

文章编号: 1001-0920(2011)12-1861-04

## 有向网络下非线性多智能体系统的协调跟踪

马广富, 梅杰

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 基于一致性理论, 在有向拓扑结构下研究非线性多智能体系统的协调跟踪控制问题. 考虑智能体动力学模型为一般且仅满足 Lipschitz 条件的非线性系统, 在仅有部分跟随智能体能获取领航智能体信息的情形下, 当领航智能体与跟随智能体之间的拓扑结构具有有向生成树, 即存在领航智能体到所有跟随智能体的有向路径时, 所设计的分布式控制律可实现所有跟随智能体对领航智能体的跟踪, 并指出该拓扑结构是系统实现跟踪的一个必要条件. 最后, 仿真实验验证了所设计控制算法的有效性.

**关键词:** 多智能体系统; 协调跟踪; 分布式控制; 非线性系统

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Coordinated tracking for nonlinear multi-agent systems under directed networks

MA Guang-fu, MEI Jie

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China. Correspondent: MEI Jie, E-mail: jmei@hit.edu.cn)

**Abstract:** This paper studies a distributed coordinated tracking problem for nonlinear multi-agent systems under a directed topology based on consensus theory. The objective is for a team of followers modeled by nonlinear systems to track a leader under the constraints that only a subset of the followers can receive information of the leader. If the directed graph associated with the leader and the followers contains a directed spanning tree, with the proposed control algorithm, all followers can track the leader asymptotically. And the conditions of the topology is necessary to achieve the objective. Simulation results show the effectiveness of the proposed control algorithm.

**Key words:** multi-agent systems; coordinated tracking; distributed control; nonlinear systems

### 1 引言

近年来, 随着网络通讯和应用技术的快速发展, 多智能体系统的协调控制问题引起了国内外学者的广泛关注, 研究的内容主要包括一致性、聚集、编队和协调跟踪等<sup>[1-3]</sup>.

文献 [1-3] 中智能体系统的动力学均为一阶或二阶积分方程. 但在实际中, 物理系统本质上都是非线性的, 因此对非线性系统的研究有重大的意义. 目前, 对具有非线性动力学的多智能体系统分布式协调控制的研究从动力学的角度可划分为以下几类: Euler-Lagrange 模型<sup>[4]</sup>, unicycle 模型<sup>[5]</sup>, 刚体姿态模型<sup>[6]</sup>以及满足某些特定条件的一般非线性模型. 对一般非线性系统, 很难在统一的框架下研究其控制问题. 由于

其挑战性和广泛的应用性, 一般非线性多智能体系统的协调控制引起了广泛关注<sup>[7-13]</sup>.

在不存在期望轨迹或领航智能体的情形下, 文献 [7] 研究了有向拓扑结构下具有相同非线性动力学模型的多智能体系统的同步问题, 指出有向拓扑具有生成树是多智能体系统达到同步的必要条件; [8] 对有向拓扑的情形提出了广义代数连通性的概念, 指出对二阶非线性多智能体系统, 当广义代数连通性满足一定下界时, 系统将达成一致; [9] 提出了分布式非线性协议解决多智能体系统的一致性问题; [10] 研究了有向拓扑结构下离散非线性系统的一致性, 并考虑了拓扑结构时变的情形, 分别给出了系统达到一致的充分和充要条件. [10] 中系统的动力学模型满足凸性,

收稿日期: 2010-08-13; 修回日期: 2010-11-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61004072, 61174200).

作者简介: 马广富(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事航天器导航、制导与控制等研究; 梅杰(1986—), 男, 博士生, 从事非线性系统协同控制的研究.

即下一时刻系统的状态必位于当前时刻状态形成的凸包内. [11] 将 [10] 的结论推广到连续系统情形, 系统的动力学模型同样满足类似 [10] 的条件.

