

文章编号: 1001-0920(2011)12-1886-05

变速导弹有界控制非线性微分对策制导律

花文华, 陈兴林

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 传统制导律多基于常速运动假设, 与实际情形并不一致, 往往无法提供满意的性能. 对此, 基于微分对策理论, 提出一种适用于变速拦截情形的有界控制非线性制导律. 将对策双方的速度变化直接考虑到非线性相对运动关系中, 并通过适当选取的状态变量进行线性化, 从而设计制导律, 同时考虑可执行性, 并将其转化为原系统非线性状态变量的表达形式. 仿真结果表明, 该制导律可实现目标的有效拦截, 对拦截导弹机动性能要求不高且便于执行.

关键词: 末制导律; 微分对策; 变速导弹; 可执行性; 目标拦截

中图分类号: V448.133

文献标识码: A

Nonlinear bounded-control differential game guidance law for variable-speed missiles

HUA Wen-hua, CHEN Xing-lin

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: HUA Wen-hua, E-mail: huawh6611@163.com)

Abstract: Based on constant-speed assumption of interception missile and target, the traditional guidance laws can not provide satisfactory homing performance because of the time-varying of flight speeds and maximum maneuverabilities in the actual scenarios. Therefore, a nonlinear bounded-control differential game guidance law in variable-speed interception scenario is presented based on differential game theory. The two-sided speed-variations are considered as an integral part of the engagement model, and the original system is linearized by means of proper choiced states for guidance law derivation. For the implementation, it is expressed in terms of the original nonlinear system state variables by transformation. The simulation results show that this guidance law is easy to implement, and can realize the interception of target effectively and requires low maneuverability.

Key words: terminal guidance law; differential game; variable-speed missile; implementation; target interception

1 引言

常值飞行速度假设为传统的制导律设计所广泛采用, 例如比例导引, 当拦截导弹和目标速度大小变化不大时, 都具有较好的寻的性能, 当拦截导弹或目标进行较大的加速或减速时, 其性能往往会受到很大影响, 特别是对于现代高速灵活机动目标拦截而言.

文献 [1] 将经过精确估计的待飞时间代入基于线性化分析所得到的最优制导律中, 以应对导弹变速问题. 由于该方法未将导弹速度变化考虑到制导律的设计中, 其应用受到一定的限制. [2] 采用一种不同的方法, 假设拦截导弹速度变化是已知的, 制导导弹飞向瞬时碰撞点, 与比例导引相比, 该方法要求较小的横

向加速度. [3] 中对制导律的设计一开始就考虑了拦截导弹速度的变化, 推导了一种闭环最优制导律, 该制导律具有时变制导增益, 但该方法未考虑目标速度的变动和机动性. [4] 基于线性化的弹目相对运动关系, 给出一种时变模型有界控制微分对策制导律, 该制导律在非线性的有效性需进一步验证. 本文将对策双方的速度变化直接考虑到非线性相对运动关系中, 给出一种适用于变速拦截情形的有界控制非线性微分对策制导律.

2 问题描述及建模

制导末端的弹目相对运动关系如图 1 所示, Z 轴沿初始视线方向, 下标 P 和 E 分别对应拦截导弹和目

收稿日期: 2010-08-03; 修回日期: 2010-10-29.

基金项目: 黑龙江省科技攻关计划项目(GZ06A104).

作者简介: 花文华(1983-), 男, 博士生, 从事飞行器制导的研究; 陈兴林(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 从事飞行器制导、精密伺服控制等研究.

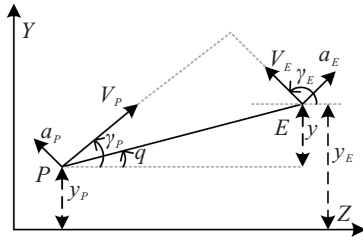


图 1 平面弹目相对运动关系

标的相关状态, y 表示拦截导弹和目标相对于初始视线方向的位移, q 为视线角。

由图 1 可知, 拦截导弹和目标相对运动关系可表示为

$$y = y_E - y_P, \quad (1)$$

$$\dot{y} = V_E \sin \gamma_E - V_P \sin \gamma_P. \quad (2)$$

由式 (2) 可得

$$\ddot{y} = a_{EV}(t) \sin \gamma_E - a_{PV}(t) \sin \gamma_P + u_{Ec} - u_{Pc}. \quad (3)$$

