

文章编号: 1001-0920(2010)01-0130-03

利润-CVaR 准则下的二级供应链定价与订货策略研究

柳 键, 罗春林

(江西财经大学 信息管理学院, 南昌 330013)

摘 要: 传统的定价与订货策略研究多是建立在风险中性的假设之上, 近来也有利用风险度量 CVaR 研究风险厌恶对库存的影响. 因此, 以期望利润和 CVaR 的加权平均为目标函数, 研究零售商的订货策略, 并在此基础上研究上游供应商的定价策略. 这样的“利润-CVaR”目标既反映了决策者追求高利润的愿望, 又反映了其对潜在风险的控制.

关键词: CVaR; 定价; 订货策略; Stackelberg 博弈

中图分类号: F273.7 **文献标识码:** A

Pricing and ordering strategies in a two-echelon supply chain under criterion of profit-CVaR

LIU Jian, LUO Chun-lin

(School of Information Management, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China.

Correspondent: LIU Jian, E-mail: liujian3816@263.net)

Abstract: Most traditional research on pricing and inventory focus on the assumption that the decision makers are risk neutral. Recently, some researchers use CVaR, a measure of risk, to study the impact of risk aversion on inventory. A combination of the expected profit and CVaR is proposed, which reflects the desire of the risk-averse decision maker to maximize the profit on the one hand and minimize the downside risk of his profit on the other are studied. By using the combination as an objective function, the ordering strategies of the retailer and the pricing of the supplier are studied.

Key words: CVaR; Pricing; Ordering strategy; Stackelberg game

1 引 言

传统的定价与订货策略研究大多建立在风险中性的假设之上, 这对利润变化不敏感的决策者来说是比较合适的. 但当决策者是风险厌恶时, 期望值准则便不再适合. 相比于风险中性的有关文献, 风险厌恶方面的研究还较少, 而且主要集中在利润的期望效用最大化问题上. 文献[1]在指数效用函数下证明了当订货成本是线性时, 基准库存是最优的. [2]利用期望效用函数度量风险研究了风险厌恶对决策者的影响. [3]在递增的凹性效用函数假设下, 证明当风险厌恶时的最佳订货量将随着风险的增加而下降. [4]研究了允许零售商退货给垄断供应商的二级供应链问题. [5]讨论了在不同场合下风险厌恶对供应商-零售商关系的影响. [6]研究了风险厌恶时的多周期定价、库存问题, 证明了以指数效用函数为目

标的最优决策基本上与风险中性时的最优决策一致. 这些文献都是在给定效用函数的框架下研究风险决策者的行为.

关于风险度量, 在金融文献中有 3 个广泛应用的风险度量准则: 均值方差 (Mean-variance), 价值风险 (VaR) 和条件价值风险 (CVaR). 文献[7]利用均值方差分析研究了一些库存模型. [8]利用均值方差分析研究了允许单一零售商退货给单一供应商的二级供应链问题. [9]利用 VaR 和 CVaR 准则研究了单周期和多周期库存控制问题. [10]证明了 CVaR 是一个一致的风险度量工具, 且具有易于计算的良好性质. 但如果把 CVaR 作为唯一的准则也存在一定的缺陷: 因为 CVaR 只关注利润低于某个给定水平的利润平均值, 忽略了利润高于该水平的情况, 因而显得过于保守. 因此许多学者提出以期望

收稿日期: 2009-03-08; 修回日期: 2009-04-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70861002); 江西省教育厅科技项目(GJ09290).

作者简介: 柳键(1964—), 男, 湖南浏阳人, 教授, 博士生导师, 从事物流与供应链管理等研究; 罗春林(1978—), 男, 江西都昌人, 博士生, 从事物流与供应链管理的研究.

利润与 CVaR 的加权平均作为准则^[11-13]，一方面反映了决策者追求高利润的愿望，另一方面又反映了其对潜在风险的控制。但这些研究仅考虑了在给定外部环境下，决策者在少订货赢利不够与多订货滞销之间的一个平衡，而没有考虑到决策者的这种风险厌恶对外部环境其他决策者的影响。

本文将在供应链环境中研究风险厌恶的零售商的订货策略，以及由此给上游供应商定价策略所带来的影响。

2 模型描述

2.1 报童问题

本文考虑一风险厌恶的零售商从风险中性的供应商处以 w 的批发价购得某种商品，并以 p 的零售价出售。设市场对该商品的需求 X 是服从密度函数为 f 的随机变量，并假设其相应的分布函数 F 单调、可微。当最终零售商面临商品剩余时，以 s 的处理价进行处理。

