

文章编号: 1001-0920(2010)01-0133-04

惯性系统的时域在线辨识

胡钢墩, 李发泽

(宁夏大学 物理电气信息学院, 银川 750021)

摘 要: 给出二阶惯性系统阶跃响应斜率和幅值在幅值拐点处的时域表达式及其矩形脉冲响应幅值在其极大值点处的时域表达式, 三阶惯性系统阶跃响应斜率在响应的二阶导数极大值点处、阶跃响应幅值在其拐点处和矩形脉冲响应斜率在响应二阶导数极小值点处的时域表达式, 并找到了一种在时域辨识一阶、二阶和三阶惯性系统的方法. 实测结果表明, 该方法简便、可靠, 测试精度高.
关键词: 惯性系统; 在线辨识; 时域
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

On-line identification of inertia system in time domain

HU Gang-dun, LI Fa-ze
(School of Physics and Electrical Information Science, Ningxia University, Yinchuan 750021, China. Correspondent: HU Gang-dun, E-mail: hhgdd@sina.com)

Abstract: The expressions of the slope and the amplitude for the step response in the inflexion and the amplitude for the square pulse response in the maximum point are obtained in time domain for 2-order inertia system. The expressions of the slope for the step response in the maximum point of the step response by secondary derivative, the amplitude for the step response in the inflexion and the slope for the square pulse response in the minimum point of the step response by secondary derivative are presented in time domain for 3-order inertia system. The methods of online identification of 1-order inertia system, 2-order and 3-order are found. Experiment results show the precision and trustiness of the method.
Key words: Inertia system; On-line identification; Time domain

1 引言
在基于模型的控制中, 控制系统的性能取决于设计时所采用的系统模型的精确程度^[1]. 实际应用中, 获得系统模型最有效的途径是系统辨识^[2-4]. 本文介绍的惯性系统的时域在线辨识方法, 具有信噪比高、测试时间短和计算量小等特点. 在实际工程中不需添加任何辅助设备, 只需在调试时完成一个测试环节, 即可获得精确的系统模型.

2 问题描述
惯性系统一般有一阶、二阶和三阶惯性系统. 实际工程中的惯性系统很多, 如温度控制系统、电机传动系统等. 完成对这些系统的控制, 目前常采用的方法是计算机控制. 控制系统结构如图 1 所示, 其中控制器多采用 PID 控制器^[5, 6]; 检测系统由测量装置和变送器组成; 控制对象由执行机构和被控对象组

成, 它可能是惯性系统, 也可能是振荡或时变系统等. 本文仅就惯性系统进行讨论.

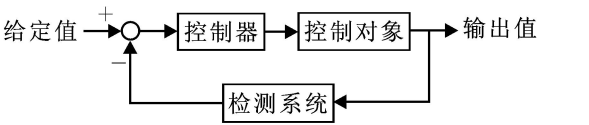


图 1 控制系统结构图

本文介绍的惯性系统辨识方法, 在对系统模型进行在线辨识时, 由计算机控制产生一个幅值为 A 的阶跃信号作用于控制对象, 通过检测系统测得系统的开环时域响应, 并由计算机计算出响应的一阶、二阶导数. 图 2 给出了一阶、二阶和三阶惯性系统阶跃响应的二阶导数随时间变化的规律, 由它可判断系统的类型. 若系统为一阶惯性系统, 则由阶跃信号即可测得系统的相关参数; 若系统为二阶、三阶惯性

收稿日期: 2009-03-09; 修回日期: 2009-05-08.
基金项目: 宁夏自然科学基金项目 (NZ0945).
作者简介: 胡钢墩 (1959 —), 男, 陕西临潼人, 教授, 硕士, 从事计算机控制、电力设备的研究; 李发泽 (1963 -), 男, 宁夏中卫人, 副教授, 硕士, 从事计算机控制的研究.

系统,在测得系统响应曲线的拐点后,使阶跃信号为零再测其响应(矩形脉冲响应),即可测得系统参数.因辨识时只需测到阶跃响应曲线的拐点处(阶跃响应的拐点幅值及出现时间比稳态幅值及到达时间小很多),故该法的测试时间比传统方法短,并且可把阶跃信号的幅值 A 提高到允许值的 100%,以提高信噪比,进而提高测试精确度.

