

文章编号: 1001-0920(2011)12-1796-07

无人机群主动式时差定位算法

陈新¹, 彭科举¹, 周东翔¹, 刘云辉²

(1. 国防科学技术大学 电子科学与工程学院, 长沙 410073; 2. 香港中文大学 机械自动化工程学系, 香港)

摘要: 在多无人机(UAV)协同定位地面固定辐射源的应用环境中, 为了提高多机基于时差的定位精度, 提出一种改进的基于约束总体最小二乘(CTLS)的时差定位方法和一种基于结构总体最小范数(STLN)的时差定位方法. 证明了这两种方法具有相同的定位精度, 但STLN方法的计算性能优于改进的CTLS方法. 仿真结果表明, 所提出的方法具有较高的定位精度, 受观测点定位误差影响更小.

关键词: 总体最小二乘; 总体最小范数; 多无人机; 协同定位; 定位精度

中图分类号: TP971

文献标识码: A

Active location algorithm for multi-UAVs using time difference of arrival

CHEN Xin¹, PENG Ke-ju¹, ZHOU Dong-xiang¹, LIU Yun-hui²

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. Department of Mechanical and Automation Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, China. Correspondent: CHEN Xin, E-mail: xinchen97@sina.com)

Abstract: When a formation of unmanned aerial vehicles(UAV) is used to localize a fixed target on the ground using time difference of arrival, in order to improve the localization accuracy, an improved method based on the constrained total least squares(CTLS) and a method based on the structured total least norm(STLN) are proposed. Both methods are proved to have the same positioning accuracy, but the computational performance of STLN method is superior to CTLS method. Simulation results show that the proposed methods have high accuracy in position estimation.

Key words: total least squares; total least norm; multi-UAV; cooperation locate; positioning accuracy

1 引言

无人机(UAV)具有低成本、零伤亡、发射简单快捷等诸多优势, 备受各国军方的青睐. 多架 UAV 搭载多个传感器共同执行对某区域内目标侦察和打击任务是未来无人作战的一种主要形式. UAV 协同打击高价值目标可分为两个阶段: 第1阶段为目标锁定阶段, 在定位方法上主要采用基于辐射源入射角(AOA)的方法^[1-3], 但其定位精度不高; 第2阶段为 UAV 战斗准备阶段, 为了提高打击精度必须采用精度更高的定位方法, 同时要兼顾 UAV 机群的隐蔽性, 因此第2阶段主要采用一发多收的定位体制确定目标的坐标, 即一个雷达载机照射目标, 多个接收机载机(下称观测点)接收目标反射的雷达回波信号, 利用回波到达各个接收机的时间差(TDOA)即可实现目标的定位. 本文主要讨论 UAV 编队第2阶段的定位方法.

文献[4]提出两步加权最小二乘(WLS)的时差定位方法, 在 TDOA 测量误差较小时其定位精度较

高, 但当观测点坐标测量存在误差或 TDOA 测量误差较大时, 其定位性能急剧下降. [5]提出了基于非独立同分布(IID)结构的总体最小二乘(TLS)平衡算法, 其目的是解决线性定位方程中系数矩阵和数据向量的误差为非 IID 的定位问题. 但为了得到较高的定位精度, 该方法需要将协方差矩阵中非主对角线上的元素近似为零, 这种近似其实是忽略了定位方程系数矩阵扰动误差和数据向量扰动误差的相关性, 因此该方法得到的不是线性定位方程的最优解. [6]提出基于约束总体最小二乘(CTLS)的固定观测站 TDOA 定位方法, 该方法认为在观测点坐标测量精度较高时, 观测站的坐标误差可忽略, 在此条件下该定位方法定位精度较高. 尽管上述3种方法在固定观测点对空目标定位中有较好的定位性能, 但在 UAV 编队协同定位地面目标的应用环境中, UAV 所携带的惯性导航设备(INS)系统或 GPS 定位系统定位精度不高, 因此 UAV 自定标的误差不能忽略. 在基于时差的定位

收稿日期: 2010-08-04; 修回日期: 2010-11-08.

作者简介: 陈新(1979-), 男, 博士生, 从事多平台多传感器目标定位及融合检测等研究; 刘云辉(1965-), 男, 教授, 从事机器人、自动化技术等研究.

系统中, 观测站自身的定位误差将对定位结果产生很大的影响^[7]. 为了提高多机定位精度, 本文提出一种改进的基于 CTLS 的 TDOA 定位方法和一种新的基于 STLN 的 TDOA 定位方法. 在上述两种方法求解的基础上, 利用目标坐标和雷达载机与目标之间距离值的约束关系, 根据估计误差最小准则建立约束方程, 通过求解该约束方程能进一步提高目标定位的性能.

2 问题描述

设目标所在的位置为 $\mathbf{X}_t = [x_t \ y_t \ z_t]^T$, 为提高 UAV 机群的生存能力, UAV 编队采用 $T/R - R^n$ 的时差定位体制, 即雷达载机利用所携带的雷达设备照射目标, 雷达载机及多个接收设备接收目标反射的雷达回波. 在此定位体制中, 雷达载机一般距离接收机载机较远. 设雷达载机的位置坐标为 $\mathbf{S}_r = [x_r \ y_r \ z_r]^T$, 各接收机载机的位置为 $\mathbf{S}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T, 1 \leq i \leq N$, 其中 N 为接收机数量. 各机的坐标可通过机载 INS 或 GPS 设备获得, 令接收机载机到目标的距离为 $R_i = \|\mathbf{S}_i - \mathbf{X}_t\|$, 雷达载机到目标的距离为 $R_r = \|\mathbf{S}_r - \mathbf{X}_t\|$, 各机到大地坐标原点的距离为 $d_j = \|\mathbf{S}_j\|, j = 1, 2, \dots, N, r$. 则雷达与各个观测点之间的距离为

$$R_{ir} = c \times \Delta T_{ir} = R_i - R_r. \quad (1)$$

其中: c 为光速, ΔT_{ir} 为雷达回波到达雷达和第 i 个观测点的时间差. 根据距离表达式有

$$R_i^2 - R_r^2 = \|\mathbf{S}_i - \mathbf{X}_t\|^2 - \|\mathbf{S}_r - \mathbf{X}_t\|^2 = d_i^2 - d_r^2 - 2(\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_r)\mathbf{X}_t. \quad (2)$$