在存在期望轨迹或领航智能体的情形下, 文献 [12] 基于无源性框架, 在无向拓扑结构中研究了非线性多智能体系统的队形控制问题, 整个系统跟踪相同的期望速度; [13] 在有向拓扑结构中研究了非线性多智能体系统跟踪常值轨迹的牵制控制, 仅有部分智能体知道期望轨迹的信息, 并且提出只要系统的非线性耦合项与拓扑结构的权值矩阵满足一定的条件, 系统将跟踪常值期望轨迹, 但没有对智能体间的拓扑结构进行分析.

本文在有向拓扑结构中研究了一般非线性多智能体系统的协调跟踪问题. 当领航智能体与跟随智能体之间的拓扑结构具有有向生成树, 即存在领航智能体到所有跟随智能体的有向路径, 且当控制增益满足一定条件时, 将实现对领航智能体的跟踪. 与文献 [1-6] 相比, 本文考虑的是一般的非线性系统; 与 [7-11] 相比, 本文研究了非线性多智能体的协调跟踪问题; 与 [12-13] 相比, 本文在有向拓扑结构下研究了一般非线性系统的协调跟踪, 且系统仅满足 Lipschitz 条件.

## 2 数学背景与模型描述

假设  $n+1$  个智能体, 由  $n$  个为跟随智能体 (记为  $1, 2, \dots, n$ ) 和 1 个领航智能体 (记为 0) 组成. 跟随智能体  $i$  的动力学模型由如下非线性方程表示:

$$\dot{x}_i = f(t, x_i) + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

其中:  $x_i \in \mathbf{R}^p$  为跟随智能体  $i$  的状态矢量,  $u_i \in \mathbf{R}^p$  为作用在跟随智能体  $i$  上的控制输入,  $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^p \rightarrow \mathbf{R}^p$  为连续可微的非线性向量值函数.

设领航智能体 0 的动力学模型为

$$\dot{x}_0 = f(t, x_0), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

其中:  $x_0 \in \mathbf{R}^p$  为领航智能体 0 的状态矢量.

假设非线性动力学方程  $f(t, x)$  满足如下 Lipschitz 条件<sup>[14]</sup>:

$$\|f(t, x) - f(t, y)\| \leq l \|x - y\|. \quad (3)$$

其中:  $x, y \in \mathbf{R}^p$ ;  $l > 0$  为正常数;  $\|\cdot\|$  为 Euclidean 范数. 上述条件用于保证系统 (2) 解的存在和唯一性. 本文研究非线性多智能体系统的协调跟踪, 即在仅有部分跟随智能体能获取领航智能体信息的情形下, 对每个跟随智能体设计控制器  $u_i$ , 实现对领航智能体的跟踪. 具体问题由如下定义给出:

**定义 1** 若设计的分布式控制律使  $\lim_{t \rightarrow \infty} x_i = x_0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ , 则称多智能体系统实现了对领航智能体的跟踪.

本文利用有向图来描述智能体间的拓扑结构. 首先对文中涉及的图论相关知识进行简单的介绍, 关于图论的详细内容可参考文献 [15]. 图是由若干给定的顶点及连接两顶点的边所构成的图形, 记为  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$ . 其中:  $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  为所有顶点组成的集合,  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  为所有边组成的集合,  $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$  为带权的邻接矩阵. 在本文中,  $v_i$  表示跟踪智能体  $i$ . 边  $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$  表示跟踪智能体  $j$  能够获取跟踪智能体  $i$  的信息, 并称  $v_i$  为  $v_j$  的父节点, 记  $v_j$  所有父节点的集合为  $\mathcal{N}_j$ . 邻接矩阵的元素  $a_{ij}$  为跟踪智能体  $i$  和  $j$  之间通讯的权值, 当  $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$  时,  $a_{ij} > 0$ ; 否则,  $a_{ij} = 0$ . 一般假设顶点与自身没有连通性, 即  $a_{ii} = 0$ . 如果  $(v_j, v_i) \in \mathcal{E} \iff (v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ , 即  $a_{ij} = a_{ji}$ , 则图  $\mathcal{G}$  为无向图.

