 0$; 否则, $a_{ij} = 0$. 若网络为无向图, 则 $a_{ij} = a_{ji}$, 拉普拉斯矩阵 L 为一对称矩阵. 在图论中, 拉普拉斯矩阵第 2 小特征根 $\lambda_2(L)$ 表示网络的连通度, 若 $\lambda_2(L) > 0$, 则表示网络连通.

2.2 系统数学描述

如无特别说明, 本文的系统参数均按如下描述.

假设应用由 n 个传感器组成的无线传感器网络对某一目标系统的状态进行估计, 目标系统的状态方程为

$$x(k+1) = Ax(k) + Bw(k), \quad x(0) \sim \mathcal{N}(\bar{x}(0), P_0). \quad (1)$$

每个传感器都能对系统 (1) 的状态进行测量, 即

$$z_i(k) = H_i(k)x(k) + v_i(k), \quad z_i \in \mathbf{R}^p. \quad (2)$$

其中: $x(0) \in \mathbf{R}^m$ 为目标系统的初始状态; $w(k)$ 与 $v_i(k)$ 分别为系统噪声和测量噪声, 它们均是零均值高斯噪声, 且协方差分别为

$$\mathbf{E}(w(k)w(l)^T) = Q(k)\delta_{kl}, \quad (3)$$

$$\mathbf{E}(v_i(k)v_j(l)^T) = R_i(k)\delta_{kl}\delta_{ij}. \quad (4)$$

这里, 当 $k = l$ 时, $\delta_{kl} = 1$; 否则 $\delta_{kl} = 0$.

令 $Z_i(k) = \text{col}(z_j(k)) \in \mathbf{R}^{lp}$ ($j \in N_i \cup i, l = |N_i| + 1$) 为传感器节点 i 在 k 时刻对目标系统的测量值集. 给定信息 $Z_i^k = \{Z_i(0), Z_i(1), \dots, Z_i(k)\}$, 对目标系统的估计值可表示为

$$\hat{x}_i(k) = \mathbf{E}(x_k | Z_i^k), \quad \bar{x}_i(k) = \mathbf{E}(x_k | Z_i^{k-1}). \quad (5)$$

令 $e_i(k) = \hat{x}_i(k) - x(k)$, $\bar{e}_i(k) = \bar{x}_i(k) - x(k)$ 分别表示估计误差和先验估计误差, 则

$$M_i(k) = \mathbf{E}(e_i(k) \cdot e_i(k)^T),$$

$$P_i(k) = \mathbf{E}(\bar{e}_i(k) \cdot \bar{e}_i(k)^T), \quad (6)$$

其中 $M_i(k)$ 和 $P_i(k)$ 为估计误差协方差.

2.3 算法描述

文献 [9] 给出的 KCF 算法中, 每个传感器状态更新步骤如下:

1) 初始化: $P_i = P_0, \bar{x}_i = x(0)$.

2) 从邻居处接收新的数据.

3) 对测量值及协方差进行一致化处理, 即

$$J_i = N_i \cup \{i\};$$

$$u_j = H_j^T R_j^{-1} z_j, \quad \forall j \in J_i, \quad y_i = \sum_{j \in J_i} u_j;$$

$$U_j = H_j^T R_j^{-1} H_j, \quad \forall j \in J_i, \quad S_i = \sum_{j \in J_i} U_j.$$

4) 计算对目标系统的估计值

$$M_i = (P_i^{-1} + S_i)^{-1},$$

$$\hat{x}_i = \bar{x}_i + M_i(y_i - S_i\bar{x}_i) + \epsilon M_i \sum_{j \in N_i} (\bar{x}_j - \bar{x}_i).$$

5) 更新滤波器状态(上标+表示更新)

$$P_i^+ = AM_iA^T + BQB^T,$$

$$\bar{x}_i^+ = A\hat{x}_i.$$

6) 返回步2)。

需要注意的是, 由于传感器估计值之间的耦合作用, 该算法中的 $P_i(k)$ 和 $M_i(k)$ 矩阵已不同于卡尔曼滤波器中的估计误差协方差矩阵。从步3), 步4) 可以看出, 每时刻每个传感器节点 i 需要传递给邻居节点的信息包括 u_i , U_i 和 \bar{x}_i 。通过数值仿真验证, 该算法相对于文献[9]中其他算法具有更好的估计效果, 但每时刻传感器需要传递的信息也比其他算法多。因此, 当网络带宽有限, 或受到丢包、大时延等干扰时, 该算法的鲁棒性较差。在整个算法中, 步3) 首先将相邻传感器节点间的某些信息进行一致化预处理, 然后在步4) 中对先验估计值进行修正, 最后在步5) 中进行相关矩阵和先验估计值的更新。其中, 步4) 和步5) 是整个算法的核心, 它实际上结合了经典的离散卡尔曼滤波算法^[32]与一致性算法。对于单个传感器而言, 卡尔曼滤波器给出了最优估计值, 而一致性算法能够将局部信息扩展为全局。因此, 将这两种算法相互结合, 可以取得较优的估计效果, 同时减小传感器估计值之间的差值。这一点对于移动传感器网络, 或网络中有新传感器加入(离开)的情况非常有利, 可以随机选取离控制中心最近的传感器进行数据采集, 而不依赖于某一指定传感器。

