

文章编号: 1001-0920(2011)08-1264-05

基于鲁棒开环解耦的系统逆二自由度控制

彭超, 徐红兵, 张健

(电子科技大学自动化工程学院, 成都 611731)

摘要: 针对MIMO系统的轨迹跟踪, 提出一种基于鲁棒开环解耦的系统逆二自由度(2DOF)控制方法. 该方法通过鲁棒开环解耦解决MIMO系统的耦合问题, 利用系统逆2DOF控制保证轨迹跟踪性能. 首先提出一种保证预补偿器阶数最小和解耦系统鲁棒性的鲁棒开环解耦方法; 然后结合鲁棒开环解耦和系统逆2DOF控制, 给出系统逆前馈控制和 H_∞ 混合灵敏度鲁棒反馈控制器的设计方法; 最后通过设计实例及仿真结果验证了该控制方法的有效性.

关键词: 鲁棒开环解耦; 二自由度控制; 系统逆; H_∞ 混合灵敏度

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Inversion-based 2DOF control based on robust open decoupling

PENG Chao, XU Hong-bing, ZHANG Jian

(School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China. Correspondent: PENG Chao, E-mail: pcddiy@163.com)

Abstract: An inversion-based two-degree-freedom(2DOF) control based on robust open decoupling is proposed for MIMO tracking system. This control method accounts for coupling problem of MIMO system by robust open decoupling, and improves tracking performance by inversion-based 2DOF controller. Firstly, a robust open decoupling method is proposed. Then the design method of inversion based feedforward controller and robust controller based on H_∞ mixed sensitivity is proposed in 2DOF control. Finally, a design example and its simulation result show the effectiveness of the proposed control method.

Key words: robust open decoupling; 2DOF control; inversion-based; H_∞ mixed sensitivity

1 引言

系统逆二自由度(2DOF)控制常用于轨迹跟踪控制, 能有效提高系统的轨迹跟踪性能; 通过系统逆前馈控制器使系统输出轨迹逼近期望轨迹, 并根据系统性能要求设计反馈控制器以补偿轨迹跟踪误差和外部干扰. 文献[1-2]通过系统逆2DOF控制有效提高了探针扫描显微镜轨迹扫描精度及扫描速度; [3]利用系统逆2DOF控制提高纳米定位平台的轨迹跟踪带宽; [4]将系统逆2DOF控制用来提高IPMC(离子聚合物金属混合材料)驱动器的轨迹跟踪精度.

目前, 系统逆2DOF控制的研究和应用大都针对SISO系统的轨迹跟踪, 而许多实际轨迹跟踪系统多为MIMO系统. 虽然文献[5]对于系统逆2DOF控制用于MIMO系统进行了讨论, 但并没有系统地提出基于系统逆2DOF的MIMO控制方法. 为使MIMO系

统具有良好的轨迹跟踪性能, 将系统逆2DOF控制用于MIMO轨迹跟踪系统控制的研究是十分必要的.

MIMO轨迹跟踪系统的耦合问题和系统逆2DOF控制如何与系统解耦有效结合以提高轨迹跟踪性能, 是系统逆2DOF控制用于MIMO系统的研究重点. 对此, 本文提出一种基于鲁棒开环解耦的系统逆2DOF控制方法. 首先给出一种鲁棒开环解耦设计方法; 然后给出系统逆2DOF控制结构中的系统逆前馈控制器和 H_∞ 混合灵敏度鲁棒反馈控制器的设计方法; 最后通过仿真实例表明, 该控制方法具有良好的解耦控制和轨迹跟踪效果.

2 基于鲁棒开环解耦的系统逆2DOF控制

基于鲁棒开环解耦的系统逆2DOF控制方法通过鲁棒开环解耦消除MIMO系统的耦合, 利用系统逆2DOF控制提高系统的轨迹跟踪性能. 该控制系统主

收稿日期: 2010-06-01; 修回日期: 2010-08-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60972107).

作者简介: 彭超(1980-), 男, 博士生, 从事探针扫描显微镜控制等研究; 徐红兵(1967-), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制等研究.