图的路径为一个有限的顶点序列  $v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_k}$ , 满足  $(v_{i_s}, v_{i_{s+1}}) \in \mathcal{E}$ . 有向树是一类特殊的有向图, 它有且仅有一个节点没有父节点, 称为根节点, 其余所有的节点有且仅有一个父节点. 有向图  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$  的有向生成树是一个有向树, 其顶点集合为  $\mathcal{V}$ , 边的集合为  $\mathcal{E}$  的子集. 如果有向图  $\mathcal{G}$  具有有向生成树, 则至少有一个节点存在到其余任意节点的有向路径.

图  $\mathcal{G}$  的 Laplacian 矩阵  $L_A$  定义为

$$L_A = \mathcal{D} - \mathcal{A}, \quad (4)$$

其中  $\mathcal{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ . 这里:  $\text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$  表示以  $d_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为对角线元素的对角矩阵,  $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ .

对于有向图及其 Laplacian 矩阵, 有如下重要结论:

**引理 1**<sup>[1]</sup> 有向图  $\mathcal{G}$  的 Laplacian 矩阵只有一个特征值为零, 当且仅当  $\mathcal{G}$  具有有向生成树.

## 3 控制律设计

在仅有部分跟随智能体能获取领航智能体信息的情形下, 设计分布式控制律, 使得所有跟随智能体实现对领航智能体的跟踪, 即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i \rightarrow x_0, i = 1, 2, \dots, n$ .

对系统 (1), 基于一致性算法<sup>[1-3]</sup>, 设计如下分布式控制:

$$u_i = -\alpha \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i - x_j) + a_{i0} (x_i - x_0) \right]. \quad (5)$$

其中:  $\alpha > 0$ ; 当跟随智能体  $i$  可获取领航智能体的信息时,  $a_{i0} > 0$ ; 否则,  $a_{i0} = 0$ .

在控制输入 (5) 的作用下, 利用式 (2), 记  $\tilde{x}_i = x_i - x_0$ , 则式 (1) 可变化为

$$\dot{\tilde{x}}_i = -\alpha \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}(\tilde{x}_i - \tilde{x}_j) + a_{i0}\tilde{x}_i \right] + f(t, x_i) - f(t, x_0), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

记  $\tilde{x} = [\tilde{x}_1^T, \tilde{x}_2^T, \dots, \tilde{x}_n^T]^T$ ,  $F(t, \tilde{x}) = [(f(t, x_1) - f(t, x_0))^T, \dots, (f(t, x_n) - f(t, x_0))^T]^T$ , 那么式 (6) 可写为

$$\dot{\tilde{x}} = -\alpha(H \otimes I_p)\tilde{x} + F(t, \tilde{x}). \quad (7)$$

其中:  $H \triangleq L_A + \text{diag}(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})$ ,  $L_A$  为跟随智能体拓扑图  $\mathcal{G}$  的 Laplacian 矩阵,  $\otimes$  为 Kronecker 积,  $I_p$  为  $p \times p$  阶单位矩阵.

考虑所有跟随智能体和领航智能体之间的拓扑结构, 用图  $\mathcal{G}_{n+1}$  表示. 由于领航智能体不接收跟随智能体的信息, 当有向图  $\mathcal{G}_{n+1}$  具有有向生成树时, 该生成树的根节点必为领航智能体 0, 即领航智能体 0 存在到所有跟随智能体的有向路径.

**定理 1** 假设有向图  $\mathcal{G}_{n+1}$  具有有向生成树, 即存在领航智能体 0 到所有跟随智能体的有向路径, 那么存在对称正定矩阵  $P$ , 使得  $PH + H^T P$  为对称正定矩阵. 将分布式控制算法 (5) 作用于系统 (1), 若选取  $\alpha$  满足如下不等式:

$$\alpha > \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(PH + H^T P)}, \quad (8)$$

其中:  $\lambda_{\max}(\cdot), \lambda_{\min}(\cdot)$  分别表示矩阵的最大和最小特征值. 则系统能实现所有跟踪智能体对领航智能体的跟踪, 即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i(t) \rightarrow x_0(t), i = 1, 2, \dots, n$ .