当零售商的订货量为 q 时，其相应的利润为

$$\pi(q, X) = -wq + p\min\{X, q\} + s(q - X)^+ = (s - w)q + (p - s)X - (p - s)(X - q)^+, \quad (1)$$

其中 $z^+ = \max\{z, 0\}$ 。

设供应商的成本为 c ，则其相应的利润为

$$L(w, q) = (w - c)q. \quad (2)$$

根据实际问题的意义，本文假设 $\{s, c\} < w < p$ 。

2.2 风险度量

在金融领域里有 3 个应用非常广泛的风险度量：Mean-variance, VaR 和 CVaR。本文选择 CVaR 作为风险度量。

VaR 考虑的是决策者获得一定利润的置信水平。具体来讲，对某一置信水平 α ，有

$$\text{var}(w, X) = \max\{v \mid P(\pi(q, X) \geq v)\} \quad (3)$$

又称为风险厌恶因子，以 VaR 为风险度量的决策者期望最大化 $\text{var}(w, X)$ 。但以 VaR 为风险度量有一个非常严重的缺陷就是不便于计算。而 CVaR 较好地解决了这一问题。

CVaR 是指在给定的条件和置信水平下，利润低于某个给定 VaR 水平的平均值，即

$$\text{CVaR}(q, X) = \frac{1}{1 - \alpha} \int_{\text{var}(q, X)}^{\infty} \pi(q, x) f(x) dx. \quad (4)$$

文献[14, 15]证明了求 $\text{CVaR}(q, X)$ 等价于最大化

$$F(q, v) = v - \frac{1}{1 - \alpha} E[v - \pi(q, X)]^+, \quad (5)$$

即

$$\text{CVaR}(q, X) = \max_v \left\{ v - \frac{1}{1 - \alpha} E[v - \pi(q, X)]^+ \right\}. \quad (6)$$

CVaR 只关注利润低于某个给定水平的利润平均值，而忽略了利润高于该水平的情况，因而显得过于保守。因此许多学者提出以期望利润与 CVaR 的加权平均作为目标，这样既考虑了风险又兼顾了期望利润，即最大化“利润-CVaR”

$$E[\pi(q, X)] + (1 - \alpha) \text{CVaR}(q, X), \quad (7)$$

其中 $\alpha \in [0, 1]$ 。

2.3 Stackelberg 博弈

本文假定除了批发价 w (供应商的决策) 和订货量 q (零售商的决策) 以外，其余信息都是共同知识。供应商先选择批发价 w ，是博弈的先行者，然后零售商再确定订货量 q ，是博弈的从者。

风险中性的供应商最大化期望利润

$$L(w, q) = (w - c)q.$$

风险厌恶的零售商最大化“利润-CVaR”

$$E[\pi(q, X)] + (1 - \alpha) \text{CVaR}(q, X).$$

3 均衡行为

定理 1 对任意给定的 $w \in [c, p]$ ，零售商在“利润-CVaR”目标下的最优订货量(最佳反应函数)为：

1) 若 $\alpha > \frac{w - s}{p - s}$ ，则

$$q^* = F^{-1}\left(1 - \frac{w - s}{p - s}\right). \quad (8)$$

2) 若 $\alpha \leq \frac{w - s}{p - s}$ ，则

$$q^* = F^{-1}\left(\frac{(1 - \alpha)(p - w)}{(1 - \alpha)(p - s)}\right). \quad (9)$$

限于篇幅，证明过程略。

推论 1 1) 当 $\alpha = 1$ 时， $q^* = F^{-1}\left(1 - \frac{w - s}{p - s}\right)$ 。

这时问题退化成为最经典的报童问题。

2) 当 $\alpha = 0$ 时， $q^* = F^{-1}\left(\frac{(1 - \alpha)(p - w)}{p - s}\right)$ 。这时问题完全成为最优化 CVaR 问题。

3) 给定 w ，最优订货量会随着 α 的增加而增加，说明当零售商更关注利润时，订货量也会跟着相应地增加。

4) 给定 α ，当 $\alpha > \frac{w - s}{p - s}$ 时，最优订货量独立于 w ；而当 $\alpha \leq \frac{w - s}{p - s}$ 时，最优订货量会随着 w 的增加而减少。