要由鲁棒开环解耦预补偿器、系统逆前馈控制器和 H_∞ 混合灵敏度鲁棒反馈控制器组成. 控制系统结构如图1所示.

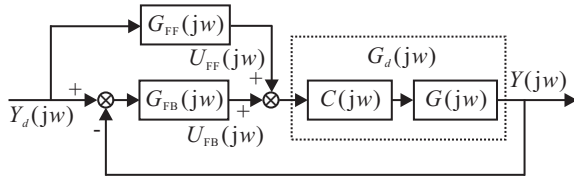


图1 基于开环鲁棒解耦的系统逆2DOF控制框图

考虑MIMO系统 $G = [g_{ij}] \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 鲁棒开环解耦预补偿器 $C = [c_{ij}] \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 解耦系统 $G_d = GC = [g_{d_{ij}}] \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 系统逆前馈控制器 $G_{FF} = \text{diag}\{g_{ff_i}\} \in \mathbb{C}^{n \times n}$, H_∞ 混合灵敏度鲁棒反馈控制器 $G_{FB} = \text{diag}\{g_{fb_i}\} \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 期望轨迹 $Y_d = [y_{d_1}, \dots, y_{d_n}]^T$, 系统实际输出轨迹 $Y = [y_1, \dots, y_n]^T$.

系统逆前馈控制器以 $Y_d(jw)$ 作为输入, 根据系统模型逆输出前馈输入 $U_{FF}(jw)$, 使 $Y(jw) \rightarrow Y_d(jw)$, 即使系统输出轨迹逼近期望轨迹. 鲁棒反馈控制器 $G_{FB}(jw)$ 以 $Y(jw)$ 与 $Y_d(jw)$ 的误差为输入, 输出为 $U_{FB}(jw)$, 以保证系统的鲁棒性和补偿轨迹跟踪的误差. 整个系统输出为

$$Y(jw) = \frac{[G_{FF}(jw) + G_{FB}(jw)]G_d(jw)}{I + G_{FB}(jw)G_d(jw)} Y_d(jw). \quad (1)$$

整个系统传递函数为

$$G_{2\text{DOF}} = \frac{[G_{FF} + G_{FB}]G_d}{I + G_{FB}G_d} = [g_{2\text{dof}_{ij}}]_{n \times n}. \quad (2)$$

其中: $g_{2\text{dof}_{ij}} = \frac{(g_{ff_i} + g_{fb_i})g_{d_j}}{1 + g_{fb_i}g_{d_j}}$, g_{d_j} 是 G_d 的第 j 列列向量.

3 鲁棒开环解耦

假设一个MIMO系统 $G \in \mathbb{C}^{n \times n}$, 开环解耦是找到一个预补偿器 C 使得 GC 的乘积满足条件: $GC = D = \text{diag}\{d_i\}$ ($D \in \mathbb{C}^{n \times n}$, $d_i \neq 0$); $C = G^{-1}D$ ^[6-7]. 鲁棒开环解耦是在满足上述条件的 D 中, 找到使 GC 不存在零极点抵消 (相应的 C 阶数最小) 并具有鲁棒性的 D , 再根据 D 得到预补偿器 C .

为了使 GC 不存在零极点抵消, D 中的 d_i 在 $\gamma \in C$ 的零极点数目是由 G 在 γ 的零极点重度决定的^[7]. 首先给出以下定义: $k_i^\gamma(G) :=$ 传递函数矩阵 G 第 i 行分母最小公倍数的根为 γ 的重数; $l_i^\gamma(G) :=$ 传递函数矩阵 G 第 i 列分母最小公倍数的根为 γ 的重数; $\eta^\gamma(d) :=$ 解耦后对角传递函数 d_i 在 γ 的极点重度.

假设传递函数矩阵 G 是不存在零极点抵消的最小阶系统. 如果 γ 是 G 的零点, 则 $k_i^\gamma(G) = 0, \forall i$, $l_i^\gamma(G^{-1}) \geq 1, \exists i$; 如果 γ 是 G 的极点, 则 $l_i^\gamma(G^{-1}) = 0, \forall i$, $k_i^\gamma(G) \geq 1, \exists i$; 如果 γ 既不是极点, 也不是零点,

则 $l_i^\gamma(G^{-1}) = 0$.