**证明** 首先证明定理的第 1 部分. 将领航智能体 0 看作第  $n+1$  个智能体, 则图  $\mathcal{G}_{n+1}$  的 Laplacian 矩阵  $L_{n+1}$  可写为如下分块矩阵的形式:

$$L_{n+1} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^n a_{1j} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} & -a_{10} \\ -a_{21} & \sum_{j=0}^n a_{2j} & \cdots & -a_{2n} & -a_{20} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & \sum_{j=0}^n a_{nj} & -a_{n0} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & -a_0 \\ \mathbf{0}_n^T & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

其中:  $H$  如式 (7) 中定义,  $a_0 = [a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0}]^T$ ,  $\mathbf{0}_n$  为元素全为零的  $n$  维列向量.

如果  $\mathcal{G}_{n+1}$  具有有向生成树, 由引理 1 可知,  $L_{n+1}$  有且仅有一个特征值为零. 注意到式 (9) 中,  $L_{n+1}$  最后一行所有元素均为零, 因此可得矩阵  $H$  没有为零的特征值. 由 Gersgorin 圆盘定理<sup>[16]</sup>可知,  $H$  的特征值  $z$  位于如下  $n$  个圆盘的并集中:

$$\left\| z - \sum_{j=0}^n a_{ij} \right\| \leq \sum_{j=1}^n \|a_{ij}\|, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

其中:  $a_{ij} \geq 0, i, j = 1, 2, \dots, n$ , 即  $\sum_{j=1}^n \|a_{ij}\| = \sum_{j=1}^n a_{ij}$ .

则由式 (10) 可知

$$a_{i0} \leq \text{Re}(z) \leq a_{i0} + 2 \sum_{j=1}^n a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

其中  $\text{Re}(z)$  为复数  $z$  的实部. 由式 (11) 可知, 矩阵  $H$  的特征值位于虚轴或虚轴的右半平面, 而当  $\text{Re}(z) = 0$  时,  $a_{i0} = 0$ , 则式 (10) 可以写为

$$\left\| z - \sum_{j=1}^n a_{ij} \right\| \leq \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

由此可知  $z = 0$ , 即矩阵  $H$  的特征值为零点或位于虚轴的右半平面. 注意到  $H$  没有为零的特征值, 因此  $H$  所有特征值的实部均大于零. 那么存在对称正定矩阵  $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 使得  $PH + H^T P$  为对称正定的, 即  $\lambda_{\min}(PH + H^T P) > 0$ .

接下来证明定理的第 2 部分. 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V = \tilde{x}^T (P \otimes I_p) \tilde{x}. \quad (12)$$

由实值向量 Euclidean 范数的定义<sup>[16]</sup>和 Lipschitz 条件 (3) 可知

$$\begin{aligned} \|F(t, \tilde{x})\| &= \| [f(t, x_1) - f(t, x_0), \dots, \\ &\quad f(t, x_n) - f(t, x_0)]^T \| \leq \\ &= l \| [\|\tilde{x}_1\|, \dots, \|\tilde{x}_n\|]^T \| = l \|\tilde{x}\|. \end{aligned} \quad (13)$$