最近, 席峰等人^[18]对 KCF 算法进行了改进, 通过对 $P_i^{-1}(k)$ 矩阵进行加权一致化处理, 提出了一种信息矩阵加权的一致滤波算法 IM-KCF。文中进一步设计优化信息加权一致滤波算法(OIM-KCF), 对一致加权系数进行优化。仿真实验表明, 改进后的算法比 KCF 算法和中心式算法能更好地提高算法估计精度并减少一致估计偏差, 但同时也因 $P_i^{-1}(k)$ 矩阵的一致化而需增加通讯量。

3 动态一致性滤波算法

在实际应用中, 传感器网络由于移动或某些传感器出现故障, 网络拓扑结构经常变化。下面分别介绍两种可应用于动态网络拓扑中的一致性滤波算法。

3.1 一种分布式卡尔曼滤波器

Spanos 等人^[4-5]最先研究了动态拓扑中的分布式滤波器, 引起了学术界的广泛关注, 推动了基于一致性的分布式估计算法改进、理论研究和实际应用的发展。该滤波器的基本原理是, 首先设计动态一致性算法, 对邻近传感器间的交换信息值进行融合; 然后应

用经典的离散卡尔曼滤波器进行估计。该算法具有以下几个特点: 1) 可适用于任意网络拓扑结构; 2) 给每一个传感器提供最优估计值, 而不仅仅依赖于某一指定传感器获取最优估计; 3) 利用 p2p 通讯结构, 网络不包含全局信息。

仍考虑 2.2 节的目标系统, 传感器测量方程为

$$z_i(t) = x(t) + v_i(t). \quad (7)$$

其中: $v_i(t)$ 为零均值高斯随机噪声, 协方差为 $R_i(t)$ 。

图 1 为滤波器的示意图。

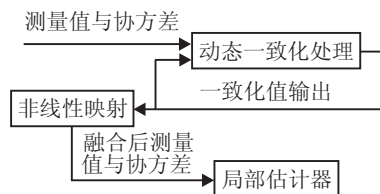


图 1 一致性滤波器

算法步骤如下:

- 1) 初始化: $\bar{x}_i(0) = \bar{x}(0)$, $\bar{P}_i(0) = P_0$;
- 2) 对目标系统进行测量, 并进行初始化: $x_i(0) = R_i z_i(0)$, $M_i(0) = R_i(0)$, $V_i(0) = R_i^{-1}$;
- 3) 运行加权动态一致性算法进行 n 次迭代, 获得 $\tilde{x}_i(0)$, $\tilde{R}_i(0)$ 和 $\tilde{V}_i(0)$;
- 4) 分别应用静态和动态多变量一致性算法获得 \tilde{Y}_i 和 \tilde{y}_i , \tilde{Y}_i 为测量噪声协方差的融合值, \tilde{y}_i 为对现有测量值的近似最小方差融合值;
- 5) 基于以上值应用局部最优卡尔曼滤波器进行状态估计 \hat{x}_i 及状态更新;
- 6) 获得新的测量值并重复步 2)~6)。

如图 1 所示, 这种分布式的卡尔曼滤波器算法包含两层结构: 外层是卡尔曼滤波器, 内层是一致化处理。算法的核心步骤是步 4) 中如何进行静态和动态多变量一致化处理。下面分别对两种一致性算法进行介绍。

3.1.1 静态多变量一致性算法

$$\hat{x}_i = R_i^{-1} \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i), \quad x_i(0) = z_i. \quad (8)$$

根据理论分析, 如果网络拓扑连通, R_i 为正定矩阵, 则对于所有 $i \in V$, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = \left(\sum_{i \in V} R_i \right)^{-1} \left(\sum_{i \in V} R_i z_i \right)$$

成立。该算法可用于计算分布式测量值的最小均方差估计值。为进一步获得这些最小均方差估计的协方差, 可应用以下方法:

$$\hat{V}_i = \sum_{j \in N_i} (V_i - V_j), \quad Y_i = \frac{1}{N} V_i^{-1}, \quad V_i(0) = R_i^{-1}. \quad (9)$$

同样, 如果网络连通, 则有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Y_i(t) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i \in V} R_i^{-1} \right)^{-1}$$

成立.