其中

$$a_{iV}(t) = \dot{V}_i(t), \quad i = P, E, \quad (4)$$

为拦截导弹和目标速度大小的变化; u_{Pc} 和 u_{Ec} 为二者在初始视线法向上的横向加速度分量. 定义状态变量 $x = [y \ \dot{y} \ \sin \gamma_T \ \sin \gamma_M]^T$, 则线性化的系统状态方程可表示为

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B_P(t)u_{Pc} + B_E(t)u_{Ec}. \quad (5)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{EV}(t) & -a_{PV}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_P = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1/V_P(t) \end{bmatrix}, B_E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1/V_E(t) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

结合式 (4) 可得

$$V_i = V_{i0} + a_{iV}t = V_{if} - a_{iV}t_{go}, \quad i = P, E. \quad (6)$$

其中: V_{P0}, V_{E0} 分别为拦截导弹和目标的初始速度; V_{Pf}, V_{Ef} 为二者的末端速度。

3 有界控制微分对策制导律

3.1 制导律推导

近年来, 微分对策理论在飞行器姿态控制^[5]、威胁规避^[6]、火力分配^[7]、目标拦截^[8]等方面得到了较广泛的研究. 在目标拦截中, 由于目标的独立性, 其机动策略一般是无法预测的, 因此将拦截情形定义为最优控制问题并不合适^[9]. 而对于微分对策双边优化问题而言, 双方都是独立控制的, 一方要求性能指标的最大化, 而另一方要求性能指标的最小化, 因此相比

较而言更为合理. 假设拦截导弹和目标是机动有界的, 即

$$|u_{ic}(t)| \leq U_i(t), \quad i = P, E. \quad (7)$$

定义性能指标为

$$J = |Z(t)|. \quad (8)$$

其中: $Z(t)$ 表示零效脱靶量, 即: 对于该双边优化问题, 对应于拦截导弹和目标, 由给定的时间 t 起不施加任何控制, 以该瞬时参数飞行直至命中, 由式 (5) 可得, 所产生的脱靶量为

$$Z(t) = D\Phi(t_f, t)x(t). \quad (9)$$

其中: $D = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$; $\Phi(t_f, t)$ 为系统 (5) 的状态转移矩阵, t_f 为末端时刻. 对式 (9) 两边求导, 并代入式 (5) 可得

$$\dot{Z}(t) = D\Phi(t_f, t)B_P u_{Pc} + D\Phi(t_f, t)B_E u_{Ec}. \quad (10)$$

原系统被转化为以零效脱靶量作为变量的标量形式. 基于式 (10), 构建哈密顿函数

$$H = \lambda(D\Phi(t_f, t)B_P u_{Pc} + D\Phi(t_f, t)B_E u_{Ec}), \quad (11)$$

其中 λ 为待定的拉格朗日乘子. 进一步, 由协态方程和横截条件可得

$$\lambda(t) = \text{sign}(Z(t)). \quad (12)$$

因此, 由上述条件可得到拦截导弹和目标的最优拦截或规避策略为

$$u_{Pc}^* = \min_{u_{Pc}} H = -U_P \text{sign}(D\Phi(t_f, t)B_P Z(t)), \quad (13)$$

$$u_{Ec}^* = \max_{u_{Ec}} H = U_E \text{sign}(D\Phi(t_f, t)B_E Z(t)). \quad (14)$$

制导律式 (13) 可适用于拦截导弹和目标为任意变速的情形. 由式 (13) 和 (14) 可得需要求解 $Z(t)$ 的显式表达式. 对式 (5) 所对应的齐次方程进行逆向求解可得

$$x_4(t) = x_4(t_0), \quad (15)$$

$$x_3(t) = x_3(t_0), \quad (16)$$

$$x_2(t) = x_2(t_0) + x_3(t_0)I_E(t, t_0) - x_4(t_0)I_P(t, t_0), \quad (17)$$

$$x_1(t) = x_1(t_0) + x_2(t_0)(t - t_0) + x_3(t_0)II_E(t, t_0) - x_4(t_0)II_P(t, t_0). \quad (18)$$

