

文章编号: 1001-0920(2011)09-1412-05

基于改进“当前”统计模型的转弯机动跟踪算法

黄伟平^{1a}, 徐 毓^{1b}, 王 杰²

(1. 空军雷达学院 a. 研究生管理大队, b. 科研部, 武汉 430019; 2. 95174部队, 武汉 430019)

摘要: 针对转弯机动目标跟踪, 提出一种改进的“当前”统计模型对角速度进行估计. 该模型在当前统计(CS)模型的基础上, 通过加权一个以新息方差之迹为参数的活化函数, 对加速度方差和机动频率进行自适应处理, 经滤波获得目标速度方向角. 然后, 将角度滤波获得的方向角度、角速度、角加速度作为曲线模型的输入, 实时跟踪机动状态. 新模型可准确估计目标的角速度, 算法可显著提高转弯机动目标的跟踪精度, 仿真实验验证了算法的有效性.

关键词: 角加速度; 当前统计模型; 机动跟踪; 活化函数; 曲线模型

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

Algorithm based on modified current statistic mode for turn maneuver

HUANG Wei-ping^{1a}, XU Yu^{1b}, WANG Jie²

(1a. Group of Graduate Management, 1b. Department for Scientific Research, Air Force Radar Academy, Wuhan 430019, China; 2. Unit 95174 of PLA, Wuhan 430019, China. Correspondent: HUANG Wei-ping, E-mail: kjld.hwp@163.com)

Abstract: An improved angular velocity estimation mode for turn maneuver is proposed. The model is based on modified current statistical(CS) model, in which an activate function whose argument is the innovation variance's trace is introduced. The activate factor is used to dispose the error covariance of the acceleration and the frequency of the maneuver. The direction angular is obtained by the filter. Then the curvilinear model can track the turn maneuver neatly based on the direction angular, the angular velocity and the tangential acceleration calculated by the angular output of the new model. The angular velocity can be estimated by the proposed model, and the tracking precision of turn maneuver is improved significantly. Simulation experiment shows the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: angular acceleration; CS model; maneuver tracking; activate function; curvilinear model

1 引 言

转弯运动是一种复杂的目标机动, 此过程中的目标轨迹通常是类圆周的. 角度加速度信息是描述目标状态的重要基础参数, 如果能够准确地估计出目标的角加速度, 则既能得到包含目标可能的运动参数, 又能获得较高的跟踪精度. 当目标作某一角加速度机动时, 根据当前统计模型(CS)^[1]的思想, 可以认为目标下一时刻的角加速度取值是有限的, 且只能在当前角加速度的邻域内, 其机动角加速度的当前概率密度用修正的瑞利分布描述, 均值为当前角加速度的预测值, 随机机动角加速度在时间轴上符合一阶时间相关过程. 但是, 在当前统计模型中, 目标最大、最小机动加速度 β_{\max} , $\beta_{-\max}$ 和机动频率 α 的选值一般是预先给定的, 对于机动加速度大范围变动或突变的目标, 其

跟踪的快速性和精度的协调性很难令人满意.

通过对“当前”统计模型的深入分析可以看到, 滤波增益的改变是由目标的机动造成的, 如果增益不能够反映实际的运动情况, 滤波误差有可能变大, 甚至发散, 而机动反应在滤波公式里就是机动频率 α 和加速度方差 σ_a^2 的改变. 因此, 当前的研究大多基于这两方面的考虑来改进滤波算法. 文献[2]提出了修正的“当前”统计模型方法, 结合多模型算法思想对“当前”统计模型算法进行了修正. [3]提出了基于强跟踪滤波器的自适应强跟踪算法, 通过在状态协方差阵中引入时变渐消因子, 在线调整增益阵, 强迫残差序列时刻保持相互正交. [4]在[3]的基础上加入了机动检测, 并且对机动频率和最大机动加速度进行了相应的处理. 这些算法存在实时性差、自适应性不理想的问题.