由式 (1) 和 (2) 可得

$$R_{ir}R_r + (\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_r)^T \mathbf{X}_t = \frac{1}{2}(d_i^2 - d_r^2 - R_{ir}^2). \quad (3)$$

将式 (3) 写为矩阵形式可得

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{X} = \mathbf{b}_0. \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} x_1 - x_r & y_1 - y_r & z_1 - z_r & R_{1r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N - x_r & y_N - y_r & z_N - z_r & R_{Nr} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_t \ R_r]^T, \quad \mathbf{b}_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_1^2 - d_r^2 - R_{1r}^2 \\ \vdots \\ d_N^2 - d_r^2 - R_{Nr}^2 \end{bmatrix}.$$

UAV 本机自定标和基于时差的距离测量均带有误差, 因此时差定位方程 (3) 中系数矩阵和数量矩阵中均带有扰动误差. 系数矩阵 \mathbf{A} 的扰动矩阵为

$$\Delta \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 - \Delta x_r & \Delta y_1 - \Delta y_r & \Delta z_1 - \Delta z_r & \varepsilon_{1r} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta x_N - \Delta x_r & \Delta y_N - \Delta y_r & \Delta z_N - \Delta z_r & \varepsilon_{Nr} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

数据向量 \mathbf{b} 的扰动向量为

$$\Delta \mathbf{b} = \Delta \mathbf{b}_1 - \Delta \mathbf{b}_2 - \Delta \mathbf{b}_3. \quad (6)$$

其中

$$\Delta \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} d_1(\Delta x_1 + \Delta y_1 + \Delta z_1) \\ \vdots \\ d_N(\Delta x_N + \Delta y_N + \Delta z_N) \end{bmatrix},$$

$$\Delta \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} d_r(\Delta x_r + \Delta y_r + \Delta z_r) \\ \vdots \\ d_r(\Delta x_r + \Delta y_r + \Delta z_r) \end{bmatrix},$$

$$\Delta \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} r_{1r}\varepsilon_{1r} \\ \vdots \\ r_{Nr}\varepsilon_{Nr} \end{bmatrix}.$$

则式 (4) 可写为

$$(\mathbf{A} - \Delta \mathbf{A})\mathbf{X} = (\mathbf{b} - \Delta \mathbf{b}), \quad (7)$$

其中 \mathbf{A}, \mathbf{b} 为测量值.

3 观测点坐标测量误差对定位方法性能的影响

推论 1 当观测点存在测量误差时, 文献 [4] 方法的定位性能变差.

证明 设时差测量噪声均服从 $N \sim (0, \sigma^2)$ 分布, 且相互独立, 则时差测量噪声互相关矩阵为

$$\mathbf{Q} = \text{cov}(\mathbf{n}) = \sigma^2 \mathbf{I}. \quad (8)$$

文献 [4] 仅考虑只有时差误差存在的情况, 设系数项的误差为 $\Delta \mathbf{A}_a$ ($\Delta \mathbf{A}_a$ 仅有最后一列有值, 其余项为零), 数据项的扰动误差为 $\Delta \mathbf{B}_a$, 则多个观测点的时差定位误差为

$$\Delta \mathbf{X}_{\text{chan1}} = (\mathbf{A}_o^T \mathbf{Q}_1^{-1} \mathbf{A}_o)^{-1} \mathbf{A}_o^T \mathbf{Q}_1^{-1} (\Delta \mathbf{B}_a - \Delta \mathbf{A}_a \mathbf{X}_o)^{-1}, \quad (9)$$

$$E[\Delta \mathbf{X}_{\text{chan1}} \Delta \mathbf{X}_{\text{chan1}}^T] \approx (\mathbf{A}_o^T \mathbf{Q}_1^{-1} \mathbf{A}_o). \quad (10)$$

其中: \mathbf{A}_o 为时差定位方程系数矩阵的真实值, \mathbf{Q}_1 为时差测量误差的协方差矩阵. 在文献 [4] 方法中第 1 步估计是认为目标坐标与目标到观测点 1 之间的距离 r_1 是不相关的. 因此 $E[\Delta \mathbf{X}_{\text{chan}} \Delta \mathbf{X}_{\text{chan}}^T]$ 对角线上的元素即为各个参量的估计方差. 则各参数估计的方差可写为

$$\Delta_{1-jj} = \sum_{i=1}^n q_{1-ii} a_{ji}^{-2}. \quad (11)$$

其中: $j \in [1, 4]$, q_{1-ii} 为 \mathbf{Q}_1 对角线上的元素, a_{ji} 为 \mathbf{A}_o 中的元素.