3.1.2 动态多变量一致性算法

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \sum_{j \in N_i} (x_j - x_i) + R_i \dot{z}_i + \dot{R}_i z_i, \\ \dot{M}_i &= \sum_{j \in N_i} (M_j - M_i) + \dot{R}_i, \\ y_i &= M_i^{-1} x_i, \\ x_i(0) &= R_i(0) Z_i(0), M_i(0) = R_i(0). \end{aligned} \quad (10)$$

定义 $Z_i(s)$ 和 $R_i(s)$ 分别为 $Z_i(t)$ 和 $R_i(t)$ 的拉普拉斯变换. 如果网络连通, 且信号 $Z_i(s)$ 和 $R_i(s)$ 所有的极点都在左半平面, 且至多有一个极点在 $s = 0$ 处, 则对于所有 $i \in V$, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_i(t) = \left(\sum_{i \in V} R_i(\infty) \right)^{-1} (R_i(\infty) z_i(\infty)).$$

在算法步 4) 中, 每个传感器将测量值 $z_i(t)$ 和测量噪声协方差 $R_i(t)$ 传递给相近的邻居传感器进行融合, 这样有利于提高整个网络对目标估计的精度, 使得整个网络的估计值趋于一致. 然后, 将这些融合值代入离散卡尔曼滤波算法中. 若网络保持连通, 则最终所有传感器都能获得对目标的近似最优估计值且趋于相同.

该算法的优点是对于任意网络拓扑结构鲁棒性好, 估计精度高. 但算法中步 3) 和步 4) 若要获得理想的一致效果, 则需耗费较长时间. 如果网络规模较大, 则算法的复杂性将会增加, 且实时性变差.

3.2 基于一致性的重叠分散式估计算法

最近, Stanković 等人^[13-15]提出了一种基于一致性的重叠分散式估计算法, 其基本原理也是将卡尔曼滤波器与一致性算法相结合. 离散卡尔曼滤波器迭代分为两步: 第 1 步进行预测, 第 2 步根据测量值进行纠正. Stanković 的算法主要对第 1 步预测进行了改进, 应用一致性机制对相邻传感器的估计值进行融合. 具体算法如下 (目标系统仍参照 2.2 节):

$$\begin{aligned} x_i(k|k) &= \\ x_i(k|k-1) &+ \gamma_i(k) L_i [z_i(k) - H_i x_i(k|k-1)], \\ x_i(k+1|k) &= \sum_{j=1}^n C_{ij}(k) A_j x_j(k|k). \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $C_{ij}(k) = l_{ij}(k) K_{ij}(k)$, $l_{ij}(k)$ 定义同 2.1 节, 在动态网络拓扑中为时变值; $K_{ij}(k)$ 为正半定对角阵, 定义时刻 k 传感器 i 与传感器 j 之间边合适的权值. $L_i = P_i H_i [H_i P_i H_i^T + R_i]^{-1}$ 为稳态卡尔曼增益矩阵. 假设 (A_i, H_i) 可观, $(A_i, Q^{1/2})$ 可控, 则 P_i 是以下代数黎卡提方程的正半定解 (在该算法中, 假定 $P_i > 0$):

$$P_i = A_i [P_i - L_i H_i P_i] A_i^T + Q. \quad (12)$$

$\gamma_i(k)$ 是二元值, 表示网络丢包率, 若传感器 i 能接收测量值, 则 $\gamma_i(k) = 1$; 否则, $\gamma_i(k) = 0$, 表示 i 有测量值丢包.

由式 (11) 知, 每时刻传感器 i 只需要传递向量值 $A_i x_i(k|k)$ 给其邻近传感器, 因此通讯值少于 2.3 节中的 KCF 算法, 但网络估计误差要比 KCF 算法的误差大. 与 Spanos 的算法相比, 通讯量相当, 算法复杂性低, 更易于硬件实现. 如何根据收敛条件选取算法中的参量是一个较为困难的问题, 因此只能应用于某些简单的情况.

4 一致滤波算法理论分析

卡尔曼一致滤波算法的理论分析, 主要是对估计误差的收敛性和误差协方差界值的研究. 在目前已有的众多算法中, 有人对相应算法进行了不同程度的分析. 下面以 2.3 节中 KCF 算法为例, 介绍理论分析的基本框架.