收稿日期: 2010-06-07; 修回日期: 2010-10-26.

基金项目: 国家地、县级海防管理监控中心系统基金项目(KJZ06088).

作者简介: 黄伟平(1982-), 女, 博士生, 从事目标跟踪、信息融合等研究; 徐毓(1957-), 男, 教授, 博士生导师, 从事信息融合、数据处理等研究.

题,需要进一步的改进.

本文将以残差方差之迹为参数的活化函数^[5]为基础改进“当前”统计模型,提出基于函数的“当前”统计模型(FB-CS),通过以新息方差之迹为参数的活化函数强迫目标速度方向角度 ϕ 的滤波新息序列时刻保持相互正交,再以活化函数对机动频率 α 和机动加速度方差 σ_β^2 进行处理,使得机动频率 α 和最大、最小机动加速度 $\beta_{\max}, \beta_{-\max}$ 关于模型的不确定保持了较好的鲁棒性,进而使改进算法获得自适应地校正估计偏差和迅速跟踪状态变化的能力.同时,目标的速度方向角度 ϕ ,目标的角速度 ω 和目标的角加速度 β 之间满足导数关系,因而针对目标的速度方向角度建立状态方程和量测方程进行滤波,可同时获得目标的方向角度.再参照文献[6]的两层模型设计及文献[7]的角度滤波思路,把角度滤波结果引入描述目标转弯运动状态的曲线模型^[8-9]中,便能实现高精度的转弯机动目标跟踪.

2 基于改进“当前”统计模型的角度滤波

当目标作某一角加速度机动时,可以认为目标的角度加速度 $\beta(k)$ 会在一个有限的范围内,而且目标下一时刻的角加速度只能在当前角加速度的邻域内.目标的加速运动会影响目标的信息,可以反过来利用新息修正预先给定的机动频率 α 与最大、最小机动加速度 $\beta_{\max}, \beta_{-\max}$.这里引入活化因子 f_k 对机动频率和机动加速度方差进行处理,进而达到改进“当前”统计模型的目的.

2.1 活化因子

建立基于目标方向角度的当前统计模型状态方程为

$$\Omega(k+1) = A(k)\Omega(k) + B(k)\bar{\beta}(k) + W(k). \quad (1)$$

以目标方向角度 $\phi(k)$ 和角速度 $\omega(k)$ 为量测值,令建立的量测方程为

$$\phi(k) = [1 \ 0 \ 0]\Omega(k) + V(k). \quad (2)$$

式中:状态向量 $\Omega(k) = [\phi(k), \omega(k), \beta(k)]^T$, $A(k)$ 和 $B(k)$ 分别为状态转移矩阵和扰动传输矩阵, $\bar{\beta}(k)$ 为前一时刻的角加速度估计值, $W(k)$ 是均值为零方差为 $Q(k)$ 的白噪声, $V(k)$ 是均值为零方差为 $R(k)$ 的随机误差.则角度滤波器的残差为 $\gamma_k = \phi(k) - \hat{\phi}(k/k-1)$,是 $\phi(k)$ 和 $\hat{\phi}(k/k-1)$ 的线性组合,其残差序列保持正交性.当机动未发生时,残差 γ_k 为零均值高斯白噪声,设其方差为 σ_k .当未发生机动时, γ_k 服从 $N(0, \sigma_k)$ 分布;当发生机动时, γ_k 服从 $N(\mu, \sigma_k)$ 分布,其均值不再是零,而是偏差 μ .因此,通过检验残差的均值,便可确定系统是否发生机动.