当考虑到观测点和雷达载机自定标误差时, 则有

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{A} = \Delta \mathbf{A}_x + \Delta \mathbf{A}_a, \\ \Delta \mathbf{B} = \Delta \mathbf{B}_x + \Delta \mathbf{B}_a. \end{cases} \quad (12)$$

此时定位误差方差为

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{X}_{\text{chan2}} = (\mathbf{A}_o^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A}_o)^{-1} \mathbf{A}_o^T \mathbf{Q}_2^{-1} \Delta \mathbf{W}, \\ \mathbf{E}[\Delta \mathbf{X}_{\text{chan2}} \Delta \mathbf{X}_{\text{chan2}}^T] \approx (\mathbf{A}_o^T \mathbf{Q}_2^{-1} \mathbf{A}_o)^{-1}. \end{cases} \quad (13)$$

令

$$\Delta \mathbf{W} = (\Delta \mathbf{B}_x + \Delta \mathbf{B}_a) - (\Delta \mathbf{A}_x + \Delta \mathbf{A}_a) \mathbf{X}_o,$$

且 $\mathbf{Q}_2 = \mathbf{E}[\Delta \mathbf{W} \Delta \mathbf{W}^T]$. 由于 $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$ 皆为对角矩阵, 且各测量误差相互独立, 当引入新的误差项后, 必然存在 \mathbf{Q}_2 对角线上的元素大于 \mathbf{Q}_1 相应位置上的元素, 即 $q_{2-ij} > q_{1-ij}$. 其中 q_{2-ii} 为 \mathbf{Q}_2 对角线上的元素, 且有

$$\Delta_{2-ij} = \sum_{i=1}^n q_{2-ii} a_{ji}^{-2}. \quad (14)$$

由于 \mathbf{A}_o^T 是不变的, 且 $q_{2-ij} > q_{1-ij}$, 有

$$\Delta_{2-ij} > \Delta_{1-ij}. \quad (15)$$

因此引入载机自定标误差后, 文献[4]方法的定位精度下降. \square

推论 2 在考虑观测点坐标测量误差的条件下, 文献[6]方法定位精度受观测点坐标测量误差的影响, 且随着坐标测量误差变化, 其定位精度随之变化.

证明 由文献[6]可知, 在假设观测点固定不动, 且坐标测量没有误差的情况下, 定位误差的方差为

$$\mathbf{E}[\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{X}^T] = \sigma^2 (\mathbf{D}^T (\mathbf{G} \mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{D})^{-1}. \quad (16)$$

其中: 各个参数的定义见文献[6], \mathbf{G} 为未考虑坐标测量误差条件下的误差矩阵, 且有

$$\mathbf{G} = r_1 \mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2. \quad (17)$$

这里: \mathbf{G}_1 为定位方程系数矩阵项的扰动误差; \mathbf{G}_2 为定位方程数据向量的扰动误差. 当观测点测量误差不能忽略时, 有

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_a + r_1 \mathbf{G}_1 - \mathbf{G}_2. \quad (18)$$

这里: $\mathbf{G}_a = x_0 \mathbf{G}_{a1} + y_0 \mathbf{G}_{a2} + z_0 \mathbf{G}_{a3}$, x_0, y_0, z_0 为目标的真实坐标, $\mathbf{G}_{a1}, \mathbf{G}_{a2}, \mathbf{G}_{a3}$ 为数据矩阵中观测站 x, y, z 方向上的测量误差系数矩阵. 将其代入式(16), 则有

$$\mathbf{E}[\Delta \theta \Delta \theta^T] = \sigma^2 (\mathbf{D}^T \mathbf{G}' \mathbf{D})^{-1}, \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{G}' = (\mathbf{G}_a \mathbf{G}^T + 2\mathbf{G}_a \mathbf{G}_1^T + \mathbf{G}_1 \mathbf{G}_1^T)^{-1}. \quad (20)$$

由推论 1 可知, 在观测点坐标测量误差较大时, 文献[4]方法定位精度受观测点坐标测量误差的影响, 且随着坐标测量误差变化, 其定位精度随之变化. \square

由上述两个推论可知, 在多机协同定位地面固定目标的应用环境中, 观测点的自定标误差较大, 利用传统的定位方法其定位精度较差. 为了提高定位精度, 有必要提出一种考虑观测点坐标测量误差的时差定位方法.

4 两种无人机群的 TDOA 定位方法

下面将针对文献[6]方法提出改进, 同时提出一种新的基于 STLN 的时差定位方法.

4.1 改进的约束总体最小二乘方程时差定位方法

由式(5), (6)可知, 误差的增广矩阵为

$$\Delta \mathbf{C} = [\Delta \mathbf{A}; \Delta \mathbf{b}],$$

设系统测量误差向量为

$$\mathbf{u}_i = [\Delta x_i \ \Delta y_i \ \Delta z_i]^T, \quad i = 1, 2, \dots, N, r;$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_{1r} \ \dots \ \varepsilon_{Nr}]^T, \quad \mathbf{u} = [\mathbf{u}_r \ \mathbf{u}_1 \ \dots \ \mathbf{u}_N \ \boldsymbol{\varepsilon}]^T.$$

设

$$\mathbf{e}_1 = [1 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{e}_2 = [0 \ 1 \ 0],$$

$$\mathbf{e}_3 = [0 \ 0 \ 1], \quad \mathbf{I}_1 = [1 \ 1 \ 1].$$

则有

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_1 & \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{e}_1 & \dots & \mathbf{e}_1 & \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{e}_1 & \dots & -\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_3 & \mathbf{0}_{1 \times N} & \dots & \mathbf{0}_{1 \times N} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ -\mathbf{e}_1 & \dots & -\mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_3 & \mathbf{0}_{1 \times N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_4 = [[0]_{N \times ((N+1) \times 3)}; \mathbf{I}_{N \times N}], \quad \mathbf{F}_5 = [\mathbf{F}'_5; \mathbf{F}''_5; \mathbf{F}'''_5].$$

其中

$$\mathbf{F}'_5 = -d_r [\mathbf{I}_1 \ \mathbf{I}_1 \ \dots \ \mathbf{I}_1]^T,$$

$$\mathbf{F}''_5 = \text{diag}(d_1 \mathbf{I}_1 \ d_2 \mathbf{I}_1 \ \dots \ d_N \mathbf{I}_1),$$

$$\mathbf{F}'''_5 = \text{diag}(r_{1r} \ r_{2r} \ \dots \ r_{Nr}).$$

则系数项扰动和数据项扰动可表示为

$$\Delta \mathbf{A} = [\mathbf{F}_1 \mathbf{u} \ \mathbf{F}_2 \mathbf{u} \ \mathbf{F}_3 \mathbf{u} \ \mathbf{F}_4 \mathbf{u}], \quad \Delta \mathbf{b} = [\mathbf{F}_5 \mathbf{u}], \quad (21)$$

