

文章编号: 1001-0920(2011)03-0321-06

量子进化算法研究现状综述

钱洁, 郑建国, 张超群, 王翔, 阎瑞霞

(东华大学 旭日工商管理学院, 上海 200051)

摘要: 在介绍基本量子进化算法(QEA)的基础上, 重点归纳总结了最近几年量子进化算法在算法机理和性能方面以及在算法的种群改进、编码扩展、算子创新、算法融合等应用方面的研究成果, 进而提出了量子进化算法在模式理论、多目标进化、算法研究、应用等方面进一步的研究内容。

关键词: 量子进化算法; 量子计算; 进化计算

中图分类号: TP301

文献标识码: A

Reviews of current studying progress on quantum evolutionary computation

QIAN Jie, ZHENG Jian-guo, ZHANG Chao-qun, WANG Xiang, YAN Rui-xia

(Glorious Sun School of Business and Management, Donghua University, Shanghai 200051, China. Correspondent: QIAN Jie, E-mail: qj@mail.dhu.edu.cn)

Abstract: By introducing basic theory of quantum-inspired evolutionary algorithm(QEA), this paper makes a summary on the research of QEA with performance and mechanism, the population improvement, representation extension, operator innovation, integration with other algorithms and its application. Hence several contents of further study of QEA in the aspects of application, algorithm studying, multi-objective evolutionary, and pattern theory, are proposed.

Key words: quantum-inspired evolutionary algorithm; quantum computing; evolutionary computation

1 引言

Narayanan 等人^[1]于 1996 年首次将量子理论与进化算法相结合, 提出了量子遗传算法(QIGA)的概念; 2000 年, Han 等人^[2]提出了一种遗传量子算法(GQA), 然后又扩展为量子进化算法(QEA)^[3], 实现了组合优化问题的求解. 该算法用量子位编码表示染色体, 用量子门更新完成进化搜索, 具有种群规模小、收敛速度快和全局寻优能力强的特点. 目前, 量子进化算法的研究已经取得一些成果, 文献[4]总结了量子进化算法的研究进展, 该文主要基于 2006 年以前的文献. 最近几年又相继出现了许多相关重要研究成果, 所以本文旨在归纳总结关于量子进化算法在最近几年国内外具有代表性的研究成果, 并指出进一步的研究方向.

本文首先给出 QEA 的简要概述; 然后分类总结了 QEA 近年来的研究领域以及所取得的成果; 最后指出了进一步的研究方向.

2 量子进化算法概述

Han 等人^[3]提出的 QEA 采用量子比特编码, 一个量子比特表示为 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, α 和 β 为复数. 在第 t 代的染色体种群为

$$Q(t) = \{q_1^t, q_2^t, \dots, q_n^t\}.$$

其中: n 为种群大小; t 为进化代数; q_j^t 为染色体, 即

$$q_j^t = \begin{bmatrix} \alpha_{j1} & \alpha_{j2} & \cdots & \alpha_{jm} \\ \beta_{j1} & \beta_{j2} & \cdots & \beta_{jm} \end{bmatrix}, j = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

式中: m 表示染色体长度, 满足 $|\alpha_{ji}|^2 + |\beta_{ji}|^2 = 1$. 算法流程描述如下:

Begin

1) $t = 0$, 初始化种群 $Q(0)$, 所有 $q_j^0 (j = 1, 2, \dots, n)$ 中的 $\alpha_j^0 \beta_j^0$ 都被初始化为 $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$.

2) 对初始种群中的各个体实施测量, 得到一组状态 $P(0) = \{x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0\}$. $x_j^0 (j = 1, 2, \dots, n)$ 是长度为 m 的串, 每一位 $x_{ji}^0 (i = 1, 2, \dots, m)$ 为 0 或 1, 是

收稿日期: 2010-07-17; 修回日期: 2010-09-10.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70971020/G010301).

作者简介: 钱洁(1974—), 男, 副教授, 博士生, 从事进化计算的研究; 郑建国(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能计算、数据挖掘等研究.

根据量子比特的概率 $|\alpha_{ji}^0|^2$ 或 $|\beta_{ji}^0|^2$ 测量得到的. 测量过程为: 随机产生一个数 $r, r \in [0, 1]$. 若 $r > |\alpha_{ji}^0|^2$, 则测量结果 $x_{ji}^0 = 1$; 否则, 取 0.

- 3) 对各状态 $f(x_j^0)$ 进行适应度评价.
- 4) 记录下最佳个体状态 B^0 及其适应度值 $f(B^0)$.
- 5) While 非结束状态 do
- Begin
- ① $t = t + 1$;
- ② 对种群 $Q(t-1)$ 实施测量, 得到一组状态 $P(t)$;
- ③ 对各状态进行 $f(x_j^t)$ 适应度评价;
- ④ 利用量子门 $U(t)$ 更新 $Q(t)$;
- ⑤ 保存 $B(t-1)$ 和 $P(t)$ 中的最佳解到 $B(t)$;
- ⑥ 记录下 $B(t)$ 中最佳个体状态 b
- End
- End

3 主要研究成果

QEA 算法具有种群分散性好、全局搜索能力强、收敛速度快且易于与其他算法融合等优点. 近几年, 国内外许多重要文献对 QEA 算法进行了更进一步的研究, 主要体现在以下几方面.

3.1 算法机理及性能研究

这类研究大多从分析 QEA 算法的运行机理入手, 类比分析 QEA 与其他经典进化算法的区别和相似性. 具有代表性的有 Ming 等人^[5]从概率角度分析 QEA, 从量子的“波粒二向性”分析量子在进化过程中的特点, 将传统遗传算法(GA)和 QEA 借助“波粒二向性”特征进行了类比, 如表 1 所示.

表 1 QEA, GA 波粒二向性类比

遗传算法 GA	量子进化算法 QEA
由一系列个体组成进化种群	由一系列量子组成概率系统
平均个体适应度值	能量
种群选择压力与多样性的竞争	熵与能量之间的竞争
种群汇聚	自由能量降低
最优解	从不平衡状态到平衡状态

从表 1 可以看出: QEA 的进化与 GA 的进化在本质上具有相似性, QEA 的种群是由量子组成的概率系统, 其个体适应度评价为量子的能量, 进化过程是量子的熵和能量的一种竞争, 最终求得最优解时量子熵降低, 种群趋于聚集, 进化过程是种群从一种不平衡状态到平衡状态的转变. QEA 进化的本质是种群的量子从处于不确定状态到最终确定状态的过程, 量子被检测到为 0 或者 1 的概率趋于确定, 其熵值也趋于最小. 另外, 文献 [6] 利用量子的纠缠态理论解释说明了遗传算法的本质, 认为遗传算法计算在本质上是一种量子并行计算. Michaël^[7]和 Zhou 等人^[8]都从分布式

估计算法(EDA)的角度分析了量子进化算法, 认为两种算法共同特征是利用概率模型进行演算, 并从概率模型、抽样选择、学习替换和种群结构等方面进行了类比, 得出了 QEA 的实质是一种 EDA 的结论.

通过图 1 的比较可以看出: EDA 通过个体分布建立概率模型, 并利用该概率模型进行样本采样以产生新种群; 而在 QEA 中, 则通过对量子比特的概率幅测量、坍塌的方法产生新种群, 坍塌的方法与 EDA 样本采样相对应, 它能使种群向更高适应度方向进化. 从实验分析得出, QEA 相对 EDA 更具有优势, 主要体现在以下两方面: 一是量子编码样本具有多样性; 二是其概率模型具有自适应性调节能力. 另外, KaiFan 等人^[9]对 QEA 算法的特性进行了分析, 对比了 QEA 与经典遗传算法、粒子群算法在解决静态、动态函数优化问题的性能差别, 并分别测试了二进制、十进制编码情况下这几种算法对低维、高维函数的优化效果. 结果表明: 在静态环境下, QEA 求解结果和运行时间都优于其他几种算法; 在动态环境, QEA 稳定性更好, 且运行时间更少, 改进的 QEA 算法更适合动态环境下高维实空间问题.

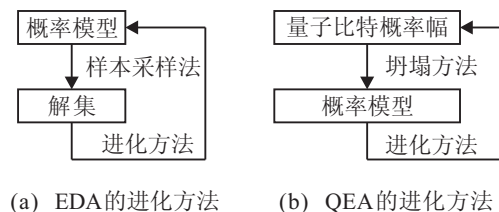


图 1 QEA 与 EDA 进化方式比较

3.2 种群改进

量子比特编码能用较小的种群规模表示问题的多个解, 所以种群的规模、结构等对算法性能影响较大. 此类研究主要可归纳为如下几方面:

1) 种群结构的改进. Najaran 等人^[10]将 QEA 的种群结构进行了分类. 按图 2 所示可分为: 环型、网格型、二叉树型、簇型、方格型、 $K_{m,n}$ 型、阶梯型和交叉阶梯型等. 文献 [10] 利用测试函数寻优对比分析了不同种群结构算法的性能, 结果表明网格型为 QEA 性能最好的种群结构. Alba 等人^[11]将网格型的种群结构细分为正方形、长方形、长条形等, 设计了根据个体的适应度值和群体的熵来动态调节群体结构的 QEA, 这种算法能很好地兼顾勘探和开采能力. Ali Nodehi 等人^[12]提出了基于网格结构的 QEA, 在这种结构中每个节点表示一个个体, 这种结构能保持种群的多样性, 可有效避免早熟和陷入局部极值. 另外, Guo 等人^[13]利用复杂网络理论类比量子进化中的各个个体间关系, 复杂网络中小世界原理为量子进化个体间关系提供了一种借鉴, 为达到这种

种群弱链接, 算法将种群分解成局部小群, 各小群进行局部进化, 这种种群结构能有效避免算法早熟.

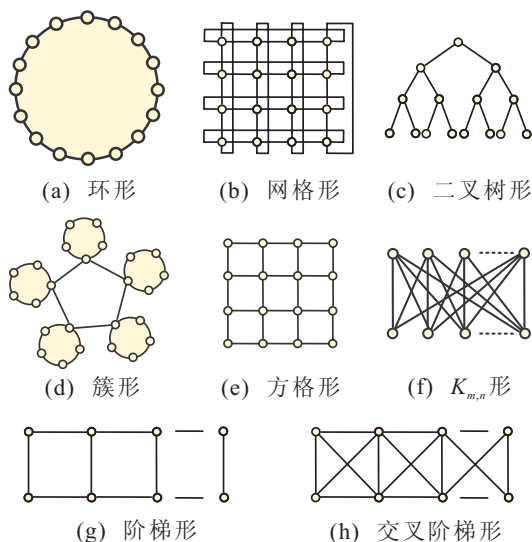


图2 种群结构分类

2) 种群大小的改进. Ali Nodehi 等人^[12]利用函数动态改变 QEA 种群大小, 当种群增加时, 随机新加入的种群改善了种群的多样性; 当种群减少时, 去掉种群中比较差的个体, 可以缩小搜索范围, 加快算法的收敛. Tayarani 等人^[14]利用环形作为种群结构, 以保证每个个体只与2个邻居相邻, 并在进化过程中使用正旋函数改变种群大小, 以保持种群多样性. Imabeppu 等人^[15]在粗粒度并行量子遗传算法的基础上, 针对种群间个体迁移的方式, 提出一种成对交换的算法, 该算法与局部、全局优秀个体迁移不同, 它在所有种群个体中只选择 $n/2$ 对个体进行交换. 对 0-1 问题的求解证明了所提出的算法具有局部搜索和全局搜索的优势.

3.3 编码扩展

QEA 算法设计之初为量子比特编码, 在进化中测量产生二进制串, 所以算法对多参数和高维问题的求解受到了限制. QEA 编码的扩展成为研究的热点, 一些具有代表性的改进可归纳如下:

1) 概率实数编码. Cruz 等人^[16]定义了一种实数编码方式的 QEA, 该思想是将个体中每个分量用 $g_{ij} = (p_{ij}, o_{ij})$ 表示取值空间, 它表示为一矩形区域, 其中 p_{ij} 表示变量取值的坐标中心, o_{ij} 为矩形取值空间的宽度, 矩形的高度为 $h_{ij} = 1/(o_{ij}/N)$, N 为变量个数, 个体表示为 $q_i = \{g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{ig}\}$. 该编码利用高度表示概率, 例如表 2 表示的是两个个体 q_1, q_2 的初始值. 图 3 表示了表 2 中两个个体 q_1 和 q_2 的概率实数编码. 图 4 表示了表 2 中两个个体 q_1 和 q_2 进行交叉的结果. 从图 4 可以看出,

当 2 个个体进行交叉时, 是将 q_1 和 q_2 分别代表的矩形区域进行叠加来产生新的个体, 叠加后的矩形框高度表示在该区域取值的概率. 用这种方式编码的量子进化算法, 对高维函数优化测试结果显示具有更好的收敛速度和寻优精度. 覃朝勇等人^[17]在此基础上引入了势能的概念, 并用于高维函数优化, 也取得了较好的性能.

表 2 概率实数编码示例

个体	编码
q_1	$g_{11} = (-5, 20), g_{12} = (0, 20)$
q_2	$g_{21} = (5, 20), g_{22} = (5, 20)$

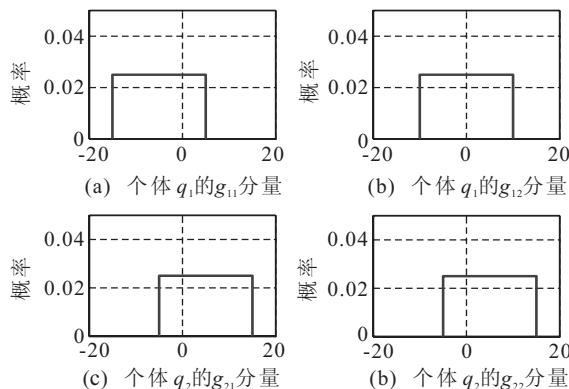


图3 q_1, q_2 概率实数编码

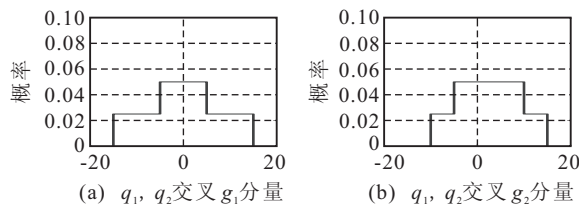


图4 q_1, q_2 交叉

2) 三倍体编码. Li 等人^[18]提出了一种量子位 Bloch 球面坐标编码. 图 5 表示 Bloch 球中的一个点对应一个量子比特, 因此量子比特 $|\psi\rangle$ 可描述为

$$|\psi\rangle = [\cos \phi \sin \theta \quad \sin \phi \sin \theta \quad \cos \theta]^T.$$

按照这种方式, 将量子位的 3 个 Bloch 球面坐标作为基因位, 则可将量子比特编码转换为 Bloch 球面编码, 表示如下:

$$p_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_{i1} \sin \theta_{i1} & \dots & \cos \phi_{in} \sin \theta_{in} \\ \sin \phi_{i1} \sin \theta_{i1} & \dots & \sin \phi_{in} \sin \theta_{in} \\ \cos \theta_{i1} & \dots & \cos \theta_{in} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

这种编码能够避免因对量子位测量产生二进制串所带来的随机性, 可用于连续优化问题, 能够扩展全局最优解的数量, 提高获得全局最优解的概率. 另外, 高辉等人^[19]提出了一种三倍体实数编码, 即

$$p_j = \left\{ \begin{matrix} x_{j1} & x_{j2} & \dots & x_{jn} \\ \alpha_{j1} & \alpha_{j2} & \dots & \alpha_{jn} \\ \beta_{j1} & \beta_{j1} & \dots & \beta_{jn} \end{matrix} \right\}. \quad (3)$$

该编码由自变量的一个分量与量子比特组成,算法设计了互补双变异算子来进化个体.这种算子融合了量子旋转门和量子比特归一化条件,实现了局部搜索与全局搜索的平衡.

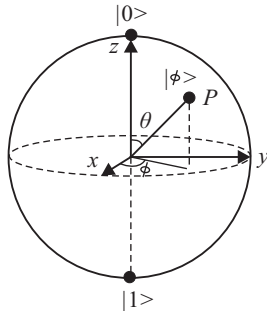


图5 Bloch球面坐标表示量子比特

3) 混合二倍体编码. Zhao等人^[20]采用改进的二倍体编码形式,即

$$p(t) = \left\{ \begin{matrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ \theta_1 & \theta_2 & \cdots & \theta_n \end{matrix} \right\} \theta_i = \arcsin\left(\frac{x_i - a}{b - a}\right), \quad (4)$$

其中 $x \in [a, b]$ 为定义域区间,是实数.该文利用这种编码提出了一种基于QEA的模糊神经网络模型.另外,申抒含等人^[21]提出一种多进制概率角复合位编码QEA,将量子位的概率幅表示法转化为复合位的概率角表示法,采用随机观测方法得到观测个体,采用概率角增减的方式对个体进行更新.其编码形式为

$$p_i = \left\{ \begin{matrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1i} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2i} \end{matrix} \right\} \varphi_{1i} + \varphi_{2i} = 90, \quad (5)$$

其中 $0 < \varphi_{1i}\varphi_{2i} < 90$.该算法适用于采用任意进制编码问题.实验表明,算法在适用范围、搜索能力和运算速度上均具有较为明显的优势.

3.4 算子创新

基本QEA与一般进化计算不同,没有选择、交叉、变异等算子,所以修改并提出新算子融入QEA中便成为研究方向,具有代表性的有:

1) 粒子群算子. Wang^[22]和周殊等人^[23]采用粒子群优化算子调节量子旋转门,并根据QEA自身概率特性,引入了最优解方差函数来评价该算法的稳定性能.

2) 免疫算子. Hongjian等人^[24]将免疫的概念引入QEA,免疫算子在保留原算法优良特性的前提下,力图有选择、有目的地利用待求问题中的一些特征信息或先验知识,抑制或避免求解过程中的一些重复或无效的工作,以提高算法的整体性能. Haoteng等人^[25]提出了基于混沌理论的免疫QEA,该算法应用混沌免疫理论并依据小生境机制将初始个体划分为实数编码染色体的子群,各子群应用免疫算子的局域搜索能力找出优化解.

3) 克隆算子. 李阳阳等人^[26]提出一种基于量子编码的免疫克隆算法来求解SAT问题,算法中采用量子位的编码方式表达种群中的抗体,采用量子旋转门和动态调整旋转角策略对抗体进行演化,加速原有克隆算子的收敛,利用克隆算子的局部寻优能力强的特点,在各个子群体间采用量子交叉操作来增强信息交流,以提高种群的多样性,防止早熟.

4) 模拟退火、模糊算子. 王毅等人^[27]借鉴模拟退火算法,根据进化代数及个体的适应度值修正传统QEA旋转门函数的旋转角度值.焦嵩鸣等人^[28]利用模糊推理的方法,自适应地改变旋转角的大小,该方法有效地提高了算法的计算精度和收敛速度.

5) 文化算子. Cruz等人^[29]在QEA中引入了文化算子,该思想借鉴了文化算法中规范知识的概念,用以描述当代种群的有效搜索空间范围,规范知识可以规避不在该范围内个体,引导个体进入有效区域搜索,算法收敛速度和精度都得到了提高.

6) 其他算子. AraujoM等人^[30]利用多目标优化对量子进化中的旋转角参数进行计算,算法分2个层次,上层为求解多个测试函数的旋转角和旋转方向参数,将得到的参数用于底层的量子进化优化过程. Xing等人^[31]利用两点交叉算子对量子旋转门调整进行改进,其核心思想是确保在任何状态下以较大的概率使当前解收敛到一个具有更高适应度的染色体.

3.5 算法融合

在最优化理论中有“无免费午餐定理”(NFLT)之说.因此,不同进化算法的融合以解决不同优化问题成为研究方向.此类研究主要将传统进化算法与QEA结合,主要有:

1) 融合群智能算法. Md Amjad等人^[32]将粒子群优化(PSO)嵌入到QEA中,用量子比特表示一粒子和粒子的位置,测试显示该改进加快了算法的聚集速度.李盼池等人^[33]提出了求解连续空间优化问题的量子蚁群算法,每只蚂蚁携带一组表示蚂蚁当前位置信息的量子比特,采用量子旋转门更新蚂蚁携带的量子比特,该算法可使搜索空间加倍,搜寻效率更高.

2) 融合差分进化. Wang等人^[34]将差分进化的思想借鉴到量子算法中,差分擅长局域搜索,量子进化擅长全局搜索,这种结合可使算法搜索更高效.

3) 融合膜计算. Zhang等人^[35]利用生物细胞中抽象出来的计算模型-P系统来构造并行量子进化计算,并用于求解组合优化问题,与常见的几种QEA算法相比具有一定优势.

4) 融合多智能体协同进化. Zhao等人^[36]提出了多agent的QEA,算法定义了agent的进化、比较、全

局变异等算子,这种进化机制可使多个种群协同进化.覃朝勇等人^[37]提出了多智能体协同QEA,一个智能体代表优化问题的一个可能解,智能体之间通过量子进化实现竞争及学习,以提高个体的竞争能力.

另外,许多学者将QEA与其他(比如混沌优化、分布式估计、进化策略、遗传算法、克隆免疫等)智能算法进行了融合,限于篇幅,在此不再赘述.

3.6 典型应用

鉴于QEA的若干优越性,QEA目前已在诸多领域得到应用.一些具有代表性的应用归纳如下:

1) 神经网络优化. Maojun Cao等人^[38]将量子进化用于神经网络训练学习,训练误差、收敛速度等方面比BP神经网络的性能都有改善. De Pinho等人^[39]利用二进制-十进制混合编码训练神经网络,以解决信用分类问题.

2) 经济、生产管理、工程问题. KaiFan等人^[9]利用实数编码的QEA克服股票预测中的关键问题,取得了比其他算法好的效果. Mani等人^[40]将一种可自适应的QEA应用于陶瓷研磨优化问题,取得了较好效果; Zhang等人^[41]将基于QEA的小波支持向量机(SVM)应用于城市交通人口流量预测; Vlachogiannis等人^[42]利用初始值设置优化QEA,缩小了搜索空间,并成功地应用于电力控制系统; Zheng等人^[43]将QEA应用于排课复杂问题的求解.

3) 在信息系统中的应用. Xing等人^[44]利用多种群QEA解决了在WDM网络中的QoS多播路由问题; Liu等人^[45]提出了一种基于QEA的web服务用户感知QoS算法; Hsiung等人^[46]提出了基于QEA的符号控制器,并应用于嵌入式系统,取得了较好效果.

近几年,QEA在许多研究领域得到应用,限于篇幅,在此不再赘述.

4 进一步研究方向及内容

QEA已成为目前计算智能领域的研究热点之一,归纳起来,以下几方面的工作尤其值得进一步探讨:

1) 模式理论研究. 对于量子在进化中的行为、运行机理的研究是模式研究的重点. 另外,描述量子进化计算的规律、算法性能、收敛性以及复杂性分析也有待进一步研究.

2) 算法研究. QEA综合了量子计算与进化计算,因此可进一步吸取量子计算的研究成果,充分利用量子比特的特点探索具有真正量子并行性的进化计算. 另外,将已有的智能计算取得的研究成果更好地融入到QEA中,以提高算法的性能,开发更为有效且更具普适性的混合QEA.

3) 多目标优化研究. 目前,多目标进化是进化计算的研究热点,尤其处理高维多目标优化是一个难题,所以研究基于QEA的高维多目标优化算法具有重要意义.

4) 应用研究. 注重在一些尚未涉及到的领域的应用研究,尤其在高维函数、离散、多目标、强约束、不确定等优化问题上的应用.

总之,QEA随着量子计算及智能计算技术的发展,许多新的理论、新的应用将被引入,其前景值得学者关注.

参考文献(References)

- [1] Narayanan A, Moore M. Quantum inspired genetic algorithms[C]. Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Nagoya, 1996: 61-66.
- [2] Han K H, Kim J H. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem[C]. Proc of the Congress on Evolutionary Computation. LaJolla, 2000: 112-117.
- [3] Han K H, Park K H, Lee C H. Parallel quantum inspired genetic algorithm for combinatorial optimization problem[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2001, 5(1): 1422-1429.
- [4] 王凌. 量子进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2008, 23(12): 1321-1326.
(Wang L. Advances in quantum-inspired evolutionary algorithms[J]. Control and Decision, 2008, 23(12): 1321-1326.)
- [5] Ming Wei Y L D J. A new evolutionary algorithm based on quantum statistical mechanics[C]. IEEE Congress on Evolutionary Computation. Aussois, 2008: 1722-1777.
- [6] Wang P. Explaining the implicit parallelism of genetic algorithm and computational complexity by quantum theory[C]. Int Symposium on Computer Science. New York, 2008: 463-467.
- [7] Michael Platel. Quantum inspired evolutionary algorithm a multimodel EDA[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2009, 13(6): 1218-1231.
- [8] Zhou S, Sun Z. A new approach EDA: Quantum inspired genetic algorithm with only one chromosome[J]. Advances in Natural Computation, 2005, 3612(6): 141-150.
- [9] Fan K, Brabazon A. Quantum inspired evolutionary algorithms for financial data analysis[C]. Proc of the Conf on Evolutionary Computing. Tehran, 2008: 133-143.
- [10] Najaran T, Akbarzadeh M. Improvement of quantum evolutionary algorithm with functional sized population[J]. Applications of Soft Computing, 2009, 46(2): 389-398.

- [11] Alba E, Dorron B. The exploration exploitation tradeoff in dynamic cellular genetic algorithms[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2005, 9(2): 126-142.
- [12] Ali Nodehi M T F M. A novel functional sized population quantum evolutionary algorithm for fractal image compression[C]. *Proc of the 14th Int CSI Computer Conf. Tehran*, 2009: 564-568.
- [13] Guo J, Sun L, Wang R. An improved quantum genetic algorithm[J]. *Genetic and Evolutionary Computing*, 2009, 10(1): 14-18.
- [14] Tayarani N Akbarzadeh. A sinusoid size ring structure quantum evolutionary algorithm[C]. *IEEE Conf on Cybernetics and Intelligent Systems. Chengdu*, 2008: 1165-1169.
- [15] Imabeppu T, Nakayama S, Ono S. A study on a quantum-inspired evolutionary algorithm based on pair swap[J]. *Artificial Life and Robotics*, 2008, 12(1): 148-152.
- [16] AndréCruz Vargas. Quantum evolutionary algorithm for numerical optimization[J]. *Studies in Computational Intelligence*, 2008, 121(7): 115-132.
- [17] 覃朝勇, 郑建国. 一种实数编码量子进化算法及其收敛性[J]. *控制与决策*, 2009, 24(6): 56-60.
(Qin C Y, Zheng J G. Real coded quantum inspired evolutionary algorithm and its convergence[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(6): 56-60.)
- [18] Li P, Li S. Quantum-inspired evolutionary algorithm for continuous space optimization based on Bloch coordinates of qubits[J]. *Neurocomputing*, 2008, 72(1/2/3): 581-591.
- [19] 高辉, 徐光辉, 张锐, 等. 实数编码量子进化算法[J]. *控制与决策*, 2008, 23(1): 87-90.
(Gao H, Xu G H, Zhang R, et al. Real coded quantum evolutionary algorithm[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(1): 87-90.)
- [20] Zhao S, Xu G, Tao T. Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm for training of fuzzy neural networks[J]. *Computers Mathematics with Applications*, 2009, 57(11/12): 2009-2015.
- [21] 申抒含, 金炜东. 多进制概率角复合位编码量子进化算法[J]. *模式识别与人工智能*, 2005, 18(6): 657-663.
(Shen S H, Jin W D. Multinary compound states of probability angel coded quantum inspired evolutionary algorithm[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2005, 18(6): 657-663.)
- [22] Wang Y, Feng X Y, Huang Y X, et al. A novel quantum swarm evolutionary algorithm and its applications[J]. *Neurocomputing*, 2007, 70(4/5/6): 633-640.
- [23] 周殊, 潘炜. 一种基于粒子群优化方法的改进量子遗传算法及应用[J]. *电子学报*, 2006, 34(5): 897-901.
(Zhou S, Pan W. A Novel quantum genetic algorithm based on particle swarm optimization method and its application[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(5): 897-901.)
- [24] Hongjian Q, Fangzhao Z. An application of new quantum inspired immune evolutionary algorithm[C]. *2009 1st Int Workshop on Database Technology and Applications. Bruges*, 2009: 468-471.
- [25] Haoteng B Y. A new mutative scale chaos optimization quantum genetic algorithm[C]. *Chinese Control and Decision Conf. Yantai*, 2008: 1547-1549.
- [26] 李阳阳, 焦李成. 求解SAT问题的量子免疫克隆算法[J]. *计算机学报*, 2007, 30(2): 176-183.
(Li Y Y, Jiao L C. Quantum-inspired immune clonal algorithm for SAT problem[J]. *Chinese J of Computers*, 2007, 30(2): 176-183.)
- [27] 王毅, 牛奕龙, 齐华. 三维医学图像分割的改进量子进化搜索算法[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(11): 2942-2945.
(Wang Y, Niu Y L, Qi H. Improved quantum inspired evolutionary algorithm for 3D medical images segmentation[J]. *J of System Simulation*, 2008, 20(11): 2942-2945.)
- [28] 焦嵩鸣, 韩璞, 黄宇. 模糊量子遗传算法及其在热工过程模型辨识中的应用[J]. *中国电机工程学报*, 2007, 27(5): 87-92.
(Jiao S M, Han P, Huang Y. Fuzzy quantum genetic algorithm and its application research in thermal process identification[J]. *Proc of the Chinese Society for Electrical Engineering*, 2007, 27(5): 87-92.)
- [29] Da Cruz A, Pacheco M, Vellasco M. Cultural operators for a quantum-inspired evolutionary algorithm applied to numerical optimization problems[J]. *Artificial Intelligence and Knowledge Engineering Applications*, 2005, 356(2): 1-10.
- [30] Araujo M, Nedjah N, de Macedo Mourelle L. Quantum-inspired evolutionary state assignment for synchronous finite state machines[J]. *J of Universal Computer Science*, 2008, 14(15): 2532-2548.
- [31] Xing Z, Duan H, Xu C. An improved quantum evolutionary algorithm with 2-crossovers[J]. *Advances in Neural Networks-ISNN*, 2009, 5551(9): 735-744.
- [32] Md Amjad. Hybrid real coded quantum evolutionary algorithm based on particle swarm[C]. *Proc of 12th Int Conf on Computer and Information Technology. Dhaka*, 2009: 13-17.
- [33] 李盼池, 李士勇. 求解连续空间优化问题的量子蚁群算法[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(2): 237-241.
(Li P C, LI S Y. Quantum ant colony algorithm for continuous space optimization[J]. *Control Theory and Applications*, 2008, 25(2): 237-241.)