

文章编号: 1001-0920(2011)12-1829-06

一类具有间歇性执行器故障的时滞系统的容错控制

顾洲^{1,2}, 张建华², 杜黎龙²

(1. 南京师范大学能源与机械工程学院, 南京 210042; 2. 华北电力大学控制与计算机工程学院, 北京 102206)

摘要: 研究具有间歇性随机执行器故障的时滞系统的容错控制问题, 通过假设执行器故障的发生满足 Bernoulli 分布, 且发生的故障服从某种概率分布, 建立具有一般性的执行器故障模型. 利用时滞分段分析方法, 有效地降低了时滞带来的保守性, 并给出了故障分布依赖和时滞分段依赖的容错控制器解的存在条件. 最后, 通过算例验证了所提出方法的有效性.

关键词: 故障分布依赖; 时滞分段依赖; 容错控制; 随机故障模型

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Fault tolerant control for a class of time-delay systems with intermittent actuators failure

GU Zhou^{1,2}, ZHANG Jian-hua², DU Li-long²

(1. School of Energy and Mechanical Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China;

2. School of Control and Computer Engineering, North China Electronic Power University, Beijing 102206, China.

Correspondent: GU Zhou, E-mail: guzhouok@gmail.com)

Abstract: This paper investigates a fault tolerant control for time-delay systems with intermittent actuators failure. Assuming that the actuators fault occurring obeys Bernoulli distribution, and the fault model obeys a certain probabilistic distribution, a general actuator-fault model is established. By employing delay-segmented method, a less conservative result is obtained. Based on fault-distribution-dependent and delay-segment-dependent methods, Sufficient conditions are derived for ensuring the stability of the systems with consideration of actuator failures. Illustrative examples show the effectiveness of the proposed design procedures.

Key words: fault-distribution-dependent; delay-segment-dependent; fault tolerant control; stochastic fault model

1 引言

随着系统控制规模、关键设备的日益庞大, 系统发生故障的可能性逐渐增大, 但对系统可靠性的要求却越来越高. 在实际控制过程中, 即使采用最可靠的元器件也不能完全避免故障的发生. 容错控制指在执行器、传感器或其他控制组件发生故障时, 闭环系统仍保持稳定, 从而为确保系统可靠性和安全性提供一条重要途径, 因此受到了广泛重视^[1-4]. 时滞现象在实际工业控制系统中普遍存在, 由于时滞的影响, 系统的控制品质将会变差, 甚至造成系统不稳定. 因此, 在对系统分析与综合时, 如何减小由时滞带来的保守性问题引起了众多学者的广泛关注和研究^[5-7].

对故障的准确描述是容错控制中首要和关键

的一步. 为了描述控制系统中执行器(传感器)的故障行为, 文献[8]将控制矩阵 B 分解为 B_{Σ} 和 $B_{\bar{\Sigma}}$. 其中: Σ 为易发生故障的集合, $\bar{\Sigma}$ 为不发生故障的集合, 且发生故障时对应的控制器输出为 0. [2] 设计了具有传感器故障的静态输出反馈控制器, 其中传感器故障模型为 $y^F(t) = \beta_L y(t)$ ($\beta_L = 0$ 或 1), 在此模型中传感器只能有两种状态: 完全失效和完好传送. [9-10] 将执行器故障描述为 $u^F(t) = \alpha u(t)$, 其中 $0 \leq \underline{\alpha} < \alpha < \bar{\alpha} \leq 1$, 表示执行器可能发生全部失效 ($\alpha = 0$), 部分缺失 ($0 < \alpha < 1$) 以及完好 ($\alpha = 1$).

在实际控制系统中, 执行器发生的故障具有一定的动态统计规律, 其现象可能是执行器增益的正向有界漂移, 也可能是执行器增益的部分缺失(包括卡死).

收稿日期: 2010-07-31; 修回日期: 2010-11-06.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(2011CB710706); 国家自然科学基金项目(60974029); 江苏省高校自然科学基金项目(10KJB510007).

作者简介: 顾洲(1973-), 男, 博士, 从事时滞系统的分析与综合的研究; 张建华(1969-), 女, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断与容错控制等研究.

然而, 由于很多情况下执行器故障具有间歇性(如: 系统具有故障自修复功能、外界干扰引起的故障间歇性等), 故障的发生也不是静态的. 本文基于已有文献对故障描述的不完备性, 对故障模型作进一步研究.