根据 2.2 节的定义, 每个传感器的误差方程为

$$\begin{aligned} e_i(k+1) &= e_i(k) + M_i (y_i - S_i \bar{x}_i(k)) + \\ &\epsilon M_i \sum_{j \in N_i} (e_j(k) - e_i(k)). \end{aligned} \quad (13)$$

令 $e(k) = [e_1(k), \dots, e_n(k)]^T$, 若 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{E}(e(k)) = 0$, 则算法估计无偏. 由于 $e_i(k)$ 为随机变量, 需要分析是否估计误差的协方差 $\mathbf{E}[e(k) \cdot e(k)^T]$ 收敛有界. 针对连续时间算法可应用李亚普诺夫方法, 离散时间算法可应用矩阵理论等相关知识进行分析. Saber^[10]对次优一致滤波算法应用李亚普诺夫方法进行了稳定性分析, 但收敛条件需假设测量矩阵 H_i 可逆且噪声协方差矩阵 $R_i \forall i$ 为正定矩阵, 而该条件在实际应用中很难保证.

Spanos^[4-5]分别对静态和动态多变量一致性算法进行了分析, 应用线性代数、频域分析等方法, 得出了算法收敛的条件 (可参考 3.1 节). Saber 等人^[6-9]对不同的连续时间一致性卡尔曼滤波算法应用李亚普诺夫方法进行了简易分析, 证明了只要网络保持连通, 最终所有传感器的估计值将趋向目标系统的状态值且趋于一致. Stanković^[13-15]对其提出的算法进行了较严谨的分析, 值得注意的是, 分析中加入了丢包问题的研究. 在传感器网络的实际应用中, 网络丢包不可避免, 因此, 研究带丢包的基于一致性分布式估计问题具有重要意义. 下面简要给出分析方法和主要结果.

令 $\phi(k) = \text{diag}\{\phi_1(k), \dots, \phi_n(k)\}$, $\phi_i(k) = A_i - \gamma_i(k) L_i H_i$. $\phi_i^{[r]}$ 是 $\phi_i(k)$ 以一定概率选择的实现, $r = 1, 2, \dots, v$. Stanković 应用矩阵理论中分块矩阵模的

分析方法,证明了如果目标系统渐近稳定,且网络系统满足以下两个条件:

$$\rho(\phi_i^{[r]}) < b_i^{[r]} < \infty, i = 1, 2, \dots, n; \quad (14)$$

$$\sum_{r=1}^v \pi_r \max_j \sum_{i=1}^n \rho(C_{ji}^{[r]}) b_i^{[r]} < 1. \quad (15)$$

则估计误差收敛,即 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{E}[e(k)] = 0$. 若对于任意 i , $A_i = A$ 成立,则即使目标系统不能渐近稳定,估计误差最终也能收敛. 另外,如果 $\gamma_i(k)$ 始终为 0,则条件(15)无法满足. 如何求出丢包概率 $\mathbf{E}(\gamma_i(k) = 0)$ 的上界值,是一个很有意义但又非常困难的问题.

5 一致滤波算法优化

在上述所有提及的估计算法中,算法参数的选取都必须满足一定的算法收敛条件. 如何最优选取某些参数,最小化均方估计误差值,这类问题称作卡尔曼一致滤波算法的优化问题.

定义均方估计误差为

$$\mathbf{e}(k) = \sum_i \text{tr}(\mathbf{E}(e_i(k) \cdot e_i(k)^T)).$$

其中: tr 为矩阵的迹, $\mathbf{e}(k)$ 为关于算法中参数的函数. 若收集所有这些未知参数为 Z ,则优化问题为: 在参数 Z 满足估计算法收敛的条件下,最小化均方估计误差.

Saber^[9] 基于前期工作提出了一种最优卡尔曼一致滤波器^[10]. 其中 M_i 和 P_i 的定义参照 2.2 节.

最优一致性滤波器如下所示:

$$\hat{x}_i = \bar{x}_i + K_i(z_i - H_i \bar{x}_i) + C_i \sum_{j \in N_i} (\bar{x}_j - \bar{x}_i),$$

$$K_i = \left(P_i + C_i \sum_{j \in N_i} (P_{j,i} - P_i) \right) H_i^T (R_i + H_i P_i H_i^T)^{-1},$$

$$M_{i,j} =$$

$$F_i P_{i,j} F_j^T + C_i \sum_{r \in N_i} (P_{r,j} - P_{i,j}) F_j^T +$$

$$F_i \sum_{s \in N_j} (P_{i,s} - P_{i,j}) C_j^T + C_i D_{i,j} C_j^T + K_i R_{i,j} K_j^T,$$

$$P_{i,j}^+ = A M_{i,j} A^T + B Q B^T, \bar{x}_i^+ = A \hat{x}_i.$$

其中: K_i 为最优卡尔曼增益, C_i 为可任意选择的一致增益(文中给出了较优选取值), $M_{i,j} = \mathbf{E}(e_i(k) \cdot e_j(k)^T)$, $P_{i,j} = \mathbf{E}(\bar{e}_i(k) \cdot \bar{e}_j(k)^T)$. $M_{i,j}$ 和 $P_{i,j}$ 的计算都需要用到传感器 i 邻居的信息,这便增加了通信量和数据传输时间,在实际应用中有一定的限制.