其中

$$I_i(t, t_0) = \int_{t_0}^t a_{iV}(\tau) d\tau, \quad i = P, E; \quad (19)$$

$$II_i(t, t_0) = \int_{t_0}^t I_i(t, \tau) d\tau, \quad i = P, E. \quad (20)$$

则 $Z(t)$ 可表示为

$$Z(t) = x_1(t) + x_2(t)t_{go} + x_3(t)II_E(t_f, t) - x_4(t)II_P(t_f, t). \quad (21)$$

3.2 对策空间分析

主要针对大气层内机动战术弹道导弹(TBM)的末端拦截进行微分对策制导律的设计. 在末端拦截情形下, 对策双方(包括TBM和拦截导弹)随着高度的变化, 其速度和机动性能界都是时变的. 对策双方典型的速度分布曲线^[10]如图2所示.

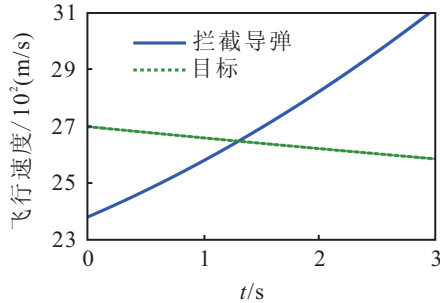


图2 对策双方末端典型速度分布

从图2中可以看出, 二者速度都近似满足线性关系, 目标速度变化不大, 而拦截导弹为保持较为稳定的末端机动性能, 其速度近似单调增加, 因此可假设 a_{PV} 和 a_{EV} 为常值. 拦截导弹的机动性能界 U_P 变化较小^[10], 而目标的机动性能界 $U_E(t)$ 一般很难测量或估计, 采用较为保守的设计方法, 取

$$U_E = \sup_t \{u_{Ec}(t)\}, \quad (22)$$

以目标最大的机动性能进行制导律的设计. 基于上述假设, 由式(9)可得

$$Z(t) = x_1 + t_{go}x_2 + a_{EV}t_{go}^2x_4/2 - a_{PV}t_{go}^2x_3/2. \quad (23)$$

且式(13)和(14)可进一步表示为

$$u_{ic}^* = U_i \text{sign}(Z(t)), \quad i = P, E. \quad (24)$$

对式(23)两边求导可得

$$\dot{Z}(t) = (t_{go} + a_{EV}t_{go}^2/(2V_E))u_{Ec} - (t_{go} + a_{PV}t_{go}^2/(2V_P))u_{Pc}. \quad (25)$$

将其代入式(24)可得

$$\dot{Z}(t) = \Gamma(t_f, t) \text{sign}(Z(t)), \quad (26)$$

其中

$$\Gamma(t_f, t) = t_{go}^2(a_{EV}/V_E - a_{PV}/V_P)/2 + (U_E - U_P)t_{go}. \quad (27)$$

式(26)所对应的对策空间如图3所示, 分解为两个区域: D_1 和 D_0 . 由式(26)可得, 区域 D_1 内对策值满足

$$|Z(t)| \geq t_{go}^2 U_E (\mu - \mu f(\varepsilon_P) + f(\varepsilon_E) - 1)/2. \quad (28)$$

其中

$$\mu = U_P/U_E; \quad (29)$$

$$f(\varepsilon) = (\varepsilon + \varepsilon^2/2 + \ln(1 - \varepsilon))/\varepsilon^2; \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_i &= a_i v t_{go} / V_{if} = a_i v t_{go} / (V_{i0} + a_i t_{go}), \\ i &= P, E. \end{aligned} \quad (31)$$

该决策值与初始条件相关, 因此制导律(24)是最优的. 当初始条件位于 D_0 内时, 导弹拦截策略是任意的, 其弹道或者保持在 D_0 内, 对策值随飞行时间趋于零, 或者到达边界, 对策值沿着边界滑向原点.

