

文章编号: 1001-0920(2011)06-0907-04

基于改进的变分 GAC 模型矢量图像分割

赵 骥^{1,2}, 邵富群¹, 张学东²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110819; 2. 辽宁科技大学 软件学院, 辽宁 鞍山 114051)

摘要: 在分析矢量图像颜色信息和动态曲线演化规律的基础上, 将归一化传导率的非线性热方程约束项引入变分侧地活动轮廓矢量模型中, 使水平集函数不用重新初始化即可快速稳定地保持符号距离函数的特性. 改进算法减少了迭代次数和运行时间, 改进了图像二维梯度和散度算子传统离散化方式, 使梯度和散度算子保持空间旋转不变性, 提高了分割算法的鲁棒性. 实验表明该方法是有用的, 对弱边缘具有较好的辨别能力.

关键词: 图像分割; 侧地活动轮廓模型; 符号距离函数; 散度算子; 矢量图像

中图分类号: TP391

文献标识码: A

Vector-valued images segmentation based on improved variational GAC model

ZHAO Ji^{1,2}, SHAO Fu-qun¹, ZHANG Xue-dong²

(1. College of Information Science and Technology, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 2. School of Software Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114051, China. Correspondent: ZHAO Ji, E-mail: zhaoji_1974@126.com)

Abstract: An improved restriction item is introduced into variational GAC vector-valued model on the basis of analysis on color information and evolution characteristics of active contour curve. The proposed restriction item, which is a nonlinear heat equation with normalized diffusion rate, is added to the level set function to maintain the signed distance function properties fast and stably, and therefore the costly re-initialization procedure is completely eliminated. The algorithm reduces the number of iterations and run time. In addition, more efficient discretization method with spatial rotation-invariance gradient and divergence operator are proposed as numerical implementation scheme to improve strong robustness. The experiment results show that the proposed algorithm is effective and has the ability to distinguish the fuzzy edges.

Key words: image segmentation; GAC model; signed distance function; divergence operator; vector-valued images

1 引言

图像分割是图像处理的基本和关键技术, 由于矢量图像能够比单值图像提供更加丰富的信息, 矢量图像分割问题受到越来越多研究者的关注. 目前, 针对不同特性的矢量图像已有多种分割方法, 例如, 文献[1]提出了一种使用区域生长和可变形模板的彩色图像分割方法. [2]提出了一种多频谱二维直方图域值分割法. [3]使用了模糊 C-Mean 聚类图像分割方法和融合多种分割算法及特定理论工具的方法. [5]提出了称为Snake的主动轮廓模型图像分割方法, Snake模型是在由轮廓自身特性决定的内部能量和由图像特征决定的外部能量共同作用下的能量极小化

的轮廓曲线, 可用于图像分割、运动跟踪、图像匹配等数字图像处理领域^[6]. 近年来, 主动轮廓模型因其完备的理论基础和良好的鲁棒性而倍受关注. 主动轮廓模型包括参数变形模型^[7]和几何变形模型^[8]. 参数变形模型表达简洁, 实施快捷, 但该方法难以处理在变形过程中发生拓扑结构的变化问题; 而几何变形模型隐式地将曲线或曲面表达为高维标量函数的水平集, 可以自然地处理拓扑结构的分裂与融合, 几何变形模型的理论基础是曲线演化理论和水平集方法^[9]. 尽管这两种方法有本质的不同, 但基本原理非常相似^[10], 本文提出的改进算法采用的是基于水平集理论的侧地活动轮廓(GAC)模型^[8]. GAC模型的数学理论基础是偏微分方程, 其求解过程就是图像的分割过程.

收稿日期: 2010-05-27; 修回日期: 2010-08-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60775036).

作者简介: 赵骥(1974—), 男, 副教授, 博士生, 从事计算机视觉的研究; 邵富群(1945—), 男, 教授, 博士生导师, 从事计算机断层成像技术等研究.