定理 2 供应商的最佳订货策略为

$$w^* \in \{w_1, w_2, s + (p - s)\},$$

其中 w_1, w_2 分别是如下方程的解:

$$F^{-1}\left(1 - \frac{w - s}{(p - s)}\right) \cdot f\left\{F^{-1}\left(1 - \frac{w - s}{(p - s)}\right)\right\} - \frac{w - c}{(p - s)} = 0, \quad (10)$$

$$f\left\{F^{-1}\left(\frac{(1 - \alpha)(p - w)}{(1 - \alpha)(p - s)}\right)\right\} \cdot F^{-1}\left(\frac{(1 - \alpha)(p - w)}{(1 - \alpha)(p - s)}\right) - \frac{(1 - \alpha)(w - c)}{(1 - \alpha)(p - s)} = 0. \quad (11)$$

证明过程略.

具体找供应商的最佳定价策略可归纳为如下算法:

1)

求解方程(10)得 w_1 , 判断 w_1 是否属于 $[c, s + (p - s)]$, 若否, 则舍去 w_1 ;

2) 求解方程(11)得 w_2 , 判断 w_2 是否属于 $[s + (p - s), p]$, 若否, 则舍去 w_2 ;

3) 将上面 w_1, w_2 中剩下点的函数值与 $s + (p - s)$ 点的函数值进行比较, 最大值点即为 w^* .

注1 由上面供应商的最佳定价策略 w^* , 利用式(8)和(9)即得零售商的最佳订货策略.

4 算例分析

设 $X \sim N(1000, 100^2)$, $p = 6, s = 3, c = 3$. 考虑不同的 α , 下销售商的最优定价和零售商的最佳订货策略如表 1 所示.

表 1 $\alpha = 0$ 对应的结果

值	最优定价 w^*	最优订货量 q^*
= 0	5.83	840.78
= 0.2	5.83	840.78
= 0.4	5.83	840.78
= 0.6	5.83	840.78
= 0.8	5.83	840.78
= 1	5.83	840.78

从表 1 中可以看出, 所有的最优定价与最佳订货量是一样的, 这时因为当 $\alpha = 0$ 时, CVaR 最优就是期望利润最优, 因此这时无无论 α 取什么值, 式(7)都相当于期望利润.

从表 1 ~ 表 4 可以看出, 当零售商存在风险厌恶时, 其最优订货量总是低于风险中性时的最佳订货量. 而且, 随着风险厌恶因子的增加, 其最佳订货量也在不断减少. 当风险厌恶因子 α 保持不变时, 其订货量随着 α 的增加而增加. 这是因为随着期望利润权重 α 的不断减少, CVaR 的权重 $1 - \alpha$ 在增加, 相当于弱化了风险厌恶的作用, 或者说是决策者更偏好于风险中性.

从表 1 ~ 表 4 还可以看出, 供应商的最优定价随着 α 和 β 的增加而减少, 这可解释为由于 α 和 β 都

表 2 $\alpha = 0.5$ 对应的结果

值	最优定价 w^*	最优订货量 q^*
= 0	5.85	804.50
= 0.2	5.85	809.59
= 0.4	5.84	815.44
= 0.6	5.84	822.30
= 0.8	5.84	830.53
= 1	5.83	840.78

表 3 $\alpha = 0.8$ 对应的结果

值	最优定价 w^*	最优订货量 q^*
= 0	5.86	764.53
= 0.2	5.86	771.63
= 0.4	5.85	780.51
= 0.6	5.85	791.31
= 0.8	5.84	809.59
= 1	5.83	840.78

表 4 $\alpha = 0.9$ 对应的结果

值	最优定价 w^*	最优订货量 q^*
= 0	5.87	738.16
= 0.2	5.87	745.45
= 0.4	5.86	754.83
= 0.6	5.86	767.91
= 0.8	5.85	788.99
= 1	5.83	840.78

是刻画厌恶风险所起的作用, 零售商越是惧怕风险, 供应商越是被迫往下压价, 以减少厌恶风险所带来的更大负面作用.

5 结 论

本文考虑到下游零售商既有追求高利润的动机, 又有对潜在风险进行控制的意愿, 选择了期望利润和 CVaR 的加权平均作为目标函数, 刻画了零售商的最佳订货决策, 以及由此给上游供应商定价策略所带来的影响. 研究表明, 零售商的最佳订货量随着风险厌恶因子和 CVaR 权重的增加而减少, 供应商的最优定价也随着风险厌恶因子和 CVaR 权重的增加而减少.

