文章编号: 1001-0920 (2012) 01-0124-05

具有时变状态滞后的非线性 2-D 离散系统的稳定性与控制

彭 丹[a], 华长春[b]

(燕山大学 a. 理学院，b. 电气工程学院，河北 秦皇岛 066004)

摘 要: 考虑一类由局部状态空间 Fornasini-Marchesini (FM LSS) 第二模型描述的, 具有时变状态滞后非线性二维 (2-D) 离散系统的稳定性分析和控制问题. 时变状态滞后项的上、下界为正整数, 非线性项满足 Lipschitz 条件. 首先, 通过引入一个含有时滞上、下界的新 Lyapunov 函数, 给出了系统的稳定性准则; 然后设计了状态反馈控制器以保证系统的稳定性, 进而, 状态反馈控制律可由线性矩阵不等式求得; 最后通过数值算例表明了所得结果的有效性.

关键词: 非线性 2-D 系统；时变状态滞后；渐近稳定；状态反馈控制；线性矩阵不等式

中图分类号: TP273　　　　**文献标识码:** A

Stability and control of nonlinear 2-D discrete systems with time-varying state delays

PENG Dan[a], *HUA Chang-chun*[b]

(a. College of Science，b. Institute of Electrical Engineering，Yanshan University，Qinhuangdao 066004，China. Correspondent：PENG Dan，E-mail：dpeng1219@yahoo.com.cn)

Abstract: For a class of nonlinear two-dimensional(2-D) discrete systems with time-varying state delays, which are described by local state space(LSS) Fornasini-Marchesini(FM) second model, stability and control problems are considered. The upper and lower bounds of time-varying state delays are positive integers and the nonlinearity satisfies Lipschitz condition. Firstly, a stability criteria is proposed through introducing a new Lyapunov function with the bounds of delays. Then a state feedback controller is designed to assure the stability of nonlinear 2-D time-varying systems. Moreover, the state feedback control law can be obtained by solving linear matrix inequality(LMI). Finally, a numerical example shows the effectiveness of the results.

Key words: nonlinear 2-D systems；time-varying state delays；asymptotically stable；state feedback control；linear matrix inequality

1 引 言

许多实际系统通常可由二维 (2-D) 离散系统来描述[1], 在过去的几十年里, 2-D 离散系统已受到充分的重视, 并涌现出多种稳定性分析与控制方法[2-8]. 非线性特性普遍存在于各类动态系统[9], 线性模型只是实际对象的理想和近似. 随着科学技术的发展和研究的深入, 对这类系统控制精度的要求越来越高. 因此, 对非线性系统的研究具有重要的理论意义和实用价值.

由于信号传输和计算时延, 在一些 2-D 系统中, 时滞是不可避免的. 对于 2-D 模型描述的重复控制系统, 引入时滞可使控制精度更高[10]. 但时滞的存在通常是造成系统不稳定和破坏系统性能的根源, 因此, 研究 2-D 时滞系统是非常必要的. 尽管文献 [11-16] 考虑了 2-D 时滞系统的稳定性, H_∞ 控制和滤波问题, 但所有研究成果只是针对具有定常时滞的 2-D 系统给出的. 特别地, 文献 [17] 研究了非线性 2-D 状态滞后系统的鲁棒 H_∞ 控制问题, 但时滞仍是定常的. 目前, 尚未见到关于具有时变时滞非线性 2-D 离散系统的稳定性分析和控制的研究成果.

本文研究了具有时变状态滞后非线性 2-D 离散系统的稳定性分析和控制问题. 首先通过引入含有时变时滞项上下界的 Lyapunov 函数, 并结合非线性项

收稿日期: 2010-08-16；**修回日期:** 2011-01-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60804030, 60974018)；教育部新世纪人才支持项目(NCET-08-0658)；河北省杰出青年基金项目(F2011203110)；河北省高等学校自然科学基金项目(Z2011153)；秦皇岛市科学技术研究与发展计划项目(201101A107).

作者简介: 彭丹(1978−), 女, 讲师, 博士, 从事时滞系统, 2-D 系统等研究；华长春(1979−), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性动力系统控制、机器人遥操作等研究.

所满足的 Lipschitz 条件, 提出了系统的稳定性准则; 然后通过求解 LMI, 设计了保证系统稳定的状态反馈控制器; 最后, 数值算例验证了所得结果的有效性.