目前,关于最优卡尔曼一致滤波问题国内外研究结果还较少,然而这个问题的研究很有意义,也具有很大的难度. 主要原因是优化问题受到很多条件限制,如网络拓扑经常变化或传感器出现故障和丢包等干扰会使优化问题变得非常复杂,且需要能够在线自适

应,这便增加了算法的复杂性.

6 自适应卡尔曼一致滤波器

在前述算法中,传感器网络拓扑边的权值都是固定的. 而实际应用中,由于网络拓扑结构的改变或传感器故障、丢包的产生,比如,在某一时段,某个传感器丢包率较高,则应减少与该传感器连接边的权值,而固定的权值可能会导致估计误差的增加,同时也会延长算法的收敛时间. 如何设计随网络环境变化而自适应调整的权值是一个很有意义的问题. 近期, Demetriou^[16-17] 提出了一种连续时间可自适应调整一致性参数的滤波器,具体算法如下:

假定连续时间系统为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + \mathcal{F}u(t), x(0) = x_0 \in X;$$

$$z_i(t) = H_i x(t).$$

估计算法为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) = & A_i \hat{x}_i(t) + \mathcal{F}u(t) + g_i z_i(t) + \\ & \mathcal{B}_i \Gamma_i(t) \sum_{j \neq i}^n \mathcal{H}_i \cdot (\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t)). \end{aligned} \quad (16)$$

权值调整如下:

$$\dot{\Gamma}_i(t) = A_i \varepsilon_i(t) \sum_{j \neq i}^n \mathcal{H}_i (\hat{x}_j(t) - \hat{x}_i(t))^T. \quad (17)$$

其中: $A_i = A - g_i H_i$ 为滤波器增益矩阵, $\Gamma_i(t)$ 为自适应一致性权值. 由式(17)可以看出, Γ_i 根据与邻居传感器之间估计值之差的大小进行调整,估计值之间偏差越大, Γ_i 下一时刻的值越大,从而加大了一致性的作用;相反,当 i 与邻近传感器之间估计值偏差越小,则可暂时削弱一致性的作用.

席峰等人^[19-20] 提出了加权自适应滤波算法,根据传感器估计值自适应修正加权一致性权值,即

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(k) = & \\ & \hat{x}_i(k-1) + W_i^T(k) [\bar{x}_i(k-1) - 1_{d_i} \otimes \hat{x}_i(k-1)]. \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\bar{x}_i(k) = [\hat{x}_{j_1}^T(k), \dots, \hat{x}_{j_{d_i}}^T(k)]^T,$$

$$W_i(k) = [W_{ij_1}(k), \dots, W_{ij_{d_i}}(k)]^T.$$

为了在每一步最小化估计误差

$$J_i(k) = \mathbf{E}(e_i^T(k) \cdot e_i(k)),$$

应采用最速下降梯度法,权值矩阵可根据下式进行调整:

$$\hat{W}_i(k) = W_i(k) - 0.5 \mu_i(k) \times \nabla_{W_i} J_i(k),$$

其中 $\mu_i(k) > 0$ 为步长,需选取合适的值以保证算法的稳定性. 应用瞬时梯度值代替实际 $J_i(k)$ 对加权矩阵的梯度值,根据下式:

$$\hat{W}_i(k) = W_i(k) + \mu_i(k)[\bar{x}_i(k-1) - 1_{d_i} \otimes \hat{x}_i(k-1)]e_i^T(k), \quad (19)$$

得到修正后的加权矩阵 $\hat{W}_i(k)$. 数值仿真表明, 这种自适应算法相较于固定权值算法, 估计误差更小, 且传感器与邻近传感器估计值之差也更小. 但同时, 每一步需要耗费时间等待权值调整, 因而降低了算法的实时性.

7 基于实际应用问题的滤波算法

滤波算法在实际应用中会遇到很多问题, 如传感器故障、无法测量目标系统以及网络能量有限等. 下面介绍一些根据实际应用中可能存在的问题而设计的滤波算法.