由文献[8], 问题(7)可转化为如下无约束最优化问题:

$$\min_{\mathbf{u}, \mathbf{x}_t} \|\mathbf{u}\|_F;$$

$$\text{s.t.} \quad (\mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}) \mathbf{X}_t = \mathbf{b} - \Delta \mathbf{b},$$

$$\Delta \mathbf{c} = [\Delta \mathbf{A} \ \Delta \mathbf{b}] =$$

$$[\mathbf{F}_1 \mathbf{u}, \mathbf{F}_2 \mathbf{u}, \mathbf{F}_3 \mathbf{u}, \mathbf{F}_4 \mathbf{u}, \mathbf{F}_5 \mathbf{u}]. \quad (22)$$

式(7)可写为

$$\mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{b} = \Delta \mathbf{A} \mathbf{X} - \Delta \mathbf{b} = \mathbf{M} \mathbf{U}, \quad (23)$$

其中

$$\mathbf{M} = \left(\sum_{i=1}^4 x_i \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_5 \right). \quad (24)$$

由于矩阵 M 是行满秩的, 矩阵 (MM^T) 是 Hermit 矩阵, 其右逆存在, 则有

$$U = M^T(MM^T)^{-1}(AX - b). \quad (25)$$

因此, 问题 (7) 可转换为

$$\min_u (AX - b)^T(MWM^T)^{-1}(AX - b). \quad (26)$$

本文设 $W = I$, 式 (26) 的性能指标函数是一个非线性方程, 对于该方程没有闭合解, 对于无条件约束的非线性多参数方程可利用牛顿法、共轭梯度法、拟牛顿法等多种方法求解. 牛顿法尽管收敛速度快, 但计算 Hessian 矩阵的逆很困难, 同时该方法受初始点的影响较大, 计算开销较大. 当目标函数为一般函数时, 共轭梯度法不一定能在有限步到达最优解. 拟牛顿法用不包含二阶导数的矩阵近似牛顿法中的 Hessian 矩阵的逆, 因此在计算中不需要考虑 Hessian 矩阵正定的问题. 本文利用基于 BFGS 公式的拟牛顿法求解式 (26) 的优化问题. 由拟牛顿法可得

$$X_{j+1} = X_j - \lambda_j H_j^{BFGS} \nabla F(X_j), \quad (27)$$

且有

$$H_j^{BFGS} \approx \nabla^2 F(X_j)^{-1}. \quad (28)$$

定义 1 向量 $\Psi_{m \times 1}, \gamma_{n \times 1}, \Gamma = \partial \Psi / \partial \gamma, \Gamma$ 为 $n \times m$ 矩阵, $b_{i,j}$ 为矩阵 Γ 的元素, 且有

$$b_{i,j} = \partial \Psi_{j,1} / \partial \gamma_{i,1}. \quad (29)$$

根据式 (29) 确定的矩阵求导定义, 可得

$$\begin{aligned} \partial F(X) / \partial x_i &= 2\varepsilon_i H^T P - 2P^T F_i M^T P, \\ i &= 1, 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (30)$$

其中: $\varepsilon_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0], \varepsilon_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0], \varepsilon_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0], \varepsilon_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1], P = (MM^T)^{-1}(AX - b)$, 则有

$$\nabla F(X) = \left[\frac{\partial F(X)}{\partial x_1}; \frac{\partial F(X)}{\partial x_2}; \frac{\partial F(X)}{\partial x_3}; \frac{\partial F(X)}{\partial x_4} \right]. \quad (31)$$

无约束最优化问题的初始解为 $X_0 = \hat{X}_{ls}$.

4.2 基于结构总体最小二乘范数的多机时差定位方法

由于在基于 CTLS 问题的迭代求解过程中, 需要计算矩阵的逆, 随着观测点数量的增加其计算量急剧增大, 为了提高定位算法的计算效率, 本文需要寻找一种计算量较小的定位方法. 基于以上思想, 本节将引入结构总体最小范数方法求解时差定位问题.

引入结构总体最小二乘范数问题的定义^[9]: 设超定线性方程组的系数矩阵为 E , 系数项扰动矩阵为 $\Delta E, \alpha \in R^{q \times 1}$ 为 ΔE 中的各个扰动项组成的扰动向量; 线性方程的数据向量为 $q, \beta \in R^{d \times 1}$ 为系数矩阵中非 α 中的元素组成的数据项扰动向量. 则 STLN 问题为

$$\min_{\alpha, \beta, X} \alpha^T D_\alpha \alpha + \beta^T D_\beta \beta,$$

$$\text{s.t. } EX + X_E \alpha = q + P_1 \alpha + P_2 \beta. \quad (32)$$

将方程 (7) 两侧的扰动项写成独立的两个部分, 即作用于系数矩阵的扰动向量 α 和单独作用于数据向量的扰动向量 β , 则问题 (7) 的优化目标函数可写为

$$\min_{\alpha, \beta, X} \alpha^T D_\alpha^2 \alpha + \beta^T D_\beta^2 \beta,$$

$$\text{s.t. } AX_t + X_E \alpha = b + P_1 \alpha + P_2 \beta. \quad (33)$$

其中 $X_E \alpha = -\Delta AX_t \Delta b = -(P_1 \alpha + P_2 \beta)$. 由此可知问题 (7) 可转化为典型的 STLN 问题.