事实上,当机动发生时,滤波器发散,误差协方差

阵无界,而下式可作为判断滤波器收敛的依据:

$$\sigma_k = \gamma_k^T \gamma_k \leq \mu \cdot \text{tr}[\sigma_k]. \quad (3)$$

式中:矩阵的迹作为二次性能指针表示估计误差的正常水平, $\mu \geq 1$ 为可调系数.当式(3)成立时,滤波器处于正常工作状态;如不满足,滤波器的实际误差将超过理论预计值 μ 倍,此时滤波器处于发散状态.新息 γ_k 为高斯随机向量,故新息方差服从自由度为 m (观测向量维数)的 χ^2 分布,即 $\text{tr}[\sigma_k] \sim \chi^2(m)$.本文采用 σ_k 的迹($\text{tr}[\sigma_k]$)作为检验标准,因为 $\text{tr}[\sigma_k]$ 和新息序列具有相同的统计特征,而新息序列的统计特性又可以反映出测量值的统计特性,所以可由下列步骤得到活化因子 f_k :

1) 根据极大似然比检验原理,得到故障检测函数

$$\text{tr}[\sigma_k] \sim \chi^2(m). \quad (4)$$

2) 由 $P = P\{\text{tr}[\sigma_k] \geq \varepsilon | H_0\} = \lambda$,求门限值 ε ,具体如下:

根据NP准则,在给定显著水平 λ 下, $P_f = \lambda$ 时,由 $P_{fa} = P\{\text{tr}[\sigma_k] \geq \varepsilon | H_0\} = \lambda$,取显著水平 $\lambda = 0.01$,查 χ^2 分布表解出门限值 $\varepsilon = 11.345$, ε 可使漏警率 $P_m = P\{\text{tr}[\sigma_k] < \varepsilon | H_1\}$ 达到最小.

3) 构造统计标量

$$d = \gamma_k^T [\sigma_k]^{-1} \gamma_k. \quad (5)$$

4) 活化因子^[5]的引入函数如下:

$$f_k = \begin{cases} 1/d, & \text{tr}[\sigma_k] > \varepsilon; \\ 1, & \text{tr}[\sigma_k] \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (6)$$

2.2 改进的机动频率和机动加速度

根据活化因子 f_k ,可对机动频率和机动加速度方差进行处理.设机动频率为 $\alpha_0 = 1/\tau$, τ 为目标机动时间常数,定义平均加速度为

$$\bar{\beta}_p = \frac{1}{l} \sum_{i=k-l}^{k-1} \bar{\beta}(i). \quad (7)$$

为提高当前加速度估计鲁棒性,特设置步长 l ,综合当前时刻最近的几个时刻的加速度,利用 $k-1 \sim k-l$ 平均值估计当前加速度均值, l 根据具体情况取值,一般取3~10之间的整数, $\bar{\beta}_p$ 为截止当前时刻的前 l 点的平均值.得到机动加速度预测误差的方差更新式为

$$\sigma_\beta^2 = E[(\hat{\beta} - \bar{\beta}_p)^2 | \phi(k)], \quad (8)$$

机动频率为

$$\alpha = f_k \alpha_0. \quad (9)$$

根据式(6)~(9)计算“当前”统计模型的 $A(k)$, $B(k)$ 和 σ_β^2 值,便得到了改进的“当前”统计模型(FB-CS)算法.

2.3 改进的“CS”模型

状态转移矩阵 $A(k)$, 扰动传输矩阵 $B(k)$ 和噪声方差 $Q(k)$ 分别为

$$A(k) = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$B(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha} \left(-T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \right) \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$Q(k) = 2\alpha\sigma_\beta^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

设 $\beta_{\max}, \beta_{-\max}$ 为最大、最小机动加速度, 则

$$\sigma_\beta^2 = \begin{cases} \frac{4 - \pi}{\pi} [f_k \beta_{\max} - \bar{\beta}_p]^2, & \bar{\beta}_p > 0; \\ \frac{4 - \pi}{\pi} [f_k \beta_{-\max} + \bar{\beta}_p]^2, & \bar{\beta}_p < 0. \end{cases} \quad (13)$$

在“当前”统计模型中, $\beta_{\max}, \beta_{-\max}$ 直接影响模型中“当前”加速度的方差 σ_β^2 , 而 σ_β^2 的大小又直接影响过程噪声的方差, 从而影响机动目标的跟踪性能. 上述模型通过活化因子能自适应调节 β_{\max} 和 $\beta_{-\max}$, 使其能够反映目标的机动特性, 更加符合转弯机动实际, 故采用该模型滤波可得到方向角度 $\phi(k)$, 角速度 $\omega(k)$ 和角加速度 $\beta(k)$ 更精确的实时估计.