7.1 带牵制控制的一致性滤波器

牵制控制的基本思想是, 通过对部分传感器节点施加控制使得整个网络达到期望的控制目标. 最近 Yu 等人^[21]将牵制控制引入基于一致性的分布式估计中, 每个传感器的估计方程为

$$\hat{x}_i(t) = f(x_i(t), t) + c \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + u_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

将所有传感器节点分成两部分: 一部分传感器节点能检测到目标值

$$u_i(t) = -ck_i(x_i(t) - y_i(t)), \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (21)$$

另一部分传感器节点没有目标系统的测量值, 即 $u_i(t) = 0$. 利用 Lyapunov 方法进行理论分析, 结果表明, 当目标系统满足一定条件且系统噪声和测量噪声有界时, 网络系统可通过一部分传感器对目标进行检测使所有传感器最终对目标系统进行有效估计. 这种带牵制控制的估计方法可应用于实际中. 由于传感器网络的能量有限, 在运行过程中添加能量十分困难, 如果仅用部分传感器进行测量可以达到期望估计精度, 则可通过这种方式节省传感器的能量. 这为能量优化的传感器调度问题提供了一种可行的思路.

在实际应用中, 由于障碍物或故障等原因, 某些传感器可能在某些时刻无法测量目标系统的所有状态. 对此, Yu 等人进行了相关研究并发现, 当网络系统满足一定条件时, 即使部分传感器只能测量到系统的部分状态, 最终所有传感器对目标系统的估计也能达到满意的效果. 这些问题的研究具有一定的实际意义, 推进了算法在实际中的进一步应用.

7.2 网络能量优化分布式估计

传感器网络能量优化是一个很现实的问题, 在完成复杂任务的前提下, 如何进行节能, 使传感器网

络能维持最长时效工作, 该类问题的研究在实际应用中非常有意义. 最近, Shi 等人^[33-34]提出了一种动态调整网络拓扑结构的方法以解决树型结构传感器网络滤波的能量优化问题. 根据传感器之间距离来构造的树型网络如图 2 所示.

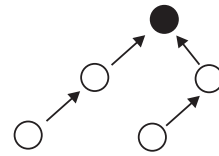


图 2 树型拓扑

图 2 中最顶层节点为中心传感器节点, 其余所有传感器节点在每时刻 k 将测量值逐级传递给上层节点. 因此, 中心节点在 k 时刻接收的测量值包括中间一层节点在 k 时刻的测量值和最底层节点在 $k-1$ 时刻的测量值. 最底层节点也可断开与中间一层节点之间相连的边而直接与中心节点相连, 这样, 在 k 时刻中心节点对目标的估计值会更准确, 但同时也会因通讯距离的增加而增大传感器能量损耗.

为了在每一时刻优化传感器的能量使用, 以中心节点对目标状态的估计精度是否达到期望精度为判断标准, 在每一时刻, 若已达到期望精度, 则可选择某些传感器节点暂停工作以减少能量损耗; 未达到期望精度时, 可将某些节点断开与其上层节点相连的边, 并选择直接与中心节点相连的方式来增加中心节点的估计精度. 这样便可保证估计误差在某一给定值下限范围内, 最大限度地减少能量的损耗. 当然, 这种方法要求整体算法的实时性较高, 在实际应用中还存在一定困难.

目前, 关于应用卡尔曼一致滤波算法的网络能量优化问题研究还较少. 分布式滤波中每个传感器节点都有计算功能, 相当于信息融合中心. 如果传感器可通讯的邻居越多, 则损耗的能量越大, 但同时获得的测量值也越多, 从而提高了估计精度. 从如何平衡这两者之间的关系出发来优化传感器网络以维持最长时效是一个非常具有实际意义的问题.

8 其他分布式估计算法

应用传感器网络进行分布式估计, 除基于一致性的滤波算法之外, 还有许多其他算法, 如周杰等人^[35]提出的 H_∞ 滤波最优融合算法; 彭志专等人^[36]提出的基于交互式多模型粒子滤波 (IMM-PF) 的分布式估计融合算法, 可用于在非线性、非高斯条件下估计目标状态; 关小杰等人^[37]提出的基于量化观测的粒子滤波状态估计算法. 卡尔曼一致滤波算法与这些算法的区别是, 仅使用局部信息, 无需融合中心, 最终所有传感器的估计值趋于一致. 这些特点决定了一致滤波算法在未来应用中的方便和实用性. 但