文献 [9] 对 STLN 问题的求解方法进行了详细讨论. 下面将结合基于时差的多机定位问题, 给出具体的迭代求解算法. 由观测方程 (7) 可知, 系数矩阵扰动项和数量矩阵扰动是由同一个扰动向量组成, 即在 STLN 问题中没有独立于噪声向量 α 以外的噪声向量存在, 则在本文的定位模型中 $P_2 = 0, \beta$ 为空集合. STLN 中各种具体参数如下:

$$\alpha_i = [\Delta x_i \ \Delta y_i \ \Delta z_i]^T, i = 1, 2, \dots, N, r;$$

$$\varepsilon = [\varepsilon_{1r} \ \dots \ \varepsilon_{Nr}]^T, \alpha = [\alpha_r \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_N \ \varepsilon]^T.$$

设 $X_1 = [X_t(1) \ X_t(2) \ X_t(3)], I = [1 \ 1 \ 1]$, 则有

$$\begin{cases} X_{E1} = [-X_1 \ -X_1 \ \dots \ -X_1]^T, \\ X_{E2} = \text{diag}(X_1 \ X_1 \ \dots \ X_1), \\ X_{E3} = \text{diag}(X_t(4) \ X_t(4) \ \dots \ X_t(4)); \end{cases} \quad (34)$$

$$\begin{cases} P'_1 = -[d_r I \ \dots \ d_r I]^T, \\ P''_1 = \text{diag}(d_1 I \ \dots \ d_1 I), \\ P'''_1 = \text{diag}(r_{1r} \ \dots \ r_{Nr}). \end{cases} \quad (35)$$

分别构建 X_E, P_1 矩阵如下:

$$\begin{cases} X_E = [X_{E1} \ : \ X_{E2} \ : \ X_{E3}], \\ P_1 = [P'_1 \ : \ P''_1 \ : \ P'''_1]. \end{cases} \quad (36)$$

因此, 本文给出基于 STLN 的时差定位方程的具体迭代求解方法如下:

Step 1: 令 $\alpha = 0, E = 0$, 求解问题 (7) 的最小二乘解 X_{ls} , 利用 X_{ls} 确定 X_E 和 $\hat{r} = b - AX_{ls}$;

Step 2: 求解

$$\min_{\Delta X, \Delta \alpha} \left\| \begin{bmatrix} X_E - P_1 & A + E \\ D_\alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r \\ D_\alpha \alpha \end{bmatrix} \right\|_2; \quad (37)$$

Step 3: 令 $X_t := X_t + \Delta X, \alpha := \alpha + \Delta \alpha$;

Step 4: 通过 α, X_t 构建 E 和 X_E , 并计算

$$r = b - (A + E)X_t, \quad (38)$$

设求解精度为 ϕ , 若 $\|\Delta X_t\| \leq \phi, \|\Delta \alpha\| \leq \phi$, 则计算结束, 否则返回 Step 2.

由上述求解步骤可知, 基于 STLN 方法的迭代求

解过程中避免了对矩阵逆的运算,二者计算性能的比较将在第5节中给出.

4.3 二次约束求解

在上述两种算法的求解中,本文认为 \mathbf{X}_t 与 R_r 相互独立,但实际上 \mathbf{X}_t 与 R_r 存在如下约束关系:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_t \\ \dot{\hat{R}}_r \end{bmatrix}^T \Sigma \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_t \\ \dot{\hat{R}}_r \end{bmatrix} = 0. \quad (39)$$

其中: $\Sigma = \text{diag}(1, 1, 1, -1)$; $\dot{\hat{R}}_1, \dot{\hat{\mathbf{X}}}_t$ 为真实值. 可利用该约束关系进一步改进定位的性能. 式(3)的估计可表示为

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_t \\ \hat{R}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{X}}}_t \\ \dot{\hat{R}}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{X}_t \\ \Delta R_r \end{bmatrix}. \quad (40)$$

其中: $\hat{\mathbf{X}}_t, \hat{R}_r$ 为估计值; $\dot{\hat{\mathbf{X}}}_t, \dot{\hat{R}}_r$ 为真实值. 基于估计误差最小准则,可建立目标坐标 \mathbf{X}_t 和目标到雷达载机距离 R_r 之间有约束的非线性最优化问题^[11],即

$$\begin{aligned} \min_{\Delta r_1, \Delta \mathbf{X}_t} & (\|\varsigma \Delta R_r\|^2 + \|\omega \Delta \mathbf{X}_t\|^2); \\ \text{s.t.} & \quad \|\hat{R}_r - \Delta R_r\|^2 = \|\hat{\mathbf{X}}_t - \Delta \mathbf{X}_t\|^2, z > 0. \end{aligned} \quad (41)$$

其中: ς 为距离估计误差的权重系数; 设目标坐标估计误差权重系数相等且为 a , $\omega = \text{diag}(a, a, a)$ 为 $[x_t \ y_t \ z_t]$ 误差的权重系数矩阵; z 为目标高度. 对于上述有约束的最优化问题可利用 Lagrange 方法求解, $z > 0$ 的约束可通过构造实松弛变量的方法处理. 取一个实松弛变量 u 构造相应的 Lagrange 函数,则有

$$\begin{aligned} L(\Delta R_r, \Delta \mathbf{X}_t, \lambda_1, \lambda_2, u) = & (\|\Delta R_r\|^2 + \|\omega \Delta \mathbf{X}_t\|^2) + \lambda_1 (\|\hat{R}_r - \Delta R_r\|^2 - \\ & \|\hat{\mathbf{X}}_t - \Delta \mathbf{X}_t\|^2) + \lambda_2 (z - u^2). \end{aligned} \quad (42)$$