3 目标转弯运动中的一些几何关系

设目标在 k 时刻转弯, 如图 1 所示. 其状态矢量中包括: 位置 x 与 y , x 与 y 方向的速度、加速度分量 (\dot{x}, \dot{y}) 和 (\ddot{x}, \ddot{y}) , 曲线的切向速度 v , 速度 v 的方向角度 ϕ (北极顺时针方向), 向心加速度 a_n , 切向加速度 a_t .

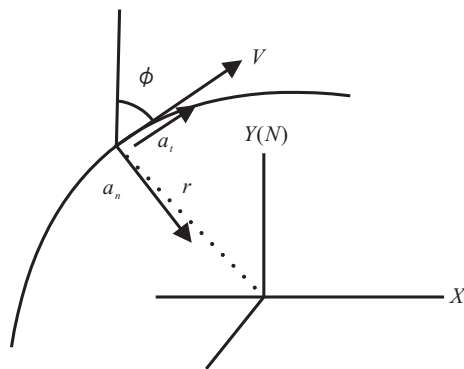


图 1 目标运动描述

3.1 线量与角量

设 r 为转弯半径, ω 为角速度, β 为角加速度, 则在采样时刻 k , 质点作圆周运动的线量与角量之间的关系如下:

$$v(k) = r\omega(k), \quad (14)$$

$$a_t = \left. \frac{dv(t)}{dt} \right|_{t=k} = r\beta, \quad (15)$$

$$a_n = r\omega(k)^2 = v(k)\omega(k). \quad (16)$$

目标在直角坐标系中各速度分量为

$$\dot{x}(k) = v(k) \sin(\phi(k)), \quad (17)$$

$$\dot{y}(k) = v(k) \cos(\phi(k)). \quad (18)$$

3.2 速度方向角度取值

依据图 1, 设定目标的速度方向角度在 $0 \sim 2\pi$ 范围内连续取值, 由目标在各个坐标轴上的速度, 设计速度方向角度取值规则如下:

$$\phi(k) = \begin{cases} \arctan(\dot{x}(k)/\dot{y}(k)), & \dot{x} > 0, \dot{y} > 0; \\ \arctan(\dot{x}(k)/\dot{y}(k)) + \pi, & \dot{x} > 0, \dot{y} < 0; \\ \arctan(\dot{x}(k)/\dot{y}(k)) + \pi, & \dot{x} < 0, \dot{y} < 0; \\ \arctan(\dot{x}(k)/\dot{y}(k)) + 2\pi, & \dot{x} < 0, \dot{y} > 0. \end{cases} \quad (19)$$

当目标在某一时刻转弯, 可由式 (19) 计算获得其速度方向角度 $\phi(k)$. 目标的速度方向角度 $\phi(k)$, 角速度 $\beta(k)$ 和角加速度 $\omega(k)$ 之间依次满足导数的物理关系. 将 $\phi(k)$, $\beta(k)$ 和 $\omega(k)$ 作为状态变量可以建立适当的状态方程, 而将由式 (19) 计算获得的目标方向角度 $\phi(k)$ 当作量测值, 可以建立量测方程, 从而针对 $\phi(k)$ 进行滤波, 可以同时获得目标的方向角速度 $\omega(k)$ 和角加速度 $\beta(k)$.