定理1 对于不存在零极点抵消的传递函数矩阵 G , 如果 $D = GC$ 也不存在零极点抵消, 则 D 中的传递函数 d_i 必须满足以下条件:

- 1) 若 γ 是 G 的零点, 则 $\eta^\gamma(d_i^{-1}) \geq l_i^\gamma(G^{-1})$;
- 2) 若 γ 是 G 的极点, 则 $\eta^\gamma(d_i) \geq k_i^\gamma(G^{-1})$;
- 3) 若 γ 既不是 G 的零点, 也不是 G 的极点, 则对 η^γ 是无限制的.

证明 设 G 在 γ 的 Mc-Millan 阶数为 $\delta_\gamma(G)$, 即 G 所有主子式分母最小公倍数的根为 γ 的重度^[8]. 设 $D = D_1 D_2$, 其中: $D_1 = \text{diag}\{d_{1i}\}$, $D_2 = \text{diag}\{d_{2i}\}$. d_{1i} 是 d_i 的分子, d_{2i} 是 d_i 的分母. 可见, $\delta_\gamma(D) = \delta_\gamma(D_2)$, $\delta_\gamma(D^{-1}) = \delta_\gamma(D_1)$.

$D = GC$ 不会产生零极点抵消, 需满足条件: $\delta_\gamma(G) + \delta_\gamma(C) = \delta_\gamma(D)$ 或 $\delta_\gamma(G^{-1}) + \delta_\gamma(C^{-1}) = \delta_\gamma(D^{-1})$.

1) 假设 γ 是 G 的零点. 因 G 不存在零极点抵消, 故 $\delta_\gamma(G) = 0$. 由 GC 不产生零极点抵消的条件, 得

$$\delta_\gamma(C) = \delta_\gamma(D), \delta_\gamma(G^{-1}D_1D_2) = \delta_\gamma(D_2). \quad (3)$$

D_1D_2 不存在零极点抵消, G^{-1} 在 γ 不存在零极点抵消, $G^{-1}D_1$ 和 D_2 在 γ 也不存在零点抵消. 因此有

$$\delta_\gamma(G^{-1}D_1D_2) = \delta_\gamma(G^{-1}D_1) + \delta_\gamma(D_2). \quad (4)$$

由式(3)和(4)得 $\delta_\gamma(G^{-1}D_1) = 0$, 即 $(G^{-1}D_1)$ 在 γ 没有极点, d_{1i} 乘以 G^{-1} 的第 i 列列向量在 γ 没有极点. 条件1)得证.

2) 假设 γ 是 G 的极点, 则 $\delta_\gamma(G^{-1}) = 0$. 由 GC 不产生零极点抵消的条件以及 D_1^{-1} 与 $D_2^{-1}G$ 在 γ 不存在零极点抵消, 得

$$\delta_\gamma(G^{-1}) + \delta_\gamma(C^{-1}) = \delta_\gamma(D^{-1}), \quad (5)$$

$$\delta_\gamma(D_1^{-1}D_2^{-1}G) = \delta_\gamma(D_1^{-1}) + \delta_\gamma(D_2^{-1}G). \quad (6)$$

由式(5)和(6)得 $\delta_\gamma(D_2^{-1}G) = 0$. 条件2)得证.

3) 证明显然. \square

假定MIMO系统 $G(jw) = G_m(jw) + \Delta G(jw)$, $G_m(jw)$ 是系统标称模型, $\Delta G(jw)$ 是系统加性不确定性. 则解耦系统

$$G_d(jw) = G(jw)C(jw) =$$

$$(G_m(jw) + \Delta G(jw))C(jw) = D_m(jw) + \Delta G_d(jw),$$

解耦系统标称模型为

$$D_m(jw) = G_m(jw)C(jw) = \text{diag}\{d_i\}_{n \times n},$$

解耦系统不确定性

$$\Delta G_d(jw) = \Delta G(jw)C(jw) =$$

$$\Delta G(jw)G_m^{-1}(jw)D_m(jw).$$

定理 2 如果

$$\bar{\sigma}(D_m(jw)) < \frac{p_{\min}(w)}{\bar{\sigma}(\Delta G(jw)G_m^{-1}(jw))},$$