当 $\lambda_2 = 0, u \neq 0$ 时,问题(42)的极小点与无 $z > 0$ 约束条件的解是同一点,其解分别为

$$\begin{aligned} \Delta R_r &= \frac{\omega(1 - \sqrt{\|\hat{R}_r\|^2 / \|\hat{\mathbf{X}}_t\|^2})}{\sqrt{\|\hat{R}_r\|^2 / \|\hat{\mathbf{X}}_t\|^2(1 + \omega)}} \hat{R}_r, \\ \Delta \mathbf{X}_t &= \frac{\sqrt{\|\hat{R}_r\|^2 / \|\hat{\mathbf{X}}_t\|^2 - 1}}{1 + \omega} \hat{\mathbf{X}}_t, \end{aligned}$$

则定位解为

$$\mathbf{X}_t = \hat{\mathbf{X}}_t - \Delta \mathbf{X}_t. \quad (43)$$

在定位过程中,若 $z = \mathbf{X}_t(3) < 0$,则根据先验知识可知目标高度不为负. 为满足式(41)的第2项约束条件,可令 $z = \mathbf{X}_t(3) = u^2$, u 的取值可根据目标的先验知识确定.

5 两种方法的性能分析

5.1 STLN 与 CTLS 方法的定位误差分析

引理 1 基于时差的 STLN 定位问题(33)与基于时差的 CTLS 问题(23)定位精度相同.

证明 根据本文的应用环境,问题(33)可写为

$$\begin{aligned} \min_{\alpha, \beta, \mathbf{X}} & \alpha^T \mathbf{D}_\alpha^2 \alpha, \\ \text{s.t.} & \quad \mathbf{A} \mathbf{X}_t + \mathbf{X}_E \alpha = \mathbf{b} + \mathbf{P}_1 \alpha. \end{aligned} \quad (44)$$

利用 Lagrange 乘子法构建优化目标函数可得

$$\begin{aligned} L(\alpha, \mathbf{X}_t, \lambda) = & \alpha^T \mathbf{D}_\alpha^2 \alpha + \lambda (\mathbf{b} + \mathbf{P}_1 \alpha - \mathbf{A} \mathbf{X}_t - \mathbf{X}_E \alpha). \end{aligned} \quad (45)$$

分别对变量 $\alpha, \lambda, \mathbf{X}_t$ 求导可得

$$\begin{cases} \partial L / \partial \alpha = 2 \mathbf{D}_\alpha^2 \alpha - \lambda (\mathbf{X}_E - \mathbf{P}_1)^T = 0, \\ \partial L / \partial \mathbf{X}_t = -\lambda (\mathbf{A} - \Delta \mathbf{A})^T = 0, \\ \partial L / \partial \lambda = \mathbf{b} + \mathbf{P}_1 \alpha - \mathbf{A} \mathbf{X}_t - \mathbf{X}_E \alpha = 0. \end{cases} \quad (46)$$

则可分别求得 α 和 λ 的值为

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \mathbf{D}_\alpha^{-2} \lambda \mathbf{C}_s^T, \\ \lambda = -2 (\mathbf{C}_s \mathbf{D}_\alpha^{-2} \mathbf{C}_s^T)^{-1} [\mathbf{A} \ \mathbf{b}] \begin{bmatrix} \mathbf{X}_t \\ -1 \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (47)$$

其中

$$\mathbf{C}_s = (\mathbf{X}_E - \mathbf{P}_1). \quad (48)$$

将式(47)代入(44),则优化问题的目标函数可写为

$$\begin{aligned} \min_{\alpha, \mathbf{X}} & \mathbf{y}^T [\mathbf{A} \ \mathbf{b}]^T [(\tilde{\mathbf{X}}_E - \tilde{\mathbf{P}}_1) \cdot \\ & \mathbf{D}_\alpha^2 (\tilde{\mathbf{X}}_E - \tilde{\mathbf{P}}_1)^T]^{-1} [\mathbf{A} \ \mathbf{b}] \mathbf{y}, \\ \text{s.t.} & \quad y(n+1) = -1. \end{aligned} \quad (49)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= -y(n+1) [\mathbf{X}_t \ -1]^T, \\ \tilde{\mathbf{X}}_E &= -y(n+1) \mathbf{X}_E, \\ \tilde{\mathbf{P}}_1 &= -y(n+1) \mathbf{P}_1, \end{aligned}$$

因为 α 是所有扰动项组成的扰动向量,所以有 $\alpha = \mathbf{u} = [\Delta \mathbf{A} \ \Delta \mathbf{b}]$. STLN 问题中系数扰动矩阵和数据扰动向量可分别表示为

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{P}}_1 \alpha = \mathbf{F}_{n+1} \mathbf{u}, \\ \tilde{\mathbf{X}}_E \alpha = (\mathbf{F}_1 x(1) + \dots + \mathbf{F}_n x(n)) \mathbf{u}. \end{cases} \quad (50)$$

由上式可知

$$(\tilde{\mathbf{X}}_E - \tilde{\mathbf{P}}_1) = \left(\sum_{i=1}^n x_i \mathbf{F}_i - \mathbf{F}_{n+1} \right). \quad (51)$$

因为基于时差的 CTLS 定位问题(22)与 STLN 定位问题(33)的观测方程和优化目标函数相同,使其非线性优化解相同,因此其定位误差相等. \square

由上述证明可知,两种解法在定位精度上一致. 因此,求解任一方法的定位误差即可得出另一种定位方法的定位误差,本文求解 CTLS 方法的单次定位误差. 由 4.1 节的推导过程可知,CTLS 方法的性能指标函数为

$$f(\mathbf{X}) = (\mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{B})^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1} (\mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{B}). \quad (52)$$

未知向量 \mathbf{X} 在 $\min \|\mathbf{u}\|_{\mathbf{F}}$ 条件下的最优估计为 $\mathbf{X}^* =$

$\mathbf{X}_0 - \Delta \mathbf{X}$. 其中: \mathbf{X}_0 为真实值, $\Delta \mathbf{X}$ 为误差项. 则显然存在

$$\partial f(\mathbf{X}) / \partial \mathbf{X} |_{\mathbf{X}=\mathbf{x}^*} = 0. \quad (53)$$