针对非线性系统、带宽有限等复杂情况,应用卡尔曼一致滤波算法的研究目前还很少。

9 结 论

分布式估计问题作为大规模传感器网络中最基础的合作信息处理问题,是进一步拓展传感器网络应用的关键问题之一。随着人们对未知世界探索的速度加快以及近几年世界各地发生大规模自然灾害的频率突增,传感器网络经常被应用于一些环境恶劣、人类无法深入的地区,如深海、沙漠、灾区的环境监测以及救灾等。如何设计实时性好、估计精度高的分布式估计算法以返回目标环境的信息是一个非常重要的问题,近几年已引起国际上越来越多学者的关注。卡尔曼一致滤波算法是经典卡尔曼滤波器和一致性算法的结合,利用局部信息一致化全局信息,扩展了以前一些估计算法在实际应用中的限制,更易应用于网络随机分布和拓扑时变的场合。本文从算法设计、理论分析等方面对卡尔曼一致滤波算法进行了介绍,总结了各种算法的优缺点和适用的环境。

目前,卡尔曼一致滤波算法的研究方兴未艾,在算法设计以及进一步迈向应用领域过程中仍有很多工作要做。

1) 基于一致性的分布式估计算法一般由卡尔曼滤波器和一致性算法构成。卡尔曼滤波器是单个传感器的最优滤波算法,由于传感器估计值之间的耦合,很难设计分布式的最优滤波算法。截止目前,尽管也有学者提出了优化的一致滤波算法,但尚未从理论上给出具体分析。因此,寻找最优分布式滤波算法是一个很大的挑战。

2) 在实际应用中尤其是特殊环境下,网络丢包、大时延等现象不可避免。本文介绍了部分带丢包的一致性滤波算法,但并未具体给出丢包率与估计误差之间的关系,无法应用于实际中。目前,针对带丢包的卡尔曼滤波器已有学者作了较为充分的研究。对于大规模传感器网络的丢包研究,由于传感器之间的耦合作用使得问题复杂性增加许多,如何找出网络丢包率的上界以便于算法的实际应用是一个很重要的问题。

3) 由于一致性的作用,网络的拓扑结构对算法的估计误差有很大的影响。能否找出网络拓扑结构的某一特征量与网络估计误差之间的关系是一个很有意义的问题。尤其随着网络规模的日益增大,对该问题的研究也必将是未来传感器分布式估计领域发展的趋势。

4) 网络能量优化问题一直是传感器网络研究领域的热点。在分布式估计问题中,传感器与邻居之间进行短距离通讯相对于中心式估计中的远程通讯节

省了能量,但是与邻居频繁通讯也会损耗大量能量。如何以满足人们的期望精度为目标,设计合理的调度方法节省能量,使传感器网络能维持最长时效工作,是实际应用领域中一个非常重要的问题。

5) 实际应用中传感器网络带宽有限,每个传感器在发送数据时一般需将本地数据进行量化或压缩。目前,一致滤波算法的研究都假设带宽足够大,无需量化数据。为了推动算法在实际中的应用,基于数据量化的一致滤波问题研究值得期待。

参考文献(References)

- [1] Rao B S Y, Durrant-whyte H F, Sheen J A. A fully decentralized multi-sensor system for tracking and surveillance[J]. *Int J of Robotics Research*, 1993, 12(1): 20-44.
- [2] Sanders C W, Tacker E C, Linton T D. A new class of decentralized filters for interconnected systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1974, 19(3): 259-262.
- [3] Iftar A. Decentralized estimation and control with overlapping input, state and output decomposition[J]. *Automatica*, 1993, 29(2): 511-516.
- [4] Spanos D P, Saber R O, Murray M R. Dynamic consensus on mobile networks[C]. *Proc of the 16th IFAC World Congress*. Prague, 2005.
- [5] Spanos D P, Saber R O, Murray M R. Approximate distributed Kalman filtering in sensor networks with quantifiable performance[C]. *Proc of the 4th Int Symposium on Information Processing in Sensor Networks*. Los Angeles: IEEE Press, 2005: 133-139.
- [6] Saber R O, Shamma J S. Consensus filters for sensor networks and distributed sensor fusion[C]. *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. Seville: IEEE Press, 2005: 6698-6703.
- [7] Saber R O. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters[C]. *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. Seville: IEEE Press, 2005: 8179-8184.
- [8] Saber R O. Distributed tracking for mobile sensor networks with information-driven mobility[C]. *Proc of American Control Conf*. New York: IEEE Press, 2007: 4606-4612.
- [9] Saber R O. Distributed Kalman filtering for sensor networks[C]. *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. New Orleans: IEEE Press, 2007: 5492-5498.
- [10] Saber R O. Kalman-consensus filter: Optimality, stability and performance[C]. *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. Shanghai: IEEE Press, 2009: 7032-7046.
- [11] Ren W, Beard R W, Kingston D B. Multi-agent Kalman consensus with relative uncertainty[C]. *Proc of American Control Conf*. Oregon: IEEE Press, 2005: 1865-1870.