4 曲线模型的目标状态跟踪

如图 1 所示, 目标在某一时刻转弯, T 为采样周期. 在直角坐标系上, 目标的速度分量如式 (17) 和 (18) 所示. 根据式 (17) 和 (18), 可得二阶连续形式的目标状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(k) & \ddot{x}(k) & \dot{y}(k) & \ddot{y}(k) \end{bmatrix}^T = F(k) \begin{bmatrix} x(k) & \dot{x}(k) & y(k) & \dot{y}(k) \end{bmatrix}^T + G(k) \begin{bmatrix} a_t & a_n \end{bmatrix}^T. \quad (20)$$

其中

$$F(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sin(\phi(k)) & \cos(\phi(k)) \\ 0 & 0 \\ \cos(\phi(k)) & \sin(\phi(k)) \end{bmatrix}.$$

针对飞机或舰船, 在雷达处于正常扫描率情况下, 一般满足如下两个条件:

$$\left| \frac{\dot{a}_n(k)}{a_n(k)} \right| \ll \left| \frac{a_t(k)}{v(k)} \right|, \quad (21)$$

$$\left| \frac{a_t(k)}{v(k)} \right| \ll \frac{2}{T}. \quad (22)$$

在以上两条件的限定下, 根据式(16)~(18), 对式(20)进行积分, 合并后可得

$$\begin{bmatrix} x(k+1) & \dot{x}(k+1) & y(k+1) & \dot{y}(k+1) \end{bmatrix}^T = \Psi(k) \begin{bmatrix} x(k) & \dot{x}(k) & y(k) & \dot{y}(k) \end{bmatrix}^T + \Gamma(k) a_t(k), \quad (23)$$

式中矩阵 $\Psi(k)$, $\Gamma(k)$ 的取值见文献[8].

假设仅有距离测量, 则测量方程为

$$Z(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \dot{x}(k) \\ y(k) \\ \dot{y}(k) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

对式(23)进行讨论, 不难发现:

1) 当 $a_t(k) = 0$, $a_n(k) = 0$ 时, 式(23)退化成匀速直线运动模型.

2) 当 $a_t(k) \neq 0$, $a_n(k) = 0$ 时, 式(23)的第2项为 $[0.5T^2 \sin \phi(k), T \sin \phi(k), 0.5T^2 \cos \phi(k), T \cos \phi(k)]^T$, 表示目标做匀加速直线运动.

3) 当 $a_t(k) = 0$, $a_n(k) \neq 0$ 时, 式(23)表示目标做匀速圆周运动, 此时正好是转弯模型.

由上可见, 只要实时估计出目标的方向角度 $\phi(k)$, 切向加速度 $a_t(k)$ 和目标的角速度 $\omega(k)$, 便可由式(23)和(24)通过递推滤波来跟踪目标.

5 转弯机动的自适应跟踪算法

根据式(16)~(18), 有

$$\begin{aligned} a_t^2(k) &= \dot{x}^2(k) + \dot{y}^2(k) - a_n^2(k) = \\ &= \ddot{x}^2(k) + \ddot{y}^2(k) - v^2(k)\omega^2(k). \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (\dot{x}(k) - \dot{x}(k-1))/T, \\ \ddot{y} &= (\dot{y}(k) - \dot{y}(k-1))/T. \end{aligned}$$

只要通过改进“CS”模型的“目标角速度估计方法”实时估计出目标的转弯角速度 $\omega(k)$, 便可由式(25)获得目标的切向加速度 $a_t(k)$ 的估计值, 最后针对式(24)进行递推滤波, 实现转弯机动目标的实时跟踪. 具体跟踪步骤如下:

1) 假定目标初始段是匀速直线运动. 可由最初连续两点获得目标的速度方向角度 $\phi(0)$, 并假定目标的加速度 $a_t(0) \approx 0$, 角速度 $\omega(0)$ 为某一极小值, 获得曲线模型初始输入参数序列 $[\phi(0), \omega(0), a_t(0)]^T$.

2) 当 k 时刻的测量值 $Z(k) = (x, y)^T$ 到达时, 依据式(23)和(24)进行卡尔曼滤波, 获得目标状态滤波更新值 $[x(k), \dot{x}(k), y(k), \dot{y}(k)]^T$.