本文仅考虑了零售商是风险厌恶的, 但若供应商也是风险厌恶的, 零售商的最佳订货策略和供应商的定价策略将会有怎样的变化? 本文考虑的是单一供应商和单一零售商的情形, 如果有多个供应商或多个零售商, 情况又会怎么样? 另外, 本文只研究了一个周期的定价与订货策略, 当面临多个周期时, 决策者又该如何调整? 这些问题都值得进一步研究.

(下转第 136 页)

间,需特别注意的是:当惯性时间常数较大时,响应的拐点、极值点等在测试中不是一个点,而是一个区域,要以该区域的中点为相应的测试点。

4 结 论

本文介绍的惯性系统的时域在线辨识方法,实际测试的是如图1所示的控制系统的控制对象和测试系统的开环传递函数,其测试结果对实际调试和控制有指导意义。从实测过程和结果来看,它具有测试方法简便直接、测试信号及数据处理简单、测试时间短、测试精确度高、成本低等特点,是一种行之有效的在线辨识方法。

参考文献(References)

- [1] 张立群,邵惠鹤. 面向控制器设计的多变量系统辨识实验信号[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 824-826.
(Zhang L Q, Shao H H. Multivariable systems identification signal based on the controller design[J]. Control and Decision, 2004, 19(7): 824-826.)
- [2] 方崇智,萧德云. 过程辨识[M]. 北京:清华大学出版社, 1988.

社, 1988.

(Fang C Z, Xiao D Y. Process identification [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988.)

- [3] 冯培铎. 系统辨识[M]. 杭州:浙江大学出版社, 1999.
(Feng P D. System identification [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1999.)
- [4] 严德昆. 二阶过阻尼系统传递函数辨识的新方法[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(4): 638-640.
(Yan D K. A new method for Identification of 2-order superdamping system transfer function [J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(4): 638-640.)
- [5] K J A, T H. PID controllers: Theory, design and tuning [M]. 2nd ed. Research Triangle Park. NC: Instrument Society of America, 1995: 125-228.
- [6] 赵建华,沈永良. 一种自适应PID控制算法[J]. 自动化学报, 2001, 27(3): 417-420.
(Zhao J H, Shen Y L. An adaptive PID control algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(3): 417-420.)

(上接第132页)

参考文献(References)

- [1] Bouakiz M, Sobel M J. Inventory control with an exponential utility criterion[J]. Operations Research, 2004, 40(3): 603-608.
- [2] Eeckhoudt L, Gollier C, Schlesinger H. Risk averse (and Prudent) newsboy [J]. Management Science, 1995, 41(5): 786-794.
- [3] Agrawal V, Seshadri S. Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2000, 2(1): 410-423.
- [4] Lau H, Lau A H L. Manufacturer's pricing strategy and return policy for a single-period commodity [J]. European J of Operational Research, 1999, 116(2): 291-304.
- [5] Tsay A. Risk sensitivity in distribution channel partnerships: implications for manufacturer return policies[J]. J of Retailing, 2000, 78(2): 147-160.
- [6] Chen X, Sim M, Simchi-Levi D, et al. Risk aversion in inventory management[J]. Operations Research, 2007, 55(5): 828-842.
- [7] Chen F, Federgruen A. Mean-variance analysis of basic inventory models[R]. New York: Columbia University, 2000.
- [8] Choi T M, Li D, Yan H. Mean-variance of a single

supplier and retailer supply chain under a return policy [J]. European J of Operational Research, 2008, 184(1): 356-376.

- [9] Zhang D, Xu H, Wu Y. Single and multi-period optimal inventory control models with risk-averse constraints [R]. Southampton: University of Southampton, 2008.
- [10] Ahmed S, Cakmak U, Shapiro A. Coherent risk measures in inventory problems [J]. European J of Operational Research, 2007, 182(1): 226-238.
- [11] Gotoh J, Seshadri S. Hedging inventory risk through market instruments [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2005, 7(2): 103-120.
- [12] Chen Y, Xu M, Zhang G. A risk-averse newsvendor model under the CVaR decision criterion [R]. Hong Kong: Chinese University of Hong Kong, 2008.
- [13] Chen Y, Gao F, Chao X. Joint optimal ordering and weather hedging decision: A newsvendor model [R]. Hong Kong: Chinese University of Hong Kong, 2008.
- [14] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk [J]. J of Risk, 2000, 2(1): 21-42.
- [15] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distribution [J]. J of Banking & Finance, 2002, 26(7): 1443-1471.