将上式展开, 忽略高阶项可得

$$\Delta \mathbf{X} = [\mathbf{A}_0^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{A}_0]^{-1} \mathbf{A}_0^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{M} \mathbf{u}. \quad (54)$$

则有

$$\begin{cases} E[\Delta \mathbf{X}] = 0, \\ E[\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{X}^T] = \mathbf{D}_t E[\mathbf{u}^T \mathbf{u}] \mathbf{D}_t^T, \end{cases} \quad (55)$$

其中

$$\mathbf{D}_t = ((\mathbf{A}_0^T (\mathbf{M}_M^T)^{-1} \mathbf{A}_0)^{-1} \mathbf{A}_0^T (\mathbf{M}_M^T)^{-1} \mathbf{M}). \quad (56)$$

当各测量误差相互独立, 且标准差为 σ 时, 有

$$E[\Delta \mathbf{X} \Delta \mathbf{X}^T] = (\mathbf{A}_0^T (\mathbf{M} \mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{A}_0)^{-1} \sigma^2. \quad (57)$$

5.2 STLN 方法与 CTLS 方法的计算性能分析

CTLS 方法和 STLN 方法的求解主要是采用基于 Newton 方法循环迭代求解非线性目标优化函数, 其计算量主要体现在循环迭代中. 本文利用浮点操作数 (FLOPS) 来表示算法的复杂度. 设一次加法或乘法的 FLOPS 为 1, 对于两个大小分别为 $m \times n$ 和 $n \times b$ 的矩阵相乘, 其 FLOPS 为 $(2n-1)mb$. 本文设接收机的数量为 N , 雷达的数量为 1, 则 CTLS 单次迭代的 FLOPS 数为 $4N^3 + N^2 + 9N - 1$, STLN 单次迭代的 FLOPS 数为 $40N^2 + 104N + 48$. 由上述分析可知, CTLS 方法和 STLN 方法的计算复杂度分别为 $o(N^3)$ 和 $o(N^2)$. 当接收机数量较小时, CTLS 方法的单次迭代计算性能优于 STLN 方法的计算性能, 随着接收机数量的增加, STLN 方法的单次迭代计算性能要优于 CTLS 方法.

6 仿真实验

仿真实验中距离单位均为 km, 设目标真实坐标为 $x_t = [-150, 200, 0.02]$, UAV 编队接收机载机数量为 4, INS 坐标测量误差和距离测量误差 (由时差测量误差直接换算得出) 均为高斯白噪声. 定义均方根误差 (RMSE) 如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{R_{\text{mc}}} \sum_{j=1}^{R_{\text{mc}}} \|\hat{\mathbf{X}} - X_t\|^2 / \|\mathbf{X}_t\|}. \quad (58)$$

其中: R_{mc} 为蒙特卡洛实验次数, 本文 $R_{\text{mc}} = 10000$. 本文中改进的 CTLS 方法称为方法 1, STLN 方法称为方法 2.

UAV 坐标如下: $\text{UAV}_1 = [20, 0, 3.25]$, $\text{UAV}_2 = [0, 20, 3.5]$, $\text{UAV}_3 = [-20, 0, 3.75]$, $\text{UAV}_4 = [0, -20, 4]$, 雷达载机的坐标为 $\mathbf{X}_b = [2, 10, 3.5]$, 观测站定位误差标准差为 $\sigma_\xi = 0.003$, 观测站距离测量误差标准差由 $\sigma_e = 0.001$ 递增至 $\sigma_e = 0.0155$, 各种方法的定位性能如图 1 所示.

图 1 可知, 随着距离测量误差变大, 4 种定位方法

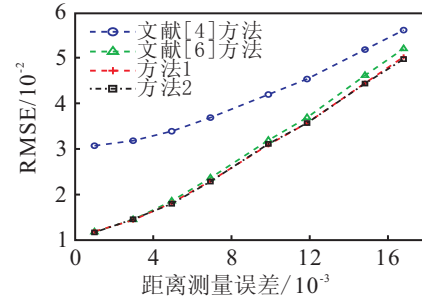


图 1 相同的距离测量误差对定位精度的影响

由的定位精度不断下降. 但方法 1 和方法 2 的性能明显优化于文献 [4] 方法, 且较文献 [6] 方法有一定提高. 其原因在于, 由于观测点自身定位误差的引入导致文献 [6] 方法定位性能下降. 固定距离测量误差标准差 $\sigma_e = 0.02$, 观测站定位误差由 $\sigma_\xi = 0.001$ 递增至 $\sigma_\xi = 0.007$, 各种方法的定位性能如图 2 所示.

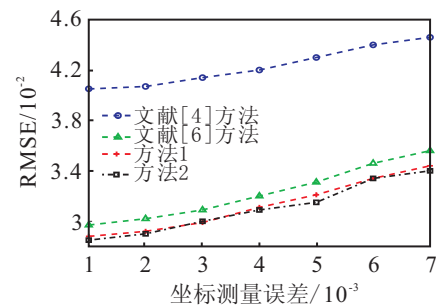


图 2 不同的坐标测量误差对定位精度的影响

由图 2 可知, 随着观测站测量误差变大, 4 种定位方法的定位性能急剧下降, 但方法 1 和方法 2 下降的幅度较小, 其定位精度较文献 [4] 方法和文献 [6] 方法高. 仿真实验表明, 本文所提的两种方法对观测机自定标测量误差有较好的容忍性.

本文所用的仿真环境如下: CPU 1.6 GHz, 内存 256 MB, 操作系统 linux-kernel-2.6.32-21. 不同的接收机数量对 STLN 方法和 CTLS 方法的计算性能影响如表 1 所示 (FLOPS 经近似处理).