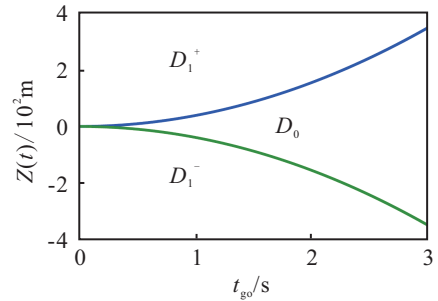


图3 对策空间分解

当拦截导弹初始条件位于 D_0 内时, 选取制导策略为

$$u_{Pc}^* = NZ(t)/t_{go}^2. \quad (32)$$

求解 N 值使得制导律(32)在边界上满足式(24), 从而使位于两种区域内的制导策略保持一致, 可以得到

$$N(t) = \frac{2\mu}{\mu - \mu f(\varepsilon_P) + f(\varepsilon_E) - 1}. \quad (33)$$

因此, 在整个对策空间内, 拦截导弹制导策略可表示为

$$u_{Pc}^* = U_{Psat} \left(\frac{N(t)}{U_P t_{go}^2} Z(t) \right), \quad (34)$$

其中 $\text{sat}()$ 为饱和函数.

在常速拦截情形下, 有

$$N' = \lim_{\substack{a_{PV} \rightarrow 0 \\ a_{EV} \rightarrow 0}} N(t) = 2\mu/(\mu - 1). \quad (35)$$

3.3 可执行性转化

上文通过定义适当的状态变量, 对原系统进行了线性化, 从而进行制导律的设计, 考虑制导律的可执行性, 需将其还原为非线性系统状态变量的表达形式, 如视线角速度. 结合图1, 有

$$z = z_E - z_P, \quad (36)$$

$$\dot{z} = V_E \cos \gamma_E - V_P \cos \gamma_P. \quad (37)$$

基于小角度假设, 有

$$\cos \gamma_i \cong \cos \gamma_{i0}, \quad i = P, E. \quad (38)$$

结合式(37)和(38), 经相关运算可得

$$z = V_c t_{go} + a_{PV} t_{go}^2/2 - a_{EV} t_{go}^2/2. \quad (39)$$

其中

$$\begin{aligned} a_{pV} &= a_{PV} \cos \gamma_{P0}, \quad a_{eV} = a_{EV} \cos \gamma_{E0}, \\ V_c &= -\dot{z} = -(V_{E0} - V_{P0} + (a_{eV} - a_{pV})t). \end{aligned} \quad (40)$$

对

$$\tan q = y/z \tag{41}$$

两边求导可得

$$\begin{aligned} \dot{q}/\cos^2 q &= (\dot{y}z - \dot{z}y)/z^2 = \\ &((y + \dot{y}t_{go})\kappa + yt_{go}(a_{eV} - a_{pV})/2)/(\kappa^2 t_{go}^2) = \\ &(y + \dot{y}t_{go})/(\kappa t_{go}^2) + y(a_{eV} - a_{pV})/(2\kappa^2 t_{go}^2), \end{aligned} \tag{42}$$

其中

$$\kappa = V_c + t_{go}(a_{pV} - a_{eV})/2. \tag{43}$$

式 (42) 可进一步转化为

$$(y + \dot{y}t_{go})/t_{go}^2 = \kappa \dot{q}/\cos^2 q + \tan q(a_{pV} - a_{eV})/2. \tag{44}$$

由式 (23) 可得

$$\begin{aligned} Z(t) &= t_{go}^2((y + \dot{y}t_{go})/t_{go}^2 + \\ &a_{EV} \sin \gamma_T/2 - a_{PV} \sin \gamma_M/2). \end{aligned} \tag{45}$$

将其代入式 (44), 可进一步表示为

$$\begin{aligned} Z(t) &= \frac{t_{go}^2}{2\cos^2 q} [(2V_c + a_{PV} \cos \gamma_P - \\ &a_{EV} \cos \gamma_E)\dot{q} + \sin(\gamma_E - q) \cos q a_{EV} - \\ &\sin(\gamma_P - q) \cos q a_{PV}]. \end{aligned} \tag{46}$$

结合图 1 和式 (3), 拦截导弹在垂直于速度方向上的加速度可表示为

$$a_P^* = u_{Pc}^*/\cos \gamma_P. \tag{47}$$

式 (47) 与 (34) 和 (46) 构成了所设计的变速导弹有界控制非线性微分对策制导律, 表示为 DGL-V.