2　稳定性分析

考虑一类由 FM LSS 模型描述的具有时变时滞的非线性 2-D 离散系统

$$\begin{aligned}&x(i+1,j+1)=\\&A_1x(i+1,j)+A_2x(i,j+1)+\\&A_{1d}x(i+1,j-d_1(j))+A_{2d}x(i-d_2(i),j+1)+\\&Bf(x(i+1,j),x(i,j+1),\\&x(i+1,j-d_1(j),x(i-d_2(i),j+1)).\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $x(i,j)\in R^n$ 是状态向量; $A_k, A_{kd}(k=1,2)$ 和 B 是具有相应维数的常数矩阵; $d_1(j)$ 和 $d_2(i)$ 分别是水平和竖直方向的时变时滞项; $f(x(i+1,j),x(i,j+1),x(i+1,j-d_1(j),x(i-d_2(i),j+1))$ 是非线性项. 它们分别满足如下假设:

假设 1　时滞项 $d_1(j)$ 和 $d_2(i)$ 是时变的, 且满足

$$d_{1m}\leqslant d_1(j)\leqslant d_{1M},\ d_{2m}\leqslant d_2(i)\leqslant d_{2M},\tag{2}$$

其中 d_{lm} 和 $d_{lM}(l=1,2)$ 是正整数.

假设 2　存在已知的实常矩阵 S_1,S_2,S_3 和 S_4, 使得对于所有的 x_1,x_2,x_3 和 $x_4\in R^n$, 有

$$\begin{aligned}&\parallel f(x_1,x_2,x_3,x_4)\parallel\leqslant\\&\parallel S_1x_1\parallel+\parallel S_2x_2\parallel+\parallel S_3x_3\parallel+\parallel S_4x_4\parallel,\end{aligned}\tag{3}$$

且 $f(0,0,0,0)=0$.

系统 (1) 的边界条件具有如下形式:

$$\begin{aligned}&\{x(i,j)=\varphi_{i,j}\},\\&\forall i\geqslant 0,\ j=-d_{1M},-d_{1M}+1,\cdots,0;\\&\{x(i,j)=\psi_{i,j}\},\\&\forall j\geqslant 0,\ i=-d_{2M},-d_{2M}+1,\cdots,0;\\&\varphi_{0,0}=\psi_{0,0}.\end{aligned}\tag{4}$$

其中: 函数 $\varphi_{i,j}$ 和 $\psi_{i,j}$ 分别满足

$$\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=-d_1}^{0}\varphi_{i,j}^{\mathrm T}\varphi_{i,j}<\infty,\ \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{i=-d_2}^{0}\psi_{i,j}^{\mathrm T}\psi_{i,j}<\infty.$$

记 $X_r=\sup\{\parallel x(i,j)\parallel: i+j=r, i,j\in Z\}$, 下面给出系统 (1) 渐近稳定的定义以及保证其稳定的引理.

定义 1　如果对于任意的边界条件 (4), 2-D 系统 (1) 满足 $\lim\limits_{r\to\infty}X_r=0$, 则称系统是渐近稳定的.

引理 1　如果存在常数 $\varepsilon>0$, 正定矩阵 $P>0$, $Q>0, P-Q>0, R_{kl}>0$ 和 $Z_k>0(k,l=1,2)$, 使得下面的 LMI 成立:

$$\varPhi=\begin{bmatrix}\varPhi_1&\varPhi_2^{\mathrm T}&0\\\varPhi_2&-\varepsilon I+B^{\mathrm T}PB&0\\0&0&\varPhi_3\end{bmatrix}<0.\tag{5}$$

其中

$$\varPhi_1=\begin{bmatrix}\varPhi_{11}&A_1^{\mathrm T}PA_2&A_1^{\mathrm T}PA_{1d}&A_1^{\mathrm T}PA_{2d}\\A_2^{\mathrm T}PA_1&\varPhi_{22}&A_2^{\mathrm T}PA_{1d}&A_2^{\mathrm T}PA_{2d}\\A_{1d}^{\mathrm T}PA_1&A_{1d}^{\mathrm T}PA_2&\varPhi_{33}&A_{1d}^{\mathrm T}PA_{2d}\\A_{2d}^{\mathrm T}PA_1&A_{2d}^{\mathrm T}PA_2&A_{2d}^{\mathrm T}PA_{1d}&\varPhi_{44}\end{bmatrix},$$

$$\varPhi_{11}=A_1^{\mathrm T}PA_1-Q+R_{11}+R_{12}+Z_1+2\varepsilon S_1^{\mathrm T}S_1,$$

$$\varPhi_{22}=A_2^{\mathrm T}PA_2-P+Q+R_{21}+R_{22}+Z_2+2\varepsilon S_2^{\mathrm T}S_2,$$

$$\varPhi_{33}=A_{1d}^{\mathrm T}PA_{1d}-Z_1+2\varepsilon S_3^{\mathrm T}S_3,$$

$$\varPhi_{44}=A_{2d}^{\mathrm T}PA_{2d}-Z_2+2\varepsilon S_4^{\mathrm T}S_4,$$

$$\varPhi_2=[\,B^{\mathrm T}PA_1,\ B^{\mathrm T}PA_2,\ B^{\mathrm T}PA_{1d},\ B^{