则 MIMO 解耦系统 $G_d(jw)$ 受到加性摄动 $\Delta G(jw)$ 前后的稳定性能够保持一致。

证明 系统在受到加性扰动 $\Delta G(jw)$ 的情况下, 为了保证系统稳定性一致, 要求摄动前后系统的特征轨迹包围 $(-1, j0)$ 点的总周数不变^[9]. 因此需要满足下式:

$$\text{evar}D_m(jw) < p_{\min}(w), \forall w. \quad (7)$$

其中: $\text{evar}D_m(w)$ 表示在强度为 $\bar{\sigma}(\Delta G_d(jw)) < \delta_{G_d}(w)$ 的摄动的作用下, 矩阵 $D_m(jw)$ 的特征轨迹各分支的最大偏移量; $p_{\min}(w)$ 表示特征轨迹所有各分支与 $(-1, j0)$ 点的最短距离. 对于 $\forall w$, 如果每个分支的特征轨迹偏移量都小于 $p_{\min}(w)$, 则能保证解耦系统在摄动前后都是稳定性一致的。

$$\delta_{G_d}(w) < p_{\min}(w),$$

$$\bar{\sigma}(\Delta G_d(jw)) < p_{\min}(w),$$

$$\bar{\sigma}(\Delta G(s)G_m^{-1}(s)D(s)) < p_{\min}(w),$$

$$\bar{\sigma}(D_m(jw)) < \frac{p_{\min}(w)}{\bar{\sigma}(\Delta G(jw)G_m^{-1}(jw))}. \quad \square$$

开环鲁棒解耦通过定理 1 确定解耦系统对角传递函数矩阵 D 中成员 d_i 的零极点数和部分零极点位置; 利用定理 2 确定 d_i 的剩余零极点位置范围, 以保证解耦系统的鲁棒性; 由此得到预补偿器 C .

4 系统逆 2DOF 控制设计

4.1 系统逆前馈控制器

2DOF 控制的系统逆前馈控制器根据解耦系统的模型逆 $D_m^{-1}(jw) = \text{diag}\{d_i^{-1}\}_{n \times n}$ 进行设计. 系统逆前馈控制器的输出 $U_{\text{FF}}(jw) = D_m^{-1}(jw)Y_d(jw)$. 由于 D_m^{-1} 可能是不稳定的或非真的(零点大于极点), 需要通过最优逆的预处理方法^[10]得到合理的系统逆前馈控制器, 进而利用非最小相位系统逆控制方法^[11]得到系统逆前馈控制器的时域实现.

1) 将输出 $U_{\text{FF}}(jw)$ 进行转换, 得到合理的系统前馈控制器, 即

$$U_{\text{FF}}(jw) = D_m^{-1}(jw)Y_d(jw) = \frac{N(jw)}{\text{den}(jw)}Y_d(jw) =$$

$$\frac{N_1(jw)}{\text{den}(jw)}(N_2(jw)Y_d(jw)) = \hat{D}(jw)\hat{Y}_d(jw). \quad (8)$$

其中: $\text{den}(jw)$ 是 $D_m^{-1}(jw)$ 的分母最小公倍数, $N(jw)$ 是 $D_m^{-1}(jw)$ 分子的传递函数矩阵, $N(jw) = N_1(jw) \times N_2(jw)$. 通过式 (8) 转换可以得到真传递函数矩阵 $\hat{D}(jw)$. 如果 $D_m^{-1}(jw)$ 是真传递函数矩阵, 则 $\hat{D}(jw) = D_m^{-1}(jw)$, $\hat{Y}_d(jw) = Y_d(jw)$. 由式 (8) 得到合理的前馈逆控制器 $G_{\text{FF}}(jw) = \hat{D}(jw)$.