3) 依据式(19)计算出 $\phi(k)$, 基于改进“CS”模型, 依据式(1),(2),(12),(14)进行卡尔曼滤波, 获得目标的

角速度 $\omega(k)$, 再依据式(25)计算 $a_t(k)$.

4) 根据已经获得的目标方向角度 $\phi(k)$, 角速度 $\omega(k)$ 和切向加速度 $a_t(k)$, 针对式(23)和(24)进行递推滤波, 从而可实现转弯机动目标的实时跟踪.

6 仿真实验

本文将根据文献[10]的仿真条件验证目标在连续转弯机动下跟踪性能. 转弯速度及相应时间如表1所示.

表1 目标转弯时间及速度分布

跟踪性能	起始时刻 t						
	0	7	17	23	29	39	45
持续时间/s	7	10	6	6	10	6	5
转弯速度/(°/s)	10	-25	35	10	-25	35	0

为了证明算法的有效性和实用性, 取200个测量值, 从正确跟踪概率和转弯速率估计两方面(步长 l 通过实验选取), 将基于本文角度滤波和 Singer, IMM (根据场景特征选择 CA/CV 两模型) 角度滤波的转弯机动跟踪结果进行对比实验, 并在仿真实验中找出该场景下 l 的最佳值, 仿真实验效果如图2~图4所示.

通过实验结果可以看出, 在目标转弯机动情况下, 基于改进“当前”统计模型的转弯算法是实现目标跟踪(无论是正确跟踪概率还是对机动运动速率)的较好算法, 通过仿真实验看出改进模型在跟踪步长 $l = 7$ 时, 跟踪效果达到最优. 该实验说明改进算法对于转弯目标具备较好的跟踪能力, 同时也说明基于改进“当前”统计模型 (FB-CS) 的算法是适用的.