几何变形模型首先为演化曲线的隐式表达选用适当形式的嵌入函数 $u(x, y)$. 通常令 $u(x, y)$ 为平面上点 (x, y) 到曲线 C 的带符号的距离函数, 这一选择的优点是距离函数具有梯度 $|\nabla u| \equiv 1$ 的性质. 表明 $u(x, y)$ 的变化率处处是均匀的, 没有太陡的坡地, 也没有平原, 有利于数值计算的稳定性. 但演化过程中不能保证 $u(x, y)$ 始终保持为带符号的距离函数. 当距离函数逐渐偏离 $|\nabla u| = 1$ 的性质后, 将导致迭代过程趋向不稳定. 因此, 演化曲线经过若干次更新迭代后需重新进行初始化, 使距离函数继续保持符号距离函数的特性. 但重新初始化的周期目前还没有科学的计算方法. 如果重新初始化过频, 将增加算法的时间成本, 影响分割效率; 相反, 次数过少会直接影响分割效果, 甚至导致分割失败, 重新初始化周期的不确定性直接影响了分割算法的智能性和灵活性. 本文提出的改进算法是在嵌入函数的能量泛函中增加一个归一化传导率的非线性热方程约束项, 使 $|\nabla u|$ 始终被快速地拉向 1, 从而保持符号距离函数的特性.

在数学上, 梯度和散度算子均是旋转不变量^[12], 在基于水平集方法的曲线演化数值实现过程中会用到梯度和散度算子, 在传统的有限差分方法中, 梯度算子和散度算子只在水平和垂直方向有效. 本文提出的改进算法采用数值实现方法使梯度和散度算子在水平、垂直和对角线方向旋转不变, 提高了分割算法对弱边缘的辨别能力和算法的鲁棒性.

2 改进的 GAC 模型

2.1 侧地活动轮廓矢量模型

侧地活动轮廓模型是基于边缘的图像分割方法, 如果图像中的对象与背景的分界处存在像素值的较大差异, 则对象的轮廓将形成明显的边缘, 即图像的梯度模值在对象的边缘处达到局部极大值. 在此基础上, Caselles 等人提出了不含自由参数的侧地活动轮廓模型, 即 GAC 模型, 其泛函表示为

$$E(C) = \oint_C g(C) ds + c \int \int_{\text{inside}C} g(x, y) dx dy. \quad (1)$$

在泛函中引入 Heaviside 函数, 可得 GAC 模型的变分水平集^[13]为

$$E(u) = \int \int g|\nabla H(u)| dx dy + c \int \int g[1 - H(u)] dx dy. \quad (2)$$

变分 GAC 模型的梯度下降流表达为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \delta_\varepsilon \left[\mu \operatorname{div} \left(g \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + cg \right]. \quad (3)$$

其中: c 是常速度系数, g 是边缘停止函数, $H(z)$ 是 Heaviside 函数, δ_ε 是所选 Heaviside 函数的导数, 即

$$g(z) = 1/(1 + (z/r)^2), \quad r \in N; \quad (4)$$

$$H_\varepsilon(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan \frac{z}{\varepsilon} \right]; \quad (5)$$

$$\delta_\varepsilon(z) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{z^2 + \varepsilon^2}. \quad (6)$$

上述 GAC 模型只适用于单值图像的分割, 而单值图像的边缘由图像的梯度模值来刻画, 为了将 GAC 模型应用于矢量图像的分割, 首先要解决的是矢量图像的边缘表示问题. 本文算法根据黎曼几何^[14]的观点, 将 m 维矢量图像 $H(x, y)$ 看作是在 m 维 Euclidean 空间中的一个以 (x, y) 为参数的曲面. $H(x, y)$ 上任意给定方向的弧长微元的平方 $|dH|^2$ 对应于图像平面上的变元 (dx, dy) , 表示矢量图像各分量图像“灰度值”改变量的平方和, 因此集成了所有分量图像的变化信息. 其二次型表示为

$$|dH|^2 = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^T A \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} E &= \langle Hx, Hx \rangle = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial H^i}{\partial x} \right)^2, \\ F &= \langle Hx, Hy \rangle = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial H^i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial H^i}{\partial y} \right), \\ G &= \langle Hy, Hy \rangle = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial H^i}{\partial y} \right)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

式(7)中矩阵 A 的特征方程为

$$\begin{bmatrix} E - \lambda & F \\ F & G - \lambda \end{bmatrix} = 0. \quad (9)$$

其特征值为

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} (E + G \pm \sqrt{(E - G)^2 + 4F^2}). \quad (10)$$

假定 $\lambda_1 > \lambda_2$, 则标量 $\lambda_1 - \lambda_2$ 表示矢量图像变化率的量度, 在矢量图像的边缘处 $\lambda_1 - \lambda_2$ 达到局部极大值. 它具有与单值图像的梯度模值相似的意义, 因此, 矢量图像的边缘停止函数定义为 $g_{\text{vector}} = g(\lambda_1 - \lambda_2)$. 矢量模型变分水平集方法的梯度下降流为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \delta_\varepsilon \left[\mu \operatorname{div} \left(g_{\text{vector}} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + cg_{\text{vector}} \right]. \quad (11)$$

本文提出的改进算法即是在变分 GAC 矢量模型的基础上引入传导率归一化的约束项函数, 提高算法的执行效率.