2 问题描述

考虑具有如下形式的线性时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) + \\ \quad B(I - \Pi)u(t) + B\Pi u^F(t), \\ x(t) = \phi(t), t \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}^m$, $u^F(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统无故障和有故障时的控制输入向量; τ 为状态时延; I 为 m 维单位阵; $\phi(t) \in \mathbf{R}^n$ 为初始状态向量; A, A_d, B 为适当维数的已知矩阵或向量; $\Pi = \text{diag}\{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m\}$, π_i 为一服从 Bernoulli 分布的随机变量, 且 $\mathcal{E}\{\pi_i = 1\} = \alpha_i$, $\mathcal{E}\{\pi_i = 0\} = 1 - \alpha_i$, 其中 $\mathcal{E}\{\cdot\}$ 为数学期望. 显然, 在系统(1)中, 当 $\pi_i = 1$ 时, 表示第 i 个通道的执行器有故障, 其控制输入为 $u_i^F(t)$; 反之, 当 $\pi_i = 0$ 时, 其控制输入为 $u_i(t)$.

考虑执行器故障的控制器模型可描述为

$$u^F(t) = \Xi u(t) = \sum_{i=1}^m \xi_i C_i u(t), \quad (2)$$

其中控制器采用无记忆状态反馈形式

$$u(t) = Kx(t). \quad (3)$$

这里: K 为待求的状态反馈增益矩阵; $\Xi = \text{diag}\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m\}$, $\xi_i (i \in \{1, 2, \dots, m\} \triangleq \mathbf{S})$ 为 m 个不相关的随机变量, 并定义 $\mathcal{E}\{\Xi\} = \bar{\Xi}$, ξ_i 的方差为 σ_i^2 , $\Delta = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\}$; $C_i = \text{diag}\{\underbrace{0, \dots, 0}_{i-1}, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{m-i}\}$.

同样可得

$$\Pi = \sum_{i=1}^m \pi_i L_i, \quad (4)$$

其中 $L_i = \text{diag}\{\underbrace{0, \dots, 0}_{i-1}, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{m-i}\}$.

结合式(1)~(3)可得如下闭环系统:

$$\dot{x}(t) = (\bar{A} + \mathcal{A})x(t) + A_d x(t - \tau). \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A} &= A + BK + B\bar{\Pi}\bar{\Theta}K, \\ \mathcal{A} &= B(\Pi - \bar{\Pi})\bar{\Theta}K + B(\Pi - \bar{\Pi})(\Theta - \bar{\Theta})K + \\ &\quad B\bar{\Pi}(\Theta - \bar{\Theta})K, \\ \Theta &= \Xi - I, \bar{\Pi} = \mathcal{E}\{\Pi\}, \bar{\Theta} = \mathcal{E}\{\Theta\}, \end{aligned}$$

这里定义

$$\Theta = \text{diag}\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m\}.$$

注 1 式(2)为考虑执行器故障的控制律, 此处用随机变量 Ξ 替换关于执行器故障的已有文献中的

静态尺度因子. 执行器的老化、外部干扰(强磁场、强电场、温度变化等)和机械装置的卡涩会造成执行机构放大增益的变化, 这种变化不是一种静态的, 而是一种按某一概率分布变化的. 因此用静态的尺度因子(即在设计控制器增益时, 考虑的执行器故障是完全失效或增益的部分缺失)不能对这种现象进行准确刻画. 事实上, 在实际系统中, 增益发生正向或反向漂移, 并在某一范围内波动是执行器经常出现的现象.

注 2 在式(2)中, 如果取 $\xi_i = 0$, 则表示某一执行器彻底失效; $0 < \xi_i < 1$ 表示该执行器部分失效; $\xi_i > 1$ 表示该执行器的增益发生正向漂移, 而 σ_i 表示执行器增益的波动情况. 另外, $\pi = 1$ 或 0 分别表示执行器的概率性故障是否发生. 因此, 本文采用的故障模型包含已有故障模型的情形, 更具有一般性, 是原有故障模型的扩展.

本文的主要目标是: 针对线性时滞系统(1), 确定无记忆状态反馈容错控制器增益 K , 使得在执行器按某一概率发生服从某种概率分布的时变故障时, 闭环系统(5)均方稳定.

3 主要结果

当系统(1)采用考虑执行器故障的控制输入(3)时, 定理1的结论将对容错控制器(3)中增益 K 的设计起重要作用.