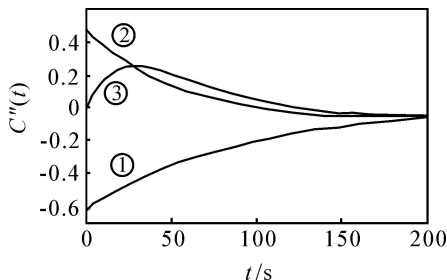


图 2 一阶~三阶惯性系统阶跃响应的二阶导数随时间变化规律

2.1 一阶惯性系统的测试

一阶惯性系统的数学模型为

$$C(s) = \frac{K}{T_s s + 1}, \quad (1)$$

其时域的阶跃响应为

$$C(t) = AK(1 - e^{-t/T}), \quad (2)$$

式中 A 为阶跃信号的幅值.

如图 2 曲线 所示,一阶惯性系统阶跃响应的二阶导数始终为负,所以测试时,若一开始测得系统响应的二阶导数为负,即可判定系统为一阶惯性系统.由下式:

$$\begin{cases} T = -C'(t)/C''(t), \\ K = (C(t) - C'(t)^2/C''(t))/A \end{cases} \quad (3)$$

可算得系统参数.

2.2 二阶惯性系统的测试

二阶惯性系统的数学模型为

$$C(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (4)$$

其时域的阶跃响应为

$$C(t) = AK + \frac{Ak}{T_1 - T_2} (T_2 e^{-t/T_2} - T_1 e^{-t/T_1}), \quad (5)$$

矩形脉冲响应为

$$C(t) = \frac{AK}{T_1 - T_2} \left[T_2 \left(e^{\frac{t-t_0}{T_2}} - e^{\frac{t-t_0}{T_1}} \right) + T_1 \left(e^{\frac{t-t_0}{T_1}} - e^{\frac{t-t_0}{T_2}} \right) \right], \quad (6)$$

式中 t_0 为脉冲信号宽度.

图 3 给出了二阶惯性系统响应曲线,其中曲线 为阶跃响应.因为二阶惯性系统阶跃响应曲线有拐点,如图 3 中曲线 的 g 点,曲线先凹后凸.其二

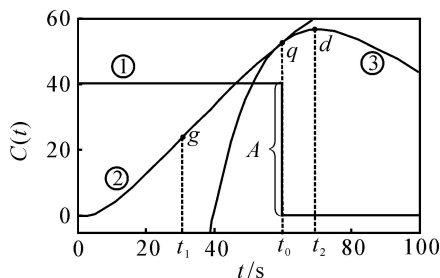


图 3 二阶惯性系统阶跃和矩形脉冲响应

阶导数如图 2 曲线 所示,在过 0 之前为单调减函数.测试时,若测得阶跃响应的二阶导数为正,且不断减小,则可判定系统为二阶惯性系统.

二阶惯性系统阶跃响应拐点处的一阶导数为

$$C_1' = \frac{AK}{T_1 - T_2} (e^{-t_1/T_1} - e^{-t_1/T_2}). \quad (7)$$

由拐点处二阶导数为零可得

$$(1/T_2)e^{-t_1/T_2} = (1/T_1)e^{-t_1/T_1}. \quad (8)$$

将式(8)代入(7),分别消去 T_2 和 T_1 可得

$$C_1' = (AK/T_1)e^{-t_1/T_1}, \quad (9)$$

$$C_1' = (AK/T_2)e^{-t_1/T_2}. \quad (10)$$

由式(5),(8)和(9)可得

$$C_1 = AK - C_1'(T_2 + T_1). \quad (11)$$

式中: t_1 为拐点 g 出现的时间, C_1 为 g 点的幅值.