2.2 增加了归一化约束项的矢量 GAC 模型

曲线演化过程中, 速度场的自然延拓导致水平集函数 $u(x, y)$ 在演化过程中不能始终保持为带符号的距离函数. 当逐渐偏离 $|\nabla u| = 1$ 的性质后, 某些局部会因为 $|\nabla u| \gg 1$ 而出现尖峰或深谷, 或因为 $|\nabla u| \ll 1$ 而出现平坦区域, 这将导致迭代过程趋向不稳定. 文献[15]提出的免重新初始化方法在嵌入函数的能量泛函中增加 SDF 梯度模值约束项, 将其应用于侧地

活动轮廓模型^[15], 总的能量泛函为

$$E = E_\alpha + E_\beta. \quad (12)$$

其中: E_β 为传统 GAC 模型的能量泛函; E_α 为增加的符号距离函数的约束项, 有

$$E_\alpha = \iint \frac{1}{2} (|\nabla u| - 1)^2 dx dy, \quad (13)$$

E_α 的梯度下降流为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \text{div} \left[\left(1 - \frac{1}{|\nabla u|} \right) \nabla u \right]. \quad (14)$$

式(14)是一个非线性热方程, 其传导率为 $\beta = (1 - 1/|\nabla u|)$. 可见当 $|\nabla u| > 1$ 时, 推出 $\beta > 0$, “热量”正向传输, 使 $|\nabla u|$ 减小, 向 1 趋近; 当 $|\nabla u| < 1$ 时, 推出 $\beta < 0$, 使 $|\nabla u|$ 增大, 向 1 趋近.

图 1(a) 显示了 $|\nabla u|$ 与传导率 β 之间的关系, 从图 1(a) 可以看出 $|\nabla u| > 1$ 与 $|\nabla u| < 1$ 两侧的传导率是不对称的. 这样, 在统一的时间步长的情况下, 纠偏的效果是不平衡的, 会出现欠纠或过纠的情况. 为了改善纠偏效果, 使其均衡稳定, 本文的改进算法中引入归一化函数 $L(\beta)$, 即

$$L(\beta) = \frac{2}{\pi} \left(\arctan \frac{2}{k} \right), \quad (15)$$

其中 k 表示传导率归一化函数从 -1 到 $+1$ 的变化快慢, 如图 1(b) 所示. 当 $k = 1.0$ 时, 归一化函数为实线, 当 $k = 0.5$ 时, 归一化函数为虚线, 且比 $k = 1.0$ 时变化的快. 图 1(c) 是采用文献 [15] 方法每 20 次迭代绘制的零水平集曲线演化轨迹, 图 1(d) 是采用改进的变分水平集方法每 20 次迭代绘制的零水平集曲线演化轨迹. 两种算法曲线演化轨迹的对比表明, 改进方法曲线演化的速度要快于文献 [15] 方法. 由此可见新算法提高了分割算法的速度, 减少了迭代次数和分割时间, 为算法的实时性应用提供可能.

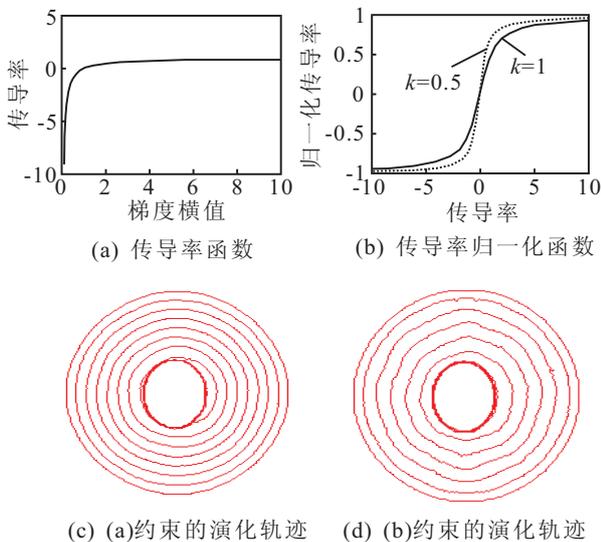


图 1 传导率函数与传导率归一化函数

改进后的曲线演化方程为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \mu \{ \text{div} [L(\beta)] \} +$$

$$\lambda \delta_\epsilon \left[\mu \text{div} \left(g_{\text{vector}} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + c g_{\text{vector}} \right]. \quad (16)$$

通过引入传导率归一化函数, 使得非线性热方程的正向和逆向传导率均匀稳定, 且均趋近于 $+1$ 或 -1 , $|\nabla u|$ 始终被稳定准确地拉向 1, 保持了符号距离函数的特性, 最终提高了演化的效率.