2) 将系统逆前馈控制器分为稳定和非稳定部分, 即

$$G_{\text{FF}}(jw) = G_{\text{FF}}^s(jw) + G_{\text{FF}}^u(jw). \quad (9)$$

同时, 找到稳定和非稳定部分的状态空间最小实现

$$[G_{\text{FF}}^s]: \begin{cases} \dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s \hat{Y}_d(t), \\ U_s(t) = C_s x_s(t) + D_s \hat{Y}_d(t); \end{cases} \quad (10)$$

$$[G_{\text{FF}}^u]: \begin{cases} \dot{x}_u(t) = A_u x_u(t) + B_u \hat{Y}_d(t), \\ U_u(t) = C_u x_u(t) + D_u \hat{Y}_d(t). \end{cases} \quad (11)$$

3) 在期望输出 $Y_d(t) (t \in (-\infty, +\infty))$ 有界的条件下, 得到有界前馈逆输入 $U_{\text{FF}}(t)$ 由稳定状态输入 $U_s(t)$ 和非稳定状态输入 $U_u(t)$ 组成, 即

$$U_{\text{FF}}(t) = U_s(t) + U_u(t), \quad (12)$$

$$U_s(t) = C_s \int_{-\infty}^t e^{A_s(t-\tau)} B_s \hat{Y}_d(\tau) d\tau + D_s \hat{Y}_d(t), \quad (13)$$

$$U_u(t) = -C_u \int_t^{\infty} e^{-A_u(\tau-t)} B_u \hat{Y}_d(\tau) d\tau + D_u \hat{Y}_d(t). \quad (14)$$

在 MIMO 系统存在加性不确定性 $\Delta G(jw)$ 的情况下, 系统逆前馈控制器不一定能够提高系统逆 2DOF 控制的轨迹跟踪性能。

定义系统带加性摄动的闭环反馈控制轨迹跟踪误差为 $E_{\text{FB}, \Delta}$, 系统带加性摄动的系统逆 2DOF 控制跟踪误差为 $E_{2\text{DOF}, \Delta}$, 即

$$E_{\text{FB}, \Delta} = \frac{I}{I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw)} Y_d,$$

$$E_{2\text{DOF}, \Delta} = \frac{I - G_d(jw)D_m^{-1}(jw)}{I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw)} Y_d =$$

$$\frac{-\Delta G(s)C(s)D_m^{-1}(jw)}{I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw)} Y_d =$$

$$\frac{-\Delta G_d(s)D_m^{-1}(jw)}{I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw)} Y_d =$$

$$\frac{-\Delta G_d(s)D_m^{-1}(jw)}{I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw)} Y_d =$$

$$\frac{-\Delta G(s)C(s)D_m^{-1}(jw)}{I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw)} Y_d.$$

如果 $\Delta G(jw) = 0$, 即 $\Delta G_d(jw) = 0$, $G_d(jw) = D_m(jw)$, 则系统逆 2DOF 控制的轨迹跟踪误差为零, 能够达到期望轨迹的完全跟踪. 但如果 $\Delta G(jw)$ 过大, 则系统逆前馈控制器反而会使系统逆 2DOF 控制的轨迹跟踪误差大于反馈控制的轨迹跟踪误差。

定理 3 如果 MIMO 系统 $G(jw)$ 的加性不确定性

$$\|\Delta G(jw)\|_2 \leq \frac{\|(C(s)D_m^{-1}(jw))\|_2}{\text{cond}(C(s)D_m^{-1}(jw))},$$