对式 (12) 沿闭环动力学 (7) 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{x}^T (P \otimes I_p) \dot{\tilde{x}} + \dot{\tilde{x}}^T (P \otimes I_p) \tilde{x} = \\ &= -\alpha \tilde{x}^T (P \otimes I_p) (H \otimes I_p) \tilde{x} + \tilde{x}^T (P \otimes I_p) F - \\ &= \alpha [(H \otimes I_p) \tilde{x}]^T (P \otimes I_p) \tilde{x} + F^T (P \otimes I_p) \tilde{x} = \\ &= -\alpha \tilde{x}^T [(PH + H^T P) \otimes I_p] \tilde{x} + 2\tilde{x}^T (P \otimes I_p) F \leq \\ &= -\alpha \lambda_{\min}(PH + H^T P) \|\tilde{x}\|^2 + 2\|\tilde{x}\| \| (P \otimes I_p) F \| \leq \\ &= -\alpha \lambda_{\min}(PH + H^T P) \|\tilde{x}\|^2 + 2l \lambda_{\max}(P) \|\tilde{x}\|^2 = \\ &= -\left( \alpha - \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(PH + H^T P)} \right) \lambda_{\min}(PH + H^T P) \|\tilde{x}\|^2. \end{aligned} \quad (14)$$

选取  $\alpha$  满足式 (8), 可知当  $\|\tilde{x}\| > 0$  时,  $\dot{V} < 0$ . 由式 (12) 和 (7) 可知,  $\tilde{x}$  和  $\dot{\tilde{x}}$  均为有界的. 由 Barbalat 引理<sup>[14]</sup>可知, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\dot{V} \rightarrow 0$ . 注意到式 (14) 右端

$$-\left( \alpha - \frac{2\lambda_{\max}(P)l}{\lambda_{\min}(PH + H^T P)} \right) \lambda_{\min}(PH + H^T P) \|\tilde{x}\|^2 \leq 0,$$

那么当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\tilde{x} \rightarrow \mathbf{0}_{np}$ . 即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i(t) \rightarrow x_0(t), i = 1, 2, \dots, n$ . 由此定理可证.  $\square$

**注 1** 上述定理需要图  $\mathcal{G}_{n+1}$  具有有向生成树的条件. 事实上, 这种拓扑结构是系统 (1) 从任意初值实

现协调跟踪的必要条件. 如果图  $\mathcal{G}_{n+1}$  不具有有向生成树, 即存在一部分跟随智能体, 记为  $\mathcal{V}_1 \subseteq \mathcal{V}$ , 则对任意  $v_i \in \mathcal{V}_1$ , 智能体  $i$  不能获取领航智能体和其他跟随智能体  $j(v_j \in \mathcal{V}/\mathcal{V}_1)$  的信息. 对这部分智能体取相同的初值  $\bar{x}$ , 且满足  $\bar{x} \neq x_0(0)$ . 由控制算法 (5) 可知,  $u_i = 0, i \in \mathcal{V}_1$ , 即  $x_i(t)$  为方程  $\dot{s} = f(t, s), s(0) = \bar{x}$  的解,  $i \in \mathcal{V}_1$ . 而领航智能体的运动轨迹  $x_0(t)$  为方程  $\dot{s} = f(t, s), s(0) = x_0(0)$ . 注意到  $\bar{x} \neq x_0(0)$ , 故对一般满足 Lipschitz 条件的  $f$ , 不同的初值有不同的解. 因此, 无法保证跟随智能体  $i(i \in \mathcal{V}_1)$  可实现对领航智能体的跟踪.

**注 2**  $P$  可通过求解 Lyapunov 方程  $PH + H^T P = Q$  (可令  $Q$  为单位矩阵) 得出. 事实上, 式 (9) 给出了控制增益  $\alpha$  的一个下界. 对于本文考虑的有向固定拓扑, 在实际的控制中, 可通过系统的即时状态调整控制增益  $\alpha$ , 使得整个系统实现多领航智能体的跟踪. 在这种情况下并不需要知道  $P$  的精确值.