当假设拦截导弹和目标为常速飞行时, 制导律可表示为

$$u_{Pc}^* = U_{Psat} \left(\frac{N'}{U_P \cos^2 q} V'_c \dot{q} \right), \tag{48}$$

其中 $V'_c = V_{P0} - V_{E0}$. 该制导律表示为 DGL-C.

4 仿真结果及分析

主要针对拦截导弹与目标二维非线性质心相对运动模型进行了仿真研究. 与基于常速飞行假设的制导律 DGL-C 进行性能比较, 以实现对所给出的变速导弹非线性微分对策制导律 DGL-V 的验证. 假设制导末端拦截导弹和 TBM 的初始位置分别为 $(x_{P0} = 0 \text{ m}, y_{P0} = 0 \text{ m})$ 和 $(x_{E0} = 9 \text{ km}, y_{E0} = 12 \text{ km})$, 初始航迹角为 70° 和 220° , $a_{pV} = 250 \text{ m/s}^2$, $a_{eV} = -50 \text{ m/s}^2$, $V_{P0} = 2350 \text{ m/s}$, $V_{E0} = 2600 \text{ m/s}$, $U_P = 20 \text{ g}$. 假设 TBM 具有机动能力, 且为具有一次时间切换的“bang-bang”类型^[11], 机动命令切换时间为 1.5 s , $U_E = 10 \text{ g}$.

图 4 为采用制导律 DGL-V 和 DGL-C 进行机动目标拦截的飞行弹道. 从图中可以看出, DGL-V 可以实现目标的有效拦截, 而 DGL-C 则远离碰撞点, 其效

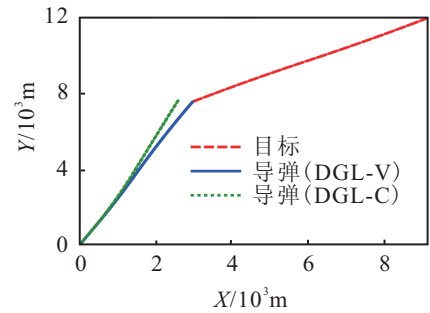


图 4 拦截导弹和目标飞行弹道

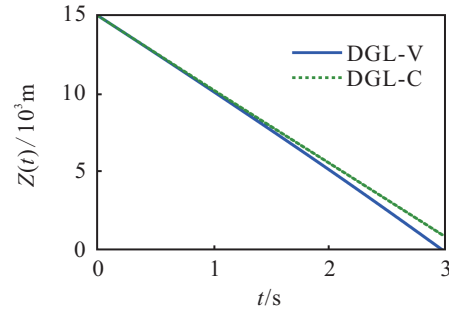


图 5 拦截导弹和目标相对运动距离

果也可由图 5 所示的二者相对运动距离得到.

图 6 为拦截导弹加速度变化曲线. 由图 6 可知, 所给出的制导律 DGL-V 并不要求拦截导弹具有较强的机动性, 其弹道保持在 D_0 内, 脱靶量随飞行时间趋于零.

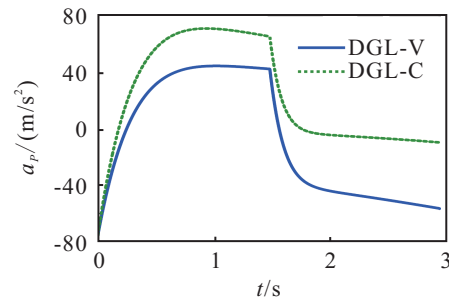


图 6 导弹加速度

拦截导弹视线角速度变化曲线如图 7 所示, 对于变速情形而言, 末端视线角速度并不趋于零.