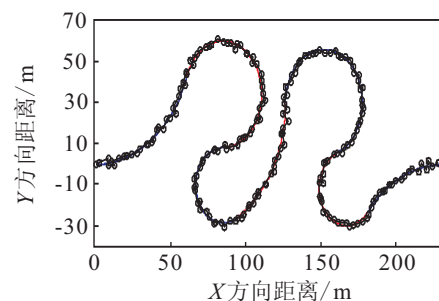


图2 目标转弯运动轨迹图

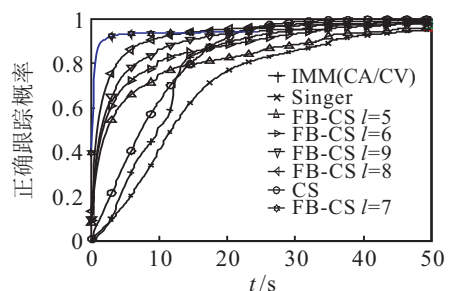


图3 各机动算法正确跟踪概率

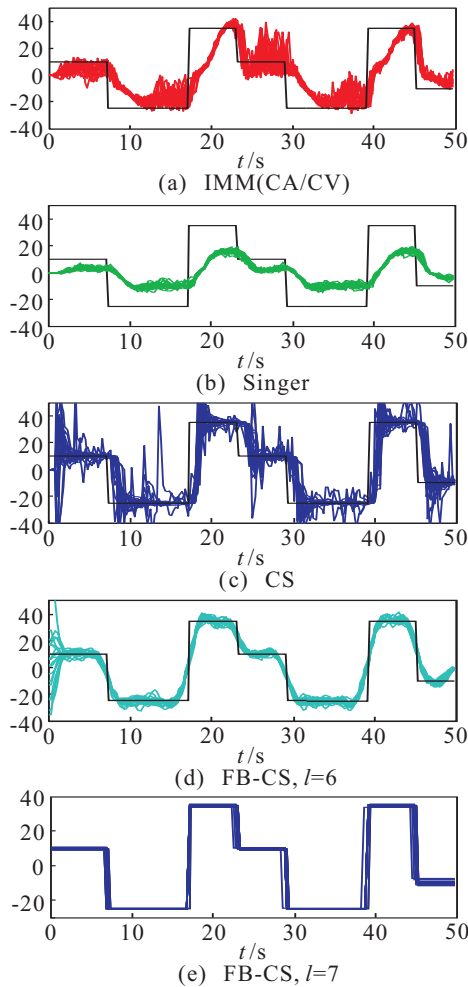


图4 各跟踪算法转弯速率估计

7 结论

在转弯机动中,根据目标的速度方向角和角速度之间的物理关系,通过使用改进“当前”模型方法对目标的方向角度进行滤波,获得了准确的角速度估计值;基于当前统计模型的估计值输出,得到方向角度和角加速度,进一步计算出切向加速度;这些值作为曲线模型的输入,通过曲线模型的跟踪滤波对转弯机动状态进行跟踪.仿真实验表明,本文提出的基于改进当前统计模型的跟踪算法不仅能得到准确的速度滤波,而且能实施高精度目标状态跟踪.

参考文献(References)

[1] 周宏仁. 机动目标“当前”统计模型与自适应跟踪算法[J]. 航空学报, 1983, 4(1): 73-86.
(Zhou H R. A “Current” statistical model and adaptive tracking algorithm for maneuvering targets[J]. Acta

Aeronautica Et Astronautica Sinica, 1983, 4(1): 73-86.)

[2] 刘建书, 李人厚, 刘云龙. 基于“当前”统计模型的交互式多模型算法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(7): 1351-1354.
(Liu J S, Li R H, Liu Y L. Interacting multiple model algorithm based on the current statistical model[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(7): 1351-1354.)

[3] 范小军, 刘峰, 秦勇, 等. 基于STF的“当前”统计模型及自适应跟踪算法[J]. 电子学报, 2006, 34(6): 981-984.
(Fan X J, Liu F, Qin Y, et al. Current statistic model and adaptive tracking algorithm based on strong tracking filter[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(6): 981-984.)

[4] 孙福明, 吴秀清, 祁凯. 基于当前统计模型的自适应强跟踪算法[J]. 数据采集与处理, 2008, 23(2): 191-195.
(Sun F M, Wu X Q, Qi K. Adaptive strong tracking algorithm based on current statistical model[J]. J of Data Acquisition & Processing, 2008, 23(2): 191-195.)

[5] 卢迪, 姚郁, 贺风华. 一种抗野值的Kalman滤波器[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(5): 1027-1029.
(Lu D, Yao Y, He F H. Kalman filter restraining outliers[J]. Acta Simulata Systematica Sinica, 2004, 16(5): 1027-1029.)

[6] Li R X. Multiple-model estimation with variable structure, Part II: Model-set adaptation[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(11): 2047-2060.

[7] Munir A, Mirza J A. Parameter adjustment in the turn rate models in the interacting multiple model algorithm to tracking a maneuvering target[C]. Multi Topic Conf IEEE 2001. Pakistan: Labore University of Management Science, 2001: 262-266.

[8] 李涛, 王宝树, 乔向东. 曲线模型的半自适应交互多模型跟踪方法[J]. 电子学报, 2005, 33(2): 332-335.
(Li T, Wang B S, Qiao X D. Half adaptive interactive multiple model tracking algorithm of curvilinear model[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(2): 332-335.)

[9] Robert Anderw Best, Gec-Marcuni Limited, Elettra Avenue. A new model and efficient tracker for a target with curvilinear motion[J]. IEEE Trans on AES, 1997, 33(3): 1030-1037.

[10] Semerdjiev, Emil, Ludmila Mihaylova, et al. Variable and fixed-structure augmented IMM algorithms using coordinated turn model[C]. Fusion 2000. Paris, 2000: 186-193.