定理 1 对于给定 $d \in \mathbf{N}^+$, $\tau, \alpha_i, \sigma_i, \bar{\Xi}$ 和控制器增益 K , 如果存在适当维数的实正定对称矩阵 $P, Q_i (i = 1, 2), \bar{R}$, 及矩阵 M, N , 使得如下矩阵不等式:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & * \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & * & \cdots & * \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{d1} & R_{d2} & \cdots & R_{dd} \end{bmatrix} > 0 \quad (7)$$

成立, 则系统(5)随机均方稳定. 其中

$$\Psi_{11} = \begin{bmatrix} \Gamma + \Phi + \Phi^T & * & * \\ -M^T & -dQ_1 & * \\ -N^T & 0 & -Q_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \begin{bmatrix} P\bar{A} + \bar{A}^T P & 0_{n \times dn} \\ 0_{(d-1)n \times n} & 0_{(d-1)n \times dn} \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} A_d^T P & 0_{n \times dn} \end{bmatrix} + \\ &\quad \begin{bmatrix} \bar{R} & 0_{dn \times n} \\ 0_{n \times dn} & 0_{n \times n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times dn} \\ 0_{dn \times n} & \bar{R} \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Phi = [M + N \quad -M \quad \underbrace{0 \cdots 0}_{d-2} \quad -N],$$

$$M = [M_1 \cdots M_{(d+1)}], N = [N_1 \cdots N_{(d+1)}],$$

$$\begin{aligned} \Psi_{21} &= [A \ U \ V \ W]^T, \\ \Psi_{22} &= \text{diag}\{-Q \ -\tilde{Q}_n \ -\tilde{Q}_m \ -\tilde{Q}_{m^2}\}, \\ \Lambda &= [Q\bar{A} \ \underbrace{0 \ \cdots \ 0}_{d-1} \ Q A_d \ 0 \ 0], \\ U &= [U_1, \dots, U_i, \dots, U_m], \\ U_i &= [\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}QBL_i\bar{\Theta}K \ 0 \ \cdots \ 0]^T, \\ V &= [V_1, \dots, V_i, \dots, V_m], \\ V_i &= [\sigma_i Q B \bar{\Pi} C_i K \ 0 \ \cdots \ 0]^T, \\ W &= [W_1^T, \dots, W_i^T, \dots, W_m^T], \\ W_i &= [W_{i1}^T, \dots, W_{ij}^T, \dots, W_{im}^T]^T, \\ W_{ij} &= [\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\sigma_j Q B L_i C_j K \ 0 \ \cdots \ 0], \\ Q &= \frac{\tau^2}{d}Q_1 + \tau^2 Q_2, \tilde{Q}_k = \text{diag}\{\underbrace{Q, \dots, Q}_k\}. \end{aligned}$$

证明 选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V(x_t) &= x^T(t)Px(t) + \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \xi^T(s)\bar{R}\xi(s)ds + \\ &\quad \tau \int_{-\frac{\tau}{d}}^0 \int_{t+s}^t \dot{x}^T(v)Q_1\dot{x}(v)dvds + \\ &\quad \tau \int_{-\tau}^0 \int_{t+s}^T \dot{x}^T(v)Q_2\dot{x}(v)dvds. \end{aligned}$$

其中

$$\xi(t) = \left[x^T(t) \ x^T\left(t - \frac{\tau}{d}\right) \ \cdots \ x^T\left(t - \frac{(d-1)\tau}{d}\right) \right]^T.$$

并定义

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= [\xi(t) \ x^T(t-\tau)]^T, \\ \eta(t) &= \left[\zeta^T(t) \ \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}^T(s)ds \ \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s)ds \right]. \end{aligned}$$

使用无穷小算子可得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V(x_t) &\leq \\ &\mathcal{E}\left\{2x^T(t)P[\bar{A}x(t) + A_dx(t-\tau)] + \right. \\ &\xi^T(t)\bar{R}\xi(t) - \xi^T\left(t - \frac{\tau}{d}\right)\bar{R}\xi\left(t - \frac{\tau}{d}\right) + \\ &\dot{x}^T(t)Q\dot{x}(t) - d \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}^T(s)dsQ_1 \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}(s)ds - \\ &\left. \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s)dsQ_2 \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds\right\}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} &\mathcal{E}\{\dot{x}^T(t)Q\dot{x}(t)\} = \\ &\mathcal{E}\{x^T(t)\bar{A}^T Q \bar{A}x(t) + 2x^T(t)\bar{A}^T Q A_d^T x(t-\tau) + \\ &x^T(t-\tau)A_d^T Q A_d x(t-\tau) + \\ &x^T(t) \sum_{i,j=1}^m \{\alpha_i(1-\alpha_i)(BL_i\bar{\Theta}K)^T Q (BL_i\bar{\Theta}K) + \\ &\sigma_i^2(B\bar{\Pi}C_iK)^T Q (B\bar{\Pi}C_iK) + \\ &\alpha_i(1-\alpha_i)\sigma_j^2(BL_iC_jK)^T Q (BL_iC_jK)\}x(t)\}. \end{aligned}$$

利用自由权的方法^[11], 有

$$\zeta^T(t)M \left[x(t) - x\left(t - \frac{\tau}{d}\right) - \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}(s)ds \right] = 0, \quad (8)$$

$$\zeta^T(t)N \left[x(t) - x(t-\tau) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds \right] = 0. \quad (9)$$

因此有

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V(x_t) &\leq \\ &\mathcal{E}\{2x^T(t)P[\bar{A}x(t) + A_dx(t-\tau)] + \xi^T(t)\bar{R}\xi(t) - \\ &\xi^T\left(t - \frac{\tau}{d}\right)\bar{R}\xi\left(t - \frac{\tau}{d}\right) + x^T(t)\bar{A}^T Q \bar{A}x(t) + \\ &2x^T(t)\bar{A}^T Q A_d^T x(t-\tau) + x^T(t-\tau)A_d^T Q A_d x(t-\tau) + \\ &x^T(t)\bar{A}^T Q \bar{A}x(t) + 2x^T(t)\bar{A}^T Q A_d^T x(t-\tau) + \\ &x^T(t-\tau)A_d^T Q A_d x(t-\tau) + \\ &x^T(t) \sum_{i,j=1}^m \{\alpha_i(1-\alpha_i)(BL_i\bar{\Theta}K)^T Q (BL_i\bar{\Theta}K) + \\ &\sigma_i^2(B\bar{\Pi}C_iK)^T Q (B\bar{\Pi}C_iK) + \\ &\alpha_i(1-\alpha_i)\sigma_j^2(BL_iC_jK)^T Q (BL_iC_jK)\}x(t) - \\ &d \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}^T(s)dsQ_1 \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}(s)ds - \\ &\int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s)dsQ_2 \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds + \\ &\zeta^T(t)M \left[x(t) - x\left(t - \frac{\tau}{d}\right) - \int_{t-\frac{\tau}{d}}^t \dot{x}(s)ds \right] + \\ &\zeta^T(t)N \left[x(t) - x(t-\tau) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds \right]. \end{aligned}$$

于是有

$$\mathcal{L}V(x_t) \leq \eta^T(t)\Psi\eta(t).$$

由 Schur 补引理及式 (6), (7), 可知

$$\mathcal{L}V(x_t) < 0. \quad (10)$$

由此定理得证. □

注 3 在式 (8) 中引入向量 $\xi(t)$, 其中包含了更多的时滞信息, 而且信息量的多少和时滞的分段数有关, 这将对降低系统的设计所带来的保守性有着重要的作用.

定理 1 给出了系统 (5) 的均方稳定的充分条件, 下面将给出在一定概率故障下的容错控制器增益 K .

定理 2 对于给定的 $d, \varepsilon, \alpha_i, \sigma_i$ 和 $\bar{\varepsilon}$, 如果存在适当维数的正定实对称矩阵 $X, \tilde{Q}_i, \tilde{R} > 0 (i = 1, 2)$ 以及矩阵 \tilde{M}, \tilde{N}, Y , 使得如下矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{11} & * \\ \tilde{\Psi}_{21} & \tilde{\Psi}_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_{11} & * & \cdots & * \\ \tilde{R}_{21} & \tilde{R}_{22} & \cdots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{R}_{d1} & \tilde{R}_{d2} & \cdots & \tilde{R}_{dd} \end{bmatrix} > 0. \quad (12)$$

成立, 则系统 (5) 随机均方稳定, 且控制器增益 $K = YX^{-1}$. 其中

$$\tilde{\Psi}_{11} = \begin{bmatrix} \tilde{\Gamma} + \tilde{\Phi} + \tilde{\Phi}^T & * & * \\ -\tilde{M}^T & -dQ_1 & * \\ -\tilde{N}^T & 0 & -Q_2 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Psi}_{21} = [\tilde{\Lambda} \quad \tilde{U} \quad \tilde{V} \quad \tilde{W}]^T,$$

$$\tilde{\Psi}_{22} = \text{diag}\{-2\varepsilon X + \varepsilon^2 \tilde{Q} - 2\varepsilon X_n + \varepsilon^2 \tilde{Q}_n - 2\varepsilon X_m + \varepsilon^2 \tilde{Q}_m - 2\varepsilon X_{m^2} + \varepsilon^2 \tilde{Q}_{m^2}\},$$

$$\tilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \Upsilon + \Upsilon^T + X\bar{A}^T & 0_{n \times dn} \\ 0_{(d-1)n \times n} & 0_{(d-1)n \times dn} \\ X\bar{A}_d^T & 0_{n \times dn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{R} & 0_{dn \times n} \\ 0_{n \times dn} & 0_{n \times n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & 0_{n \times dn} \\ 0_{dn \times n} & \tilde{R} \end{bmatrix},$$

$$\Upsilon = AX + BY + B\bar{\Pi}\bar{\Theta}Y,$$

$$\tilde{\Phi} = [\tilde{M} + \tilde{N} \quad -\tilde{M} \quad \underbrace{0 \cdots 0}_{d-2} \quad -\tilde{N}],$$

$$\tilde{M} = [\tilde{M}_1 \cdots \tilde{M}_{(d+1)}], \quad \tilde{N} = [\tilde{N}_1 \cdots \tilde{N}_{(d+1)}],$$

$$\tilde{\Lambda} = [\Upsilon \quad \underbrace{0 \cdots 0}_{d-1} \quad A_d X \quad 0 \quad 0],$$

$$\tilde{U} = [\tilde{U}_1, \dots, \tilde{U}_i, \dots, \tilde{U}_m],$$

$$\tilde{U}_i = [\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}BL_i\bar{\Theta}Y \quad 0 \cdots 0]^T,$$

$$\tilde{V} = [V_i, \dots, \tilde{V}_i, \dots, \tilde{V}_m],$$

$$\tilde{V}_i = [\sigma_i B\bar{\Pi}C_i Y \quad 0 \cdots 0]^T,$$

$$\tilde{W} = [\tilde{W}_1^T, \dots, \tilde{W}_i^T, \dots, \tilde{W}_m^T],$$

$$\tilde{W}_i = [\tilde{W}_{i1}^T, \dots, \tilde{W}_{ij}^T, \dots, \tilde{W}_{im}^T]^T,$$

$$\tilde{W}_{ij} = [\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\sigma_j BL_i C_j Y \quad 0 \cdots 0],$$

$$\tilde{Q} = \frac{\tau^2}{d} \tilde{Q}_1 + \tau^2 \tilde{Q}_2, \quad \tilde{Q}_k = \text{diag}\{\underbrace{\tilde{Q}, \dots, \tilde{Q}}_k\},$$

$$X_k = \text{diag}\{\underbrace{X, \dots, X}_k\}.$$

证明 由 Schur 补引理, 基于矩阵不等式 (6), 有

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{11} & * \\ \tilde{\Psi}_{21} & \tilde{\Psi}_{22} \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

其中

$$\bar{\Psi}_{21} = [\bar{\Lambda} \quad \bar{U} \quad \bar{V} \quad \bar{W}]^T,$$

$$\bar{\Psi}_{22} = \text{diag}\{-PQP \quad -P_m \tilde{Q}_m P_m \rightarrow \leftarrow -P_m \tilde{Q}_m P_m \quad -P_{m^2} \tilde{Q}_{m^2} P_{m^2}\},$$

$$\bar{U} = [\bar{U}_1, \dots, \bar{U}_i, \dots, \bar{U}_m],$$

$$\bar{U}_i = [\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}PBL_i\bar{\Theta}K \quad 0 \cdots 0]^T,$$

$$\bar{V} = [\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_i, \dots, \bar{V}_m],$$

$$\bar{V}_i = [\sigma_i PB\bar{\Pi}C_i K \quad 0 \cdots 0]^T,$$

$$\bar{W} = [\bar{W}_1^T, \dots, \bar{W}_i^T, \dots, \bar{W}_m^T],$$

$$\bar{W}_i = [\bar{W}_{i1}^T, \dots, \bar{W}_{ij}^T, \dots, \bar{W}_{im}^T]^T,$$

$$\bar{W}_{ij} = [\sqrt{\alpha_i(1-\alpha_i)}\sigma_j PBL_i C_j K \quad 0 \cdots 0],$$

$$P_k = \text{diag}\{\underbrace{P, \dots, P}_k\}.$$

对于标量 $\varepsilon > 0$ 及正定矩阵 \hat{P}, \hat{R} , 存在

$$-\hat{P}\hat{R}^{-1}\hat{P} \leq -2\varepsilon\hat{P} + \varepsilon^2\hat{R}. \quad (14)$$

则有

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Psi}_{11} & * \\ \tilde{\Psi}_{21} & \tilde{\Psi}_{22} \end{bmatrix} < 0, \quad (15)$$

其中

$$\hat{\Psi}_{22} = \text{diag}\{-2\varepsilon P + \varepsilon^2 Q \quad -2\varepsilon P_n + \varepsilon^2 \tilde{Q}_n \rightarrow \leftarrow -2\varepsilon P_m + \varepsilon^2 \tilde{Q}_m \quad -2\varepsilon P_{m^2} + \varepsilon^2 \tilde{Q}_{m^2}\}.$$

定义 $X = P^{-1}$, $\tilde{Q}_i = XQ_iX (i = 1, 2)$, $\tilde{R}_{ij} = XR_{ij}X (i, j = 1, 2, \dots, d)$, $\tilde{M} = XMX$, $\tilde{N} = XNX$ 和 $Y = KX$, 用 $X_{m^2+2m+d+4}$ 左乘右乘矩阵不等式 (15), 可得条件 (11); 用 X_d 左乘右乘矩阵不等式 (7), 则定理 2 得证. \square

注 4 从定理 2 可看出, 容错控制器的设计不仅与时滞 τ 和 τ 的段数 d 相关, 而且与故障的分布及故障发生概率相关, 而已有文献只是对发生的静态故障行为作了容错设计, 没有考虑执行器故障的发生概率问题和故障本身的随机分布问题, 这在一定程度上会增加控制器设计的保守性和不针对性.

4 数值算例

下面对本文提出的时滞分段设计方法的小保守性进行验证.

例 1 考虑时滞系统 (5) 具有如下形式^[12]:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -0.9 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x(t-\tau),$$

即在系统 (5) 中 $B = 0$. 表 1 为已有文献的最大允许时滞界的比较结果, 表明了本文时滞分段方法的有效性. 根据定理 1 中 d 的不同取值, 即随着分段的段数不断增加, 系统的保守性随之减小, 如表 2 所示. 但引入的自由矩阵也在递增, 从而增加了系统设计的复杂性.

表 1 最大允许时滞界

方 法	最大允许时滞界
文献 [6], [13]	4.472 1
文献 [7] ($\alpha = 0.10, \beta = 0.10$)	4.54
定理 1 ($d = 4$)	6.056 8

表 2 最大允许时滞界随段数 d 的变化

段数	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$...
τ	5.717 5	5.967 7	6.056 8	...

下面通过例 2 说明容错控制器在随机故障按照某一概率下发生的有效性.

例 2 考虑时滞系统 (1) 的参数为^[14]

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_d = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & -0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \tau = 1.0.$$

为了说明本文方法的有效性, 假设系统在如下两种情况下工作:

1) 无故障情况. $\Pi = \text{diag}\{0, 0\}$, 即故障发生的概率为 0. 在该条件下设计的控制器定义为“标准控制器”.

2) 有故障情况. $\bar{\Pi} = \text{diag}\{0.5, 0.6\}$, $\bar{\Sigma} = \text{diag}\{1, 0.1\}$, $\Delta = \text{diag}\{0, 0.6\}$, 即系统的两个通道都有可能发生故障, 发生概率分别为 0.5 和 0.6, 在发生故障时, 执行器 2 增益的期望和方差分别为 0.1 和 0.6. 在该条件下设计的控制器定义为“容错控制器”.

根据定理 2, 取 $d = 3, \varepsilon = 1$, 得到在上述两种情况下的控制器分别为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.5099 & 0.3053 & -0.6594 & -0.2648 \\ 0.2679 & -0.6386 & -0.9992 & -1.0579 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.4523 & -0.1791 & -2.3846 & -1.9393 \\ 0.0094 & -0.0769 & -0.3144 & -0.2898 \end{bmatrix}.$$

假设初始条件为

$$\phi(t) = [0.1 \quad -0.1 \quad 0.2 \quad -0.5]^T, t \in [-\tau, 0],$$

图 1 和图 3 分别给出了在无故障情况下采用标准控制器 K_1 和容错控制器 K_2 系统的状态响应图. 图 2 和图 4 分别给出了在有故障情况下采用标准控制器 K_1 和容错控制器 K_2 系统的状态响应图. 从图中可以看出, 在无故障发生时, 使用标准控制器和容错控制器都能使系统稳定; 而当执行器发生故障时, 使用标准控制器 K_1 已不能正常工作, 而采用容错控制器 K_2 仍能保证一定的控制性能, 这表明了本文方法的有效性.

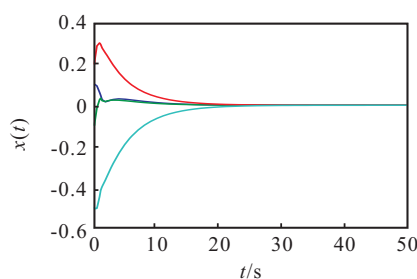


图 1 无故障时采用 K_1 情况的响应曲线

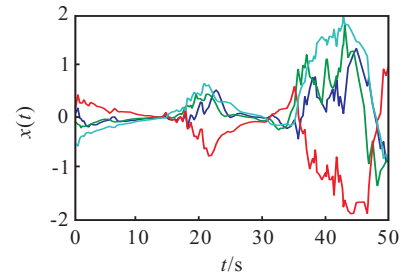


图 2 有故障时采用 K_1 情况的响应曲线

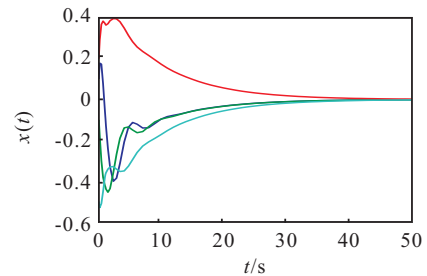


图 3 无故障时采用 K_2 情况的响应曲线

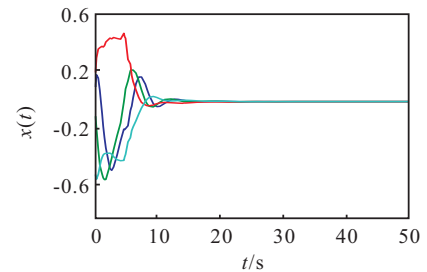


图 4 有故障时采用 K_2 情况的响应曲线

5 结 论

本文研究了一类执行器具有间歇性随机故障的容错控制问题, 建立了符合实际故障特征的数学模型. 针对一类线性时滞系统, 运用 Lyapunov 理论分析方法和随机理论, 利用线性矩阵不等式技术给出了使系统闭环均方稳定的故障分布依赖和时滞分段依赖的解的充分条件. 最后, 通过算例验证了本文方法的有效性.

参考文献(References)

[1] 张华春, 谭民. 状态反馈控制系统的容错控制器设计[J]. 控制与决策, 2000, 15(6): 724-726.
(Zhang H C, Tan M. Design of fault-tolerant controller to state feedback control systems[J]. Control and Decision, 2000, 15(6): 724-726.)

[2] Wu H N, Zhang H Y. Reliable mixed L_2/H_∞ fuzzy static output feedback control for nonlinear systems with sensor faults[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1925-1932.

[3] 顾洲, 王道波, 田恩刚, 等. 一类含有随机输入时延和故障的离散系统 H_∞ 控制[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(8): 1741-1744.
(Gu Z, Wang D B, Tian E G, et al. H_∞ reliability

- control for a class of discrete-time systems with stochastic input delays and failures[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(8): 1741-1744.)
- [4] 王树彬, 王执铨, 吉小鹏. 多指标约束条件下广义系统的容错控制[J]. *控制与决策*, 2008, 23(1): 103-106.
(Wang S B, Wang Z Q, Ji X P. Fault tolerant control for singular systems with multi-indices constraints[J]. *Control and Decision*, 2008, 23(1): 103-106.)
- [5] 彭晨, 田恩刚. 一种改进的具有非理想网络状况的网络控制系统分析与综合方法[J]. *自动化学报*, 2010, 36(1): 188-192.
(Peng C, Tian E G. An improved analysis and synthesis approach for networked control systems with non-ideal network quality of services[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(1): 188-192.)
- [6] Gu Z, Wang D B, Yue D. Fault detection for continuous-time networked control systems with nonideal QoS[J]. *Int J of Innovative Computing Information and Control*, 2010, 6(8): 3631-3640.
- [7] Li L, Guo L, Lin C. A new criterion of delay-dependent stability for uncertain time-delay systems[J]. *Control Theory and Applications*. 2007, 3(1): 611-616.
- [8] Wang Z D, Huang B, Burnham K J. Stochastic reliable control of a class of uncertain time-delay systems with unknown nonlinearities[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems – I: Fundamental Theory and Applications*, 2001, 48(5): 647-653.
- [9] Wu H N. Reliable LQ fuzzy control for continuous-time nonlinear systems with actuator faults[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 2004, 34(4): 1743-1752.
- [10] Ye D, Yang G H. Reliable guaranteed cost control for linear state delayed systems with adaptive memory state feedback controllers[J]. *Asian J of Control*, 2008, 10(6): 678-686.
- [11] He Y, Wang Q G, Lin C. Delay-range-dependent stability for systems with time-varying delay[J]. *Automatica*, 2007, 2(43): 371-376.
- [12] CE, L X D. Criteria for robust stability and stabilization of uncertain linear systems with state delay[J]. *Automatica*, 1997, 9(33): 110-115.
- [13] Lin C, Wang Q, Lee T. A less conservative robust stability test for linear uncertain time-delay systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 1(51): 87-91.
- [14] Lien C H, Yu K W. Robust reliable control for uncertain time-delay systems with IQC performance[J]. *J of Optimization Theory and Applications*, 2008, 138(2): 235-251.

(上接第1828页)

- [5] 胡剑波. 非线性系统的变结构控制与增益调度[D]. 杭州: 浙江大学先进控制研究所, 2001.
(Hu J B. Variable structure control theory and gain-scheduling for the nonlinear system[D]. Hangzhou: Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, 2001.)
- [6] Hu J B, Su H Y, Chu J. A robust gain-scheduling controller based on AVSC and FLCN[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 1(3): 249-253.
- [7] 段学超, 仇原鹰, 盛英. 平面二级倒立摆的圆周行走与镇定控制[J]. *自动化学报*, 2007, 33(12): 1337-1340.
(Duan X C, Qiu Y Y, Sheng Y. Circular motion and balance control of the planar double inverted pendulum[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(12): 1337-1340.)
- [8] Zhang Y X, Zhang S Y. Fuzzy indirect sliding mode tracking control for a class of nonlinear interconnected systems[J]. *Acta Automatic Sinica*, 2003, 29(5): 658-665.
- [9] Lin C M, Mon Y J. Decoupling control by hierarchical fuzzy sliding mode controller[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2005, 13(4): 593-598.
- [10] 胡剑波, 辛海良. 含有不灵敏区非线性系统的增益调度自适应变结构控制[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(6): 708-714.
(Hu J B, Xin H L. The gain-scheduled variable structure tracking control of nonlinear systems with dead-zones and norm-bounded uncertainties[J]. *Control Theory & Application*, 2010, 27(6): 708-714.)
- [11] Young K D, Utkin V I, Ozguner U. A control engineer's guide to sliding mode control[J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 1999, 7(3): 328-342.
- [12] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
(Gao W B. Variable structure control theory and design method[M]. Beijing: Science Press, 1996.)
- [13] Borhan H, Vossoughi G. Improvement of sliding mode control performance using fuzzy gain scheduling[EB/OL]. [2009-10-11]. http://mehr.sharif.ir/~borhan/Fuzzy_Sliding_Paper_final.pdf.
- [14] Xu J X, Lee T H, Wang M, et al. Design of variable structure controllers with continuous switching control[J]. *Int J of Control*, 1996, 65(3): 409-431.
- [15] 胡剑波, 庄开宇. 高级变结构控制理论及应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
(Hu J B, Zhuang K Y. Advanced variable structure control theory and application[M]. Xi'an: Northwestern Industry University Press, 2008.)