如前所述,当测得曲线拐点 g 后使阶跃信号为 0,这时,阶跃信号就变为矩形脉冲信号(图 3 中曲线),其响应如图 3 中曲线 所示.曲线 有极大值点,由极大值处一阶导数为 0 可得

$$(e^{-\frac{t_2-t_0}{T_2}} - e^{-\frac{t_2-t_0}{T_1}}) = (e^{-\frac{t_2-t_0}{T_1}} - e^{-\frac{t_2-t_0}{T_2}}). \quad (12)$$

由式(6),(12) 分别消去 T_2 和 T_1 得

$$C_2 = AK(e^{-\frac{t_2-t_0}{T_1}} - e^{-\frac{t_2-t_0}{T_2}}), \quad (13)$$

$$C_2 = AK(e^{-\frac{t_2-t_0}{T_2}} - e^{-\frac{t_2-t_0}{T_1}}). \quad (14)$$

式中: t_0 为阶跃信号为零时刻(脉冲信号宽度), t_2 为极大值 d 点出现的时间, C_2 为 d 点的幅值.

将方程(13)除以方程(9),可得

$$C_2/C_1' = T_1(e^{-\frac{t_2-t_0-t_1}{T_1}} - e^{-\frac{t_2-t_0-t_1}{T_2}}). \quad (15)$$

将方程(14)除以方程(10),可得

$$C_2/C_1' = T_2(e^{-\frac{t_2-t_0-t_1}{T_2}} - e^{-\frac{t_2-t_0-t_1}{T_1}}). \quad (16)$$

比较式(15)和(16)可以看出:两式除 T_1, T_2 外结构完全相同.事实上,解方程(15)可同时求出两个解 T_1 和 T_2 .将 T_1, T_2 代入式(11),可求出比例系数 K .

2.3 三阶惯性系统的测试

三阶惯性系统的数学模型为

$$C(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}, \quad (17)$$

其时域的阶跃响应为

$$C(t) = AK - \frac{AKT_1^2}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)}e^{-t/T_1} - \frac{AKT_2^2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)}e^{-t/T_2} - \frac{AKT_3^2}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)}e^{-t/T_3}, \quad (18)$$

矩形脉冲响应为

$$C(t) = \frac{AKT_1^2}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)}(e^{-\frac{t-t_0}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_1}}) + \frac{AKT_2^2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)}(e^{-\frac{t-t_0}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_2}}) + \frac{AKT_3^2}{(T_3 - T_1)(T_3 - T_2)}(e^{-\frac{t-t_0}{T_3}} - e^{-\frac{t}{T_3}}). \quad (19)$$

图 4 给出了三阶惯性系统的响应曲线,其中曲线 ① 为阶跃响应,与二阶惯性系统一样.曲线 ② 也有拐点 g ,所不同的是其响应的二阶导数值(如图 2 曲线 ③ 所示)先增后减,有一极大值点.经推导可知,当阶跃的幅值为 A 时,在二阶导数极大值点处有下式成立:

$$C_{m1}' = (AK/T_1)e^{-\frac{t_{m1}}{T_1}} - C_{m1}''(T_2 + T_3). \quad (20)$$

式中: t_{m1} 为二阶导数极大值点出现的时间, C_{m1}' 为 t_{m1} 时刻响应的一阶导数, C_{m1}'' 为 t_{m1} 时刻响应的二阶导数.

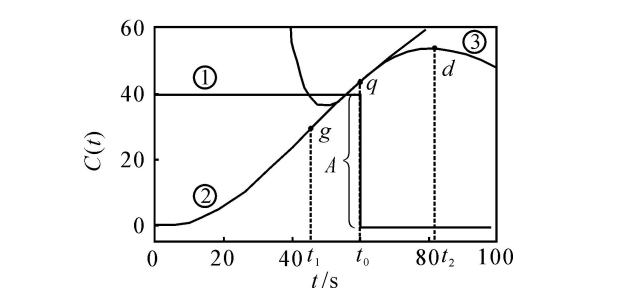


图 4 三阶惯性系统阶跃和矩形脉冲响应

同样,在拐点 g 处可有以下式成立:

$$C_1 = AK - (T_3 + T_2)C_1' - AK e^{-t_1/T_1}. \quad (21)$$

式中: t_1 为拐点 g 出现的时间, C_1 为 g 点的幅值, C_1' 为 g 点的斜率.