2.3 改进 GAC 模型的数值实现

实验中, 式(6)中的 $\epsilon = 1.0$, 边缘停止函数 $g(z) = 1/[1 + (z/r)^2]$ 中的参数 $r = 100$, 改进算法在时间步长 τ 的选择要比传统迎风方案的步长要大. 但过大的时间步长也会增加迭代的次数, 甚至导致分割失败, 因此 τ 的选择应根据具体实验而定. 参数 μ 用来控制约束项作用的相对大小, μ 取的过大也会驱使演化曲线穿透物体边界. 同时, 为了保持演化的稳定性, 必须满足 $\mu\tau < 1/4$. $u_0(x, y)$ 为符号距离函数初始化定义, 一般情况下选择 $u_0 > 2\epsilon$. 常速度 c 应适当选择, 选择过小减慢演化速度, 增加迭代次数; 选择过大则会直接穿透对象边界导致演化失败.

$\partial u / \partial t$ 的离散化选用的是前向有限差分格式. 改进算法的离散化散度算子在 $\theta = K\pi/4 (K \in Z)$ 方向保持旋转不变, 归一化非线性热方程约束项的旋转不变散度算子为

$$\text{div} [L(\beta)] = \gamma \text{div} [L(\beta)]_{K\frac{\pi}{4}} + (1 - \gamma) \text{div} [L(\beta)]_{(2K-1)\frac{\pi}{4}}. \quad (17)$$

对于二值图像, 当 $\gamma = 0.559$ 时, 式(17)的散度算子离散化表达可以保持水平、垂直方向和对角线方向的旋转不变性. 式(17)的离散化方案采用的是“半点”离散化, 归一化约束项的“半点”离散化公式为

$$\begin{aligned} \text{div} [L(\beta)] \approx & \gamma [L(\beta)_{i,j+1/2}^n u_{i,j+1}^n + L(\beta)_{i,j-1/2}^n u_{i,j-1}^n + \\ & L(\beta)_{i+1/2,j}^n u_{i+1,j}^n + L(\beta)_{i-1/2,j}^n u_{i-1,j}^n - \\ & (L(\beta)_{i,j+1/2}^n + L(\beta)_{i,j-1/2}^n + L(\beta)_{i+1/2,j}^n + \\ & L(\beta)_{i-1/2,j}^n) u_{ij}^n] + \frac{1-\gamma}{2} [L(\beta)_{i+1/2,j+1/2}^n u_{i+1,j+1}^n + \\ & L(\beta)_{i-1/2,j-1/2}^n u_{i-1,j-1}^n + L(\beta)_{i-1/2,j+1/2}^n u_{i-1,j+1}^n + \\ & L(\beta)_{i+1/2,j-1/2}^n u_{i+1,j-1}^n + (L(\beta)_{i+1/2,j+1/2}^n + \\ & L(\beta)_{i-1/2,j-1/2}^n + L(\beta)_{i-1/2,j+1/2}^n + \\ & L(\beta)_{i+1/2,j-1/2}^n) u_{ij}^n]. \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} L(\beta)_{i,j\pm 1/2} &= L \left(1 - \frac{1}{|\nabla u|_{i,j\pm 1/2}} \right), \\ L(\beta)_{i\pm 1/2,j} &= L \left(1 - \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm 1/2,j}} \right), \\ L(\beta)_{i\pm 1/2,j\pm 1/2} &= L \left(1 - \frac{1}{|\nabla u|_{i\pm 1/2,j\pm 1/2}} \right). \end{aligned}$$

图2显示了散度算子3种不同方法的离散化结果. 图2(a)是合成的工具图像. 图2(b)采用的是二阶中心差分方法, 因为参与计算的4个邻点均远离中心点 (i, j) , 所以这种离散化格式的精确性和鲁棒性较差. 图2(c)采用向前差分与向后差分相结合的方法, 参与计算的4个邻点均是 (i, j) 的最近点, 因此具有较高的精确性, 但存在不对称性, 影响了算法的执行效果. 图2(d)采用改进的“半点”离散化方法, 散度算子离散化格式取为“主方向”4个点和对角线方向的4个点的加权平均, 具有较高的精确性和鲁棒性. 本文改进算法采用的是图2(d)中所示的改进的“半点”离散化方法.