考虑智能体间的拓扑结构为无向图的特殊情况. 当存在领航智能体到所有跟随智能体的路径时, 由定理 1 的证明可得,  $H$  的每个特征值都具有正实部. 注意到对于无向拓扑结构,  $H$  是对称的, 那么  $H$  是对称正定的, 即  $\lambda_{\min}(H) > 0$ . 考虑 Lyapunov 函数  $V = \frac{1}{2} \tilde{x}^T \tilde{x}$ , 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\alpha \tilde{x}^T (H \otimes I_p) \tilde{x} + \tilde{x}^T F \leq \\ &= -\alpha \lambda_{\min}(H) \|\tilde{x}\|^2 + l \|\tilde{x}\|^2 = \\ &= -\left(\alpha - \frac{l}{\lambda_{\min}(H)}\right) \lambda_{\min}(H) \|\tilde{x}\|^2, \end{aligned}$$

则对于无向图有如下简化的结论成立:

**定理 2** 假设智能体间的拓扑结构为无向图, 且存在领航智能体 0 到所有跟随智能体的路径. 将分布式控制算法 (5) 作用于系统 (1), 当选取  $\alpha$  满足如下不等式:

$$\alpha > \frac{l}{\lambda_{\min}(H)} \quad (15)$$

时, 系统能实现所有跟踪智能体对领航智能体的跟踪, 即当  $t \rightarrow \infty$  时,  $x_i(t) \rightarrow x_0(t), i = 1, 2, \dots, n$ .

**注 3** 注意到智能体间的拓扑结构为无向图时,  $H$  为对称正定矩阵, 在定理 1 中取  $P = I_n$ , 那么式 (8) 变为 (15). 因此定理 2 为定理 1 的一个推论.

### 4 仿真分析

本节通过仿真实验验证控制算法的有效性. 考虑 6 个跟随智能体, 其动力学方程为

$$\dot{x}_i = \sin(x_i) + u_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

领航智能体的动力学方程为  $\dot{x}_0 = \sin(x_0)$ . 仿真实验中, 假设各智能体的初值分别为  $x_0(0) = 0, x_i(0) = -1 + 0.3i, i = 1, 2, \dots, 6$ . 图 1 为智能体间的拓扑关

系, 如果  $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ , 则  $a_{ij} = 1$ ; 否则,  $a_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, n$ . 跟随智能体 3 和 6 可以获取领航智能体 0 的信息, 即  $a_{i3} = a_{i6} = 1, a_{i1} = a_{i2} = a_{i4} = a_{i5} = 0$ . 控制增益  $\alpha = 2$ .

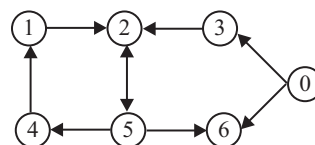


图 1 跟随智能体与领航智能体之间的拓扑关系

图 2 为跟踪智能体 1, 3, 5 与领航智能体的状态之差. 可以看出, 跟踪智能体能够实现领航智能体的渐近跟踪.

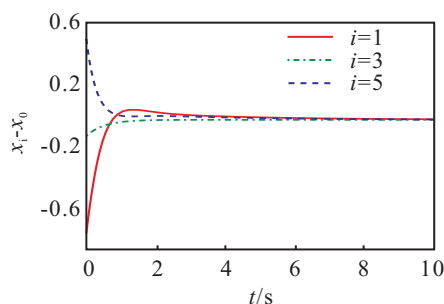


图 2 跟踪智能体 1, 3, 5 与领航智能体的状态之差

### 5 结 论

在仅有部分跟随智能体能获取领航智能体信息的情形下, 在有向拓扑结构下研究了非线性多智能体系统的协调跟踪控制问题. 本文中所考虑智能体的动力学模型为仅满足 Lipschitz 条件的一般非线性系统. 当领航智能体与跟随智能体之间的拓扑结构具有有向生成树时, 所设计的分布式控制律能实现跟随智能体对领航智能体的跟踪. 下一步的工作是考虑通信中存在时滞以及时变拓扑的情形.

### 参考文献(References)

- [1] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [2] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2007, 27(2): 71-82.
- [3] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [4] Mei Jie, Ren Wen, Ma Guang-fu. Distributed coordinated tracking with a dynamic leader for multiple Euler-Lagrange systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(6): 1415 - 1421.

(下转第 1871 页)