当测得曲线拐点 g 后,使阶跃信号为 0,这时阶跃信号就变为矩形脉冲信号,其响应如图 4 中曲线 ② 所示.与阶跃响应类似,矩形脉冲响应的二阶导数有 1 个极大值点,经推导可知:当矩形脉冲幅值为 A 时,在二阶导数极大值点处有以下式成立:

$$C_{m2}' = \frac{AK}{T_1}(e^{-\frac{t_{m2}}{T_1}} - e^{-\frac{t_{m2}-t_0}{T_1}}) - (T_3 + T_2)C_{m2}''. \quad (22)$$

式中: t_{m2} 为二阶导数极大点出现的时间, C_{m2}' 为 t_{m2} 时刻响应的一阶导数, C_{m2}'' 为 t_{m2} 时刻响应的二阶导数.

若将式(20) ~ (22) 中的 T_1, T_2 或 T_1, T_3 位置互换,方程式也是成立的,这点从三阶惯性系统的数学模型(17) 即可看出.

由式(20), (21) 可得

$$AK = \frac{C_1 - C_1' C_{m1}'' / C_{m1}''}{1 - (C_1' / C_{m1}'' T_1) e^{-\frac{t_{m1}}{T_1}} - e^{-\frac{t_1}{T_1}}}. \quad (23)$$

由式(20), (22) 可得

$$AK = \frac{C_{m2}' - C_{m2}'' C_{m1}' / C_{m1}''}{\frac{1}{T_1}(e^{-\frac{t_{m2}}{T_1}} - e^{-\frac{t_{m2}-t_0}{T_1}}) - \frac{C_{m2}''}{C_{m1}'' T_1} e^{-\frac{t_{m1}}{T_1}}}. \quad (24)$$

图 5 给出了将方程(23), (24) 中 T_1 改为变量 T 后 AK 随 T 的变化规律,其中曲线 ① 为式(23) 的变化规律,曲线 ② 为式(24) 的变化规律.由图可知:两曲线有 3 个交点,其所对应的横轴坐标值正是所要求的 T_3, T_2 和 T_1 ,纵轴坐标值是 AK .所以联立方程(23), (24), 即可求得三阶惯性系统的全部参数.

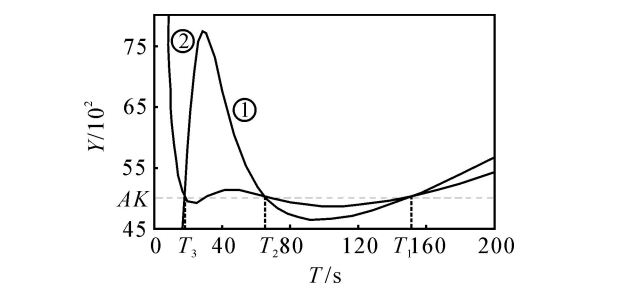


图 5 方程(23), (24) 的变化规律

3 辨识举例

为简化计算,本文给出的各阶惯性系统的响应及其一阶、二阶导数,都是零初始条件下的表达式,即在初始时刻的响应及其各阶导数均为零.就本文介绍的惯性系统的时域在线辨识方法,利用西门子 S7-300 PLC 及其编程软件 STEP 7 编程实现,并对 STEP 7 提供的模拟温度加热区的过程块 PROC_C (惯性系统模型) 进行测试,测试结果如表 1 所示.测试时要根据惯性系统的时间常数选择合适的采样时

表 1 惯性系统模型及实测数据

项目	参 数			
	K	T_1/s	T_2/s	T_3/s
一阶	理论值	10.00	50.00	
	实测值	10.00	49.95	
	误差/ %	0.00	0.10	
二阶	理论值	10.00	50.00	20.00
	实测值	10.85	49.56	20.18
	误差/ %	8.50	0.88	0.90
三阶	理论值	10.00	150.00	70.00
	实测值	10.03	153.67	67.91
	误差/ %	0.30	2.45	2.99