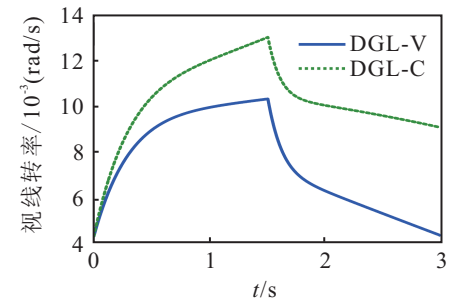


图 7 视线角速度

图 8 为拦截导弹采用制导律 DGL-V 在不同初始前置角 $\theta (\theta = \gamma_{P0} - q_0)$ 下进行目标拦截的弹道. 从图中可以看出, 在经过一段时间的调整后, 拦截导弹弹道趋于平滑, 径直飞向瞬时碰撞点.

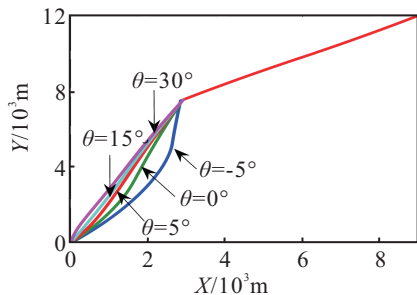


图 8 导弹不同前置角情形下的目标拦截弹道

5 结 论

本文基于非线性相对运动分析,给出了一种适用于变速拦截情形的有界控制微分对策制导律.将对策双方的速度变化直接考虑到非线性相对运动关系中,通过适当选取的状态变量,对非线性系统进行线性化,从而进行制导律的推导,同时考虑到制导律的可执行性,并将其转化为原系统非线性状态变量的表达形式.仿真结果表明,该制导律可实现目标的有效拦截,使导弹趋于直线飞向瞬时碰撞点,同时也便于执行.

参考文献(References)

- [1] Hull D G, Mack R E. Prediction of time-to-go for a homing missile using bang-bang control[C]. Proc of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. Minneapolis MN: AIAA Press, 1988: 116-121.
- [2] Baba Y, Takehira T, Takano H. New guidance law for a missile with varying velocity[C]. Proc of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. Washington DC: AIAA Press, 1994: 207-215.
- [3] Cho H, Ryou C K, Tahk M J. Closed-form optimal guidance law for missiles of time-varying velocity[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(5): 1017-1022.
- [4] Shima T, Shinar J. Time-varying linear pursuit-evasion game models with bounded controls[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(3): 425-432
- [5] 苏晓丹. 飞行器姿态控制系统综合的一种微分对策方法[J]. 航天控制, 2009, 27(3): 72-75.
(Su X D. Differential game method of attitude control system synthesis for flight vehicle[J]. Aerospace Control, 2009, 27(3): 72-75.)
- [6] 王长青, 史晓丽, 王新民, 等. 基于LQ微分对策的最优规避策略与决策算法[J]. 计算机仿真, 2008, 25(9): 74-78.
(Wang C Q, Shi X L, Wang X M, et al. Optimal evasive strategies based on LQ differential games[J]. Computer Simulation, 2008, 25(9): 74-78.)
- [7] 李登峰, 罗飞. 舰艇编队信息战火力分配微分对策模型及求解[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(6): 1163-1166.
(Li D F, Luo F. Differential game model and its solution for the firepower-assignment in vessel formations in information war[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(6): 1163-1166.)
- [8] 马礼举, 魏志鹏. 基于目标姿态信息的导弹微分对策制导律研究[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(3): 43-46.
(Ma L J, Wei Z P. The design of differential game guidance law based on target attitude[J]. J of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(3): 43-46.)
- [9] Anderson G M. Comparison of optimal control and differential game Intercept guidance laws[J]. J of Guidance and Control, 1981, 4(2): 109-115.
- [10] Shinar J, Shima T, Kebke A. On the validity of linearized analysis in the interception of reentry vehicles[C]. Proc of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. Reston VA: AIAA Press, 1998: 1050-1060.
- [11] Shinar J, Steinberg D. Analysis of optimal evasive maneuvers based on a linearized two-dimensional kinematic model [J]. J of Aircraft, 1977, 14(8): 795-802.

《控制与决策》再次荣获“中国精品科技期刊”称号

本刊讯 2011年12月2日,中国科技论文统计结果发布会在京举行,公布了2010年度中国科技论文统计结果,并表彰了部分科技期刊。《控制与决策》2010年的影响因子等各项指标在信息科学与系统科学类期刊中均名列前茅,并第2次荣获“中国精品科技期刊”称号。