$$\text{cond}(\cdot) = \|\cdot\|_2 / \|\cdot^{-1}\|_2,$$

则系统逆 2DOF 控制的轨迹跟踪误差小于反馈控制的轨迹跟踪误差。

证明 假设系统逆 2DOF 控制的轨迹跟踪误差小于反馈控制的轨迹跟踪误差, 有

$$\begin{aligned} & \|E_{2\text{DOF},\Delta}\|_2 = \\ & \|(-\Delta G(s)C(s)D_m^{-1}(jw)) \times \\ & (I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw))^{-1}Y_d\|_2 \leq \\ & \|(I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw))^{-1}\|_2 \|\Delta G(s)\|_2 \leq \\ & \|(I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw))^{-1}\|_2 \|\Delta G(s)\|_2 \times \\ & \|C(s)D_m^{-1}(jw)\|_2 \|Y_d\|_2 \leq \\ & \|(I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw))^{-1}\|_2 \|\Delta G(s)\|_2 \times \\ & \frac{\text{cond}(C(s)D_m^{-1}(jw))}{\|C(s)D_m^{-1}(jw)\|_2} \|Y_d\|_2 \leq \\ & \|(I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw))^{-1}\|_2 \|\Delta G(s)\|_2 \times \\ & \frac{\text{cond}(C(s)D_m^{-1}(jw))}{\|C(s)D_m^{-1}(jw)\|_2} \|Y_d\|_2 \leq \\ & \|(I + G_{\text{FB}}(jw)G_d(jw))^{-1}\|_2 \|Y_d\|_2 \leq \\ & \|E_{\text{FB},\Delta}\|_2. \end{aligned}$$

为了满足假设, 需要先满足以下条件:

$$\|\Delta G(s)\|_2 \frac{\text{cond}(C(s)D_m^{-1}(jw))}{\|C(s)D_m^{-1}(jw)\|_2} < 1. \quad (15)$$

由式 (15) 可得

$$\|\Delta G(s)\|_2 < \frac{\|C(s)D_m^{-1}(jw)\|_2}{\text{cond}(C(s)D_m^{-1}(jw))}, \quad (16)$$

由此定理得证. □

4.2 鲁棒反馈控制器

为了保证系统的鲁棒性和轨迹跟踪性能, 2DOF 控制的反馈控制器采用 H_∞ 混合灵敏度鲁棒控制器.

H_∞ 混合灵敏度的鲁棒控制器设计问题是找到控制器使以下条件得到满足^[2]:

$$\left\| \begin{array}{c} W_p(jw)S(jw) \\ W_t(jw)T(jw) \end{array} \right\|_\infty \leq 1. \quad (17)$$

其中: $S(jw)$ 是系统闭环灵敏度函数

$$S(jw) = \frac{I}{I + G_{\text{FB}}(jw)D_m(jw)}, \quad (18)$$

$T(jw)$ 是系统闭环补偿灵敏度函数

$$T(jw) = \frac{G_{\text{FB}}(jw)D_m(jw)}{I + G_{\text{FB}}(jw)D_m(jw)}, \quad (19)$$

$W_p(jw)$ 和 $W_t(jw)$ 分别是根据控制系统轨迹跟踪性能、鲁棒性和抗干扰的要求选择的灵敏度权函数和补偿灵敏度权函数.

根据 $S(jw)$, $T(jw)$, $W_p(jw)$, $W_t(jw)$ 求解 H_∞ 混合灵敏度问题即式 (17), 便可得到鲁棒反馈控制器 $G_{\text{FB}}(jw)$.

5 设计仿真实例

给定一个 3 输入 3 输出的 MIMO 系统, 其传递函

数矩阵为

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{s}{(s+2)(s+3)} & \frac{1}{s+3} & 0 \\ \frac{1}{(s+1)(s+2)} & \frac{1}{s+1} & 0 \\ \frac{1}{s+2} & \frac{1}{s+3} & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix}.$$

假设系统加性摄动 $\Delta G(jw)$ 的强度为

$$\bar{\sigma}(\Delta G(jw)) \leq \delta_G(w) = \frac{1}{10(1+w^2)}.$$

首先根据给定 MIMO 系统设计预补偿器, 然后设计系统逆前馈控制器和 H_∞ 混合灵敏度鲁棒反馈控制器, 最后进行仿真实验.