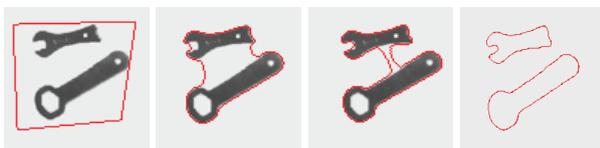


(a) 合成图像 (b) 方法1 (c) 方法2 (d) 方法3

图2 散度算子的3种离散化方法比较

3 实验结果

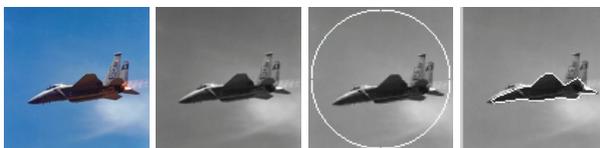
实验将改进算法成功地应用于合成矢量图像与真实彩色图像的分割中. 实验中水平集函数采用统一的初始参数, 曲线内部设为 -6 , 曲线外部设为 $+6$. 图3显示了一个 100×100 像素的合成矢量图像分割过程与结果, 其中参数 $\mu = 0.0001$, 常速度 $c = 0.8$, 时间步长 $\tau = 5.0$, 改进算法仅用150次迭代即可实现完全的分割.



(a) 初始轮廓 (b) 80次迭代 (c) 120次迭代 (d) 分割轮廓

图3 100×100 像素合成矢量图像分割过程

图4显示了一个 100×100 像素真实彩色图像转化为灰度图像的分割过程与结果, 其中参数 $\mu = 0.0001$, 常速度 $c = 0.5$, 时间步长 $\tau = 10.0$. 在彩色图像转化为灰度图像的过程中会损失大量色彩信息. 由图4可以看出, 灰度化过程产生边缘弱化, 导致分割曲线越过物体弱边界.



(a) 原始图像 (b) (a)灰度图像 (c) 初始轮廓 (d) 分割结果

图4 彩色图像转化为灰度图像的分割过程

图5显示了文献[15]提出的免重新初始化和有限差分数值实现方法的分割过程与结果, 其中参数

$\mu = 0.0001$, 常速度 $c = 0.4$, 时间步长 $\tau = 8.0$. 在300次迭代时(如图5(b)), 部分曲线仍远离对象边缘, 在400次迭代时(如图5(c)), 机身还没有分割结束, 但飞机尾翼已经出现边缘泄漏(如图5(d)), 在500次迭代时达到稳态, 用时9.77 s.



(a) 初始轮廓 (b) 300次迭代 (c) 400次迭代 (d) 500次迭代

图5 文献[15]分割过程与结果

图6显示了改进的免重新初始化算法和梯度、散度算子旋转不变数值实现方法的分割过程与结果. 在200次迭代时(如图6(b)), 演化曲线基本靠近对象边缘, 在250次迭代时(如图5(c)), 飞机尾翼已分割稳定, 且演化曲线向机身靠近, 进行到300次迭代时达到稳态, 分割成功, 用时仅4.37 s. 实验表明, 改进的算法迭代次数和分割时间少且对弱边缘具有较好的鲁棒性.



(a) 初始轮廓 (b) 200次迭代 (c) 250次迭代 (d) 300次迭代

图6 文献[15]改进算法分割过程与结果

表1比较了传统的GAC模型(每50次迭代进行一次重新初始化)、文献[15]方法与本文改进算法对图4(a)进行分割的效率. 结果表明, 改进算法可以用较少的迭代次数和分割时间达到较好的分割效果.

表1 不同方法分割效率的比较

分割算法	μ	λ	c	τ	迭代次数	时间
传统GAC模型	-	-	3.0	0.01	2300	105.30
文献[15]方法	0.0001	1.2	0.4	8.0	500	9.77
本文改进方法	0.0001	1.2	0.4	8.0	300	4.37

4 结论

本文提出的改进算法不仅能够完全消除曲线演化过程中耗时的重新初始化, 而且大大减少了曲线演化迭代的次数和运行时间, 提高了分割的效率. 算法采用基于黎曼几何的矢量方案和梯度与散度算子水平、垂直和对角线方向旋转不变的离散数值来实现方案, 增强了算法对于彩色图像弱边缘检测的鲁棒性, 提高了分割的准确性. 为了提高算法的智能性, 应加强对算法参数自适应选择的研究.

(下转第915页)