间,需特别注意的是:当惯性时间常数较大时,响应的拐点、极值点等在测试中不是一个点,而是一个区域,要以该区域的中点为相应的测试点。

4 结 论

本文介绍的惯性系统的时域在线辨识方法,实际测试的是如图 1 所示的控制系统的控制对象和测试系统的开环传递函数,其测试结果对实际调试和控制有指导意义。从实测过程和结果来看,它具有测试方法简便直接、测试信号及数据处理简单、测试时间短、测试精确度高、成本低等特点,是一种行之有效的在线辨识方法。

参考文献(References)

- [1] 张立群,邵惠鹤. 面向控制器设计的多变量系统辨识实验信号[J]. 控制与决策, 2004, 19(7): 824-826.
(Zhang L Q, Shao H H. Multivariable systems identification signal based on the controller design[J]. Control and Decision, 2004, 19(7): 824-826.)
- [2] 方崇智,萧德云. 过程辨识[M]. 北京:清华大学出版

社, 1988.

(Fang C Z, Xiao D Y. Process identification [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1988.)

- [3] 冯培锦. 系统辨识[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.
(Feng P D. System identification [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1999.)
- [4] 严德昆. 二阶过阻尼系统传递函数辨识的新方法[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(4): 638-640.
(Yan D K. A new method for Identification of 2-order superdamping system transfer function [J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(4): 638-640.)
- [5] K J A, T H. PID controllers: Theory, design and tuning [M]. 2nd ed. Research Triangle Park. NC: Instrument Society of America, 1995: 125-228.
- [6] 赵建华, 沈永良. 一种自适应 PID 控制算法[J]. 自动化学报, 2001, 27(3): 417-420.
(Zhao J H, Shen Y L. An adaptive PID control algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2001, 27(3): 417-420.)

(上接第 132 页)

参考文献(References)

- [1] Bouakiz M, Sobel M J. Inventory control with an exponential utility criterion[J]. Operations Research, 2004, 40(3): 603-608.
- [2] Eeckhoudt L, Gollier C, Schlesinger H. Risk averse (and Prudent) newsboy [J]. Management Science, 1995, 41(5): 786-794.
- [3] Agrawal V, Seshadri S. Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2000, 2(1): 410-423.
- [4] Lau H, Lau A H L. Manufacturer's pricing strategy and return policy for a single-period commodity [J]. European J of Operational Research, 1999, 116(2): 291-304.
- [5] Tsay A. Risk sensitivity in distribution channel partnerships: implications for manufacturer return policies[J]. J of Retailing, 2000, 78(2): 147-160.
- [6] Chen X, Sim M, Simchi-Levi D, et al. Risk aversion in inventory management[J]. Operations Research, 2007, 55(5): 828-842.
- [7] Chen F, Federgruen A. Mean-variance analysis of basic inventory models[R]. New York: Columbia University, 2000.
- [8] Choi T M, Li D, Yan H. Mean-variance of a single

supplier and retailer supply chain under a return policy [J]. European J of Operational Research, 2008, 184(1): 356-376.

- [9] Zhang D, Xu H, Wu Y. Single and multi-period optimal inventory control models with risk-averse constraints [R]. Southampton: University of Southampton, 2008.
- [10] Ahmed S, Cakmak U, Shapiro A. Coherent risk measures in inventory problems [J]. European J of Operational Research, 2007, 182(1): 226-238.
- [11] Gotoh J, Seshadri S. Hedging inventory risk through market instruments [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2005, 7(2): 103-120.
- [12] Chen Y, Xu M, Zhang G. A risk-averse newsvendor model under the CVaR decision criterion [R]. Hong Kong: Chinese University of Hong Kong, 2008.
- [13] Chen Y, Gao F, Chao X. Joint optimal ordering and weather hedging decision: A newsvendor model [R]. Hong Kong: Chinese University of Hong Kong, 2008.
- [14] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk [J]. J of Risk, 2000, 2(1): 21-42.
- [15] Rockafellar R T, Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distribution [J]. J of Banking & Finance, 2002, 26(7): 1443-1471.