显然给定系统 $G(s)$ 的极点有 $-1, -2, -3$; 零点有 $0, 1, \infty$. 根据 $G(s)$ 的零极点设计基于鲁棒开环解耦的预补偿器 C , 有

$$G^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{(s+2)(s+3)}{s-1} & -\frac{(s+1)(s+2)}{s-1} & 0 \\ -\frac{s+3}{s-1} & \frac{s(s+1)}{s-1} & 0 \\ -\frac{(s+2)(s+3)}{s-1} & \frac{3(s+1)}{s-1} & s+3 \end{bmatrix}.$$

根据 G 各行传递函数, 得

$$\begin{aligned} k_1^{-1}(G) &= 0, k_2^{-1}(G) = 1, k_3^{-1}(G) = 0; \\ k_1^{-2}(G) &= 1, k_2^{-2}(G) = 1, k_3^{-2}(G) = 1; \\ k_1^{-3}(G) &= 1, k_2^{-3}(G) = 0, k_3^{-3}(G) = 1. \end{aligned}$$

根据 G^{-1} 各列传递函数, 得

$$\begin{aligned} l_1^1(G^{-1}) &= l_2^1(G^{-1}) = 1, l_3^1(G^{-1}) = 0; \\ l_1^\infty(G^{-1}) &= l_2^\infty(G^{-1}) = l_3^\infty(G^{-1}) = 1. \end{aligned}$$

确定 $D = \text{diag}\{d_i\}_{3 \times 3}$ 各传递函数的零极点, 有

$$\begin{aligned} \eta^{-1}(d_1) &= 0, \eta^{-1}(d_2) = 1, \eta^{-1}(d_3) = 0; \\ \eta^{-2}(d_1) &= 1, \eta^{-2}(d_2) = 1, \eta^{-2}(d_3) = 1; \\ \eta^{-3}(d_1) &= 1, \eta^{-3}(d_2) = 0, \eta^{-3}(d_3) = 1; \\ \eta^1(d_1^{-1}) &= \eta^1(d_2^{-1}) = 1, \eta^1(d_3^{-1}) = 0; \\ \eta^\infty(d_1^{-1}) &= 1, \eta^\infty(d_2^{-1}) = 1, \eta^\infty(d_3^{-1}) = 1. \end{aligned}$$

根据各传递函数零极点, 得

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{s-1}{(s+2)(s+3)}, d_2 = \frac{s-1}{(s+1)(s+2)}, \\ d_3 &= \frac{(s+a)}{(s+2)(s+3)}, \end{aligned}$$

取 $a = 1$. 根据所得 $D = \text{diag}\{d_i\}_{3 \times 3}$, 经计算得到预补偿器 C 为

$$C(s) = G^{-1}(s)D(s) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{s+2} & \frac{s}{s+3} & 0 \\ -1 & \frac{3}{s+2} & \frac{s+1}{s+2} \end{bmatrix}.$$

由解耦系统模型, 可得模型逆

$$D_m^{-1}(s) = D^{-1}(s) = \begin{bmatrix} \frac{(s+2)(s+3)}{s-1} & & \\ & \frac{(s+1)(s+2)}{s-1} & \\ & & \frac{(s+2)(s+3)}{s+1} \end{bmatrix}.$$

根据模型逆设计合理的系统逆前馈控制器

$$G_{FF}(s) = \hat{D}(s) = \text{diag}\left\{\frac{s+2}{s-1}, \frac{s+1}{s-1}, \frac{s+2}{s+1}\right\},$$

$$\hat{Y}_d(s) =$$

$$[y_{d1}(s)(s+3), y_{d1}(s)(s+2), y_{d1}(s)(s+3)]^T.$$

最后根据所得的 $G_{FF}(s)$, $\hat{Y}_d(s)$ 以及式 (9)~(14), 便可得到系统逆前馈控制器 G_{FF} 的时域实现.

根据系统性能及鲁棒性要求选择权函数. 取灵敏度权函数

$$W_p(jw) = \text{diag}\left\{\frac{1.25}{0.01s + 1.5}\right\}_{3 \times 3},$$

补偿灵敏度权函数

$$W_t(jw) = \text{diag}\left\{\frac{0.01s + 1000}{10000}\right\}_{3 \times 3}.$$

根据所选的权函数, 利用 Matlab 鲁棒控制工具箱设计 H_∞ 混合灵敏度鲁棒反馈控制器 $G_{FB}(jw)$.