- [12] Beard R, Casbeer D W. Distributed information filtering using consensus filters[C]. Proc of American Control Conf. St Louis: IEEE Press, 2009: 1882-1887.
- [13] Stanković S S, Stanković M S, Stipanović D M. Consensus based overlapping decentralized estimation with missing observations and communications faults[J]. Automatica, 2009, 45(6): 1397-1406.
- [14] Stanković S S, Stanković M S, Stipanović D M. Consensus based overlapping decentralized estimator[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(2): 410-415.
- [15] Demetriou M A. Design of consensus and adaptive consensus filters for distributed parameter systems[J]. Automatica, 2010, 46(2): 300-311.
- [16] Demetriou M A. Natural consensus filters for second order infinite dimensional systems[J]. Systems & Control Letters, 2009, 58(12): 826-833.
- [17] 席峰, 刘中. 基于信息矩阵加权一致策略的分布式 Kalman 滤波器[J]. 信息与控制, 2010, 39(2): 194-199. (Xi F, Liu Z. Distributed Kalman filter with information matrix weighted consensus strategies[J]. Information and Control, 2010, 39(2): 194-199.)
- [18] 席峰, 刘中. 基于状态预测自适应一致滤波器的分布式估计融合算法[J]. 信息与控制, 2010, 39(1): 59-65. (Xi F, Liu Z. Distributed estimation fusion using the state prediction-based adaptive consensus filter[J]. Information and Control, 2010, 39(1): 59-65.)
- [19] Xi F, He J, Liu Z. Adaptive fast consensus algorithm for distributed sensor fusion[J]. Signal Processing, 2010, 90(5): 1693-1699.
- [20] Yu W W, Chen G R, Wang Z D, et al. Distributed consensus filtering in sensor networks[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics — Part B: Cynernetics, 2009, 39(6): 1568-1577.
- [21] Yang P, Freeman R A, Lynch K M. Multi-agent coordination by decentralized estimation and control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(11): 2480-2469.
- [22] Li J L, Ghassan A. Rate constrained distributed estimation in wireless sensor networks[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(5): 1634-1643.
- [23] Schizas I D, Ribeiro A, Giannakis B G. Consensus in Ad Hoc WSNs with noisy links — Part I: Distributed estimation of deterministic signals[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(1): 342-356.
- [24] Li T, Zhang J F. Mean square average-consensus under measurement noises and fixed topologies: Necessary and sufficient conditions[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1929-1936.
- [25] Fax A, Murray R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1465-1476.
- [26] Jadbabaie A, Lin J, Morse A. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [27] Saber R O, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(9): 1520-1533.
- [28] Moreau L. Stability of multiagent systems with time-dependent communication links[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(2): 169-182.
- [29] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems using dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [30] Zhu M H, Sonia Martínez. Discrete-time dynamic average consensus[J]. Automatica, 2010, 46(2): 322-329.
- [31] Anderson B D O, Moore J B. Optimal filtering[M]. New York: Prentice Hall Press, 1979.
- [32] Shi L, Johansson H K, Murray R M. Change sensor topology when needed: How to efficiently use systems resources in control and estimation over wireless networks[C]. Proc of IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE Press, 2007: 5478-5485.
- [33] Shi L, Cheng P, Chen J M. Sensor data scheduling over a packet-dropping network[C]. Proc of the 8th World Congress on Intelligent Control and Automation. Ji'nan: IEEE Press, 2010: 933-937.
- [34] 王文璇, 周杰, 王维. 分布式系统中 H_∞ 滤波的最优融合[J]. 传感器与微系统, 2009, 28(7): 18-20. (Wang W X, Zhou J, Wang W. Optimal fusion of H_∞ filtering in distributed system[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2009, 28(7): 18-20.)
- [35] 彭志专, 冯金富, 钟咏兵, 等. 基于 IMM-PF 的分布式估计融合算法[J]. 控制与决策, 2008, 23(7): 837-840. (Peng Z Z, Feng J F, Zhong Y B, et al. Distributed fusion algorithm based on IMM-PF[J]. Control and Decision, 2008, 23(7): 837-840.)
- [36] 关小杰, 陈军勇. 无线传感器网络中基于量化观测的粒子滤波状态估计[J]. 传感技术学报, 2009, 22(9): 1337-1341. (Guan X J, Chen J Y. Particle filter state estimation based on quantized observations in wireless sensor networks[J]. Chinese J of Sensors and Actuators, 2009, 22(9): 1337-1341.)