表 1 接收机数量对方法 1 和方法 2 计算性能的影响

算法	参数	$N = 4$	$N = 5$	$N = 8$	$N = 7$
方法 1	迭代次数	11.3	14.5	18.90	22.88
	FLOPS	3 492	8 280	18 050	33 977
方法 2	迭代次数	2.0	2.0	2.30	2.70
	FLOPS	2 208	3 136	4 858	7 387

由表 1 可知, STLN 迭代求解次数较少, 且该方法对观测点的数量不敏感. CTLS 方法对观测点的数量较敏感, 随着观测点数量的增加其迭代计算量不断增大. 由仿真实验结果可知, 方法 2 的计算性能明显优于方法 1.

7 结 论

本文主要研究了空基多平台协同对地面固定目标定位问题. 根据 UAV 自定标测量误差较大的特

点,对已有的基于固定观测点的CTLS定位方法进行改进,同时针对CTLS方法计算量大的特点提出一种基于STLN的时差定位方法.仿真实验表明,改进的CTLS方法和STLN方法对时差测量误差和UAV自定标误差具有较好的容忍性,且定位精度较传统方法有所提高,尤其当UAV自定标误差较大时,本文所提出的两种方法定位性能较好.同时,仿真结果表明STLN方法比CTLS方法具有更好的计算性能.

参考文献(References)

- [1] Gavish M, Weiss A J. Performance analysis of bearing-only target location algorithms[J]. *IEEE Trans Aerosp Electron System*, 1992, 28(3): 817-828.
- [2] Nardone S C, Lindgren A G, Gong K F. Fundamental properties and performance of conventional bearings-only target motion analysis[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1984, 29(8): 775-787.
- [3] 孙仲康,周一宇,何黎星.单多基地有源无源定位技术[M].北京:国防工业出版社,1996.
(Sun Z K, Zhou Y Y, He L X. Single-multiple station active and passive location technology[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1996.)
- [4] Chan Y T, HO K C. A simple and efficient estimator

for hyperbolic location[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1994, 42(7): 1905-1915.

- [5] Huang Z, Lu J. Total least squares and equilibration algorithm for range difference location[J]. *Electronic Letters*, 2004, 40(5): 121-122.
- [6] Yang Kai, An Jian-ping, Bu Xiang-yuan, et al. Constrained total least-squares location algorithm using time-difference-of-arrival measurements[J]. *IEEE Trans Vehicular Technology*, 2010, 59(3): 1558-1662.
- [7] 胡来招.无源定位[M].北京:国防工业出版社,2004.
(Hu L Z. Passive location[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2004.)
- [8] Ivan Markovsky, Diana M Sima, Sabine Van Huffel. Total least squares methods[J]. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2009, 2(2): 212-217.
- [9] Sabine Van Huffel, Haesun Park, J Ben Rosen. Formulation and solution of structured total least norm problem for parameter estimation[J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1996, 44(9): 2464-2474.
- [10] 陈明逵,凌永祥.计算方法教程[M].西安:西安交通大学出版社,1996.
(Chen M K, Ling Y X. Scientific computation[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1996.)

(上接第1795页)

参考文献(References)

- [1] 王万良,蒋一波,陈伟杰.网络控制与调度方法及其应用[M].北京:科学出版社,2009:15-21.
(Wang W L, Jiang Y B, Chen W J. Network control and scheduling[M]. Beijing: Science Press, 2009: 15-21.)
- [2] Floyd S. Adaptive RED: An algorithm for increasing the robustness of RED active queue management[EB/OL]. (2001-6-8)[2010-06-10]. <http://www.icir.org/floyd/papers/adaptiveRed.pdf>.
- [3] 陆锦军,王执铨.基于控制理论的主动队列RED稳态分析[J].控制与决策,2007,22(7):745-748.
(Lu J J, Wang Z Q. Analysis of RED based on control theory[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(7): 745-748.)
- [4] Misra V, Gong W, Towsley D. Fluid-based analysis of a network of AQM routers supporting TCP flows with an application to RED[C]. *Proc of IEEE SIGCOMM*. New York: IEEE Press, 2000: 151-160.
- [5] Hollot C V, Misra V. Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(6): 945-959.
- [6] Melchor A D, Niculescu S. Computing non-fragile PI controllers for delay models of TCP/AQM networks[J]. *Int*

J of Control, 2009, 82(12): 2249-2259.

- [7] 樊燕飞,林闯,任丰原.一种具有ECN能力的智能分组丢弃算法[J].软件学报,2005,16(9):1637-1646.
(Fan Y F, Lin C, Ren F Y. An intelligent packet dropping algorithm with ECN capability[J]. *J of Software*, 2005, 16(9): 1637-1646.)
- [8] Liu W, Zhang S, Zhang M. A fuzzy-logic control algorithm for active queue management in IP networks[J]. *J of Electronics*, 2008, 25(1): 102-107.
- [9] Hadjadj A Y, Mehaoua A. A fuzzy logic-based AQM for real-time traffic over internet[J]. *Computer Networks*, 2007, 51(16): 4617-4633.
- [10] Chrysostomou C, Pitsillides A. Fuzzy explicit marking: A unified congestion controller for best-effort and diff-Serv networks[J]. *Computer Networks*, 2009, 53(5): 650-667.
- [11] Wieland R, Mirschel W. Adaptive fuzzy modeling versus artificial neural networks[J]. *Environmental Modelling & Software*, 2008, 23(2): 215-224.
- [12] Almeida P S, Baquero C. Scalable bloom filters[J]. *Information Processing Letters*, 2007, 101(6): 255-261.
- [13] VINT. The network simulator(NS2)[EB/OL]. (2009-9-22)[2010-06-10]. <http://www.isi.edu/nsnam/ns/>.