以期望轨迹是幅值为 1, 频率为 50 Hz 的三角波进行仿真实验. 将期望轨迹与系统逆 2DOF 控制的轨迹输出和不带系统逆前馈的鲁棒反馈控制的轨迹输

出进行比较. 图 2 给出了轨迹跟踪仿真结果. 由图 2 可知, 鲁棒反馈控制的 3 路输出轨迹与期望轨迹均有较大的误差; 而系统逆 2DOF 控制的 3 路输出轨迹与期望轨迹均几乎重合, 误差极小.

6 结 论

本文提出了一种基于鲁棒开环解耦的系统逆 2DOF 控制方法. 该方法将鲁棒开环解耦和系统逆 2DOF 控制方法相结合, 通过鲁棒开环解耦消除 MIMO 系统轨迹跟踪的耦合, 利用系统逆 2DOF 控制提高轨迹跟踪性能. 设计实例及其仿真结果表明, 该控制方法不仅能够有效地消除 MIMO 系统的耦合, 而且具有良好的轨迹跟踪性能.

参考文献(References)

- [1] Kam K Leang, Santosh Devasia. Feedback-linearized inverse feedforward for creep, hysteresis, and vibration compensation in AFM[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2007, 15(5): 927-935.
- [2] Summet S Aphale, Santosh Devasia, Reza Moheimani S O. High-bandwidth control of a piezoelectric nanopositioning stage in the presence of plant uncertainties[J]. Nanotechnology, 2008, 19(12): 125503-125511.
- [3] Wu Ying, Zou Qingze. Robust inversion-based 2-DOF control design for output tracking: Piezoelectric-actuator example[J]. IEEE Trans on Control System Technology, 2009, 17(5): 1069-1082.
- [4] Shan Yingfeng, Kam K Leang. Application of feedforward dynamics compensation in ionic-polymer metal composite actuators[J]. Proc of SPIE, 2008(6927): 69270F-1-69270F-12.
- [5] Devasia S. Should model-based inverse input be used as feedforward under plant uncertainty?[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(11): 1865-1871.
- [6] Linnemann A, Mair R. Decoupling by precompensation while maintaining stabilizability[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1993, 34(4): 629-632.
- [7] Arun Ghosh, Sarit K Das. Open-loop decoupling of MIMO plants[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(8): 1977-1981.
- [8] Anderson B D O, Gevers M R. On multivariable pole-zero cancellations and the stability of feedback systems[J]. IEEE Trans on Circuit Systems, 1981, 28(8): 830-833.
- [9] 张霖, 高黛林. 鲁棒的逆 Nyquist 阵列 (RINA) 设计方法[J]. 自动化学报, 1994, 20(3): 316-323.
(Zhang L, Gao D L. The robust inverse Nyquist array(RINA) design method[J]. Acta Automatica Sinica, 1994, 20(3): 316-323.)

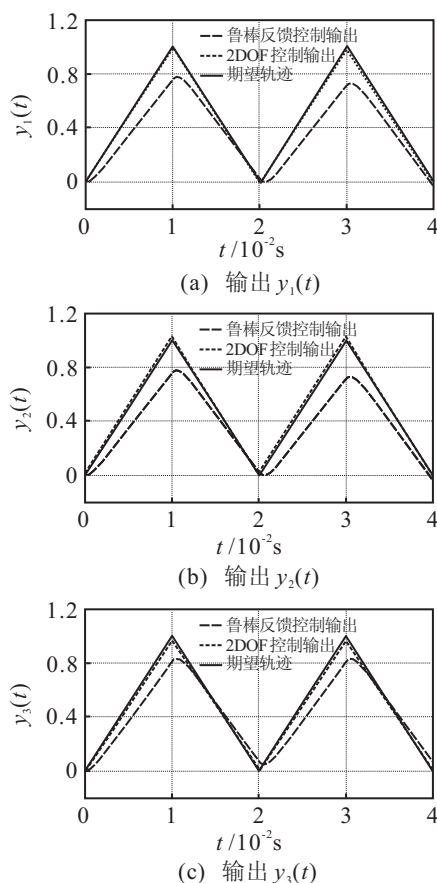


图 2 三角波轨迹跟踪仿真结果

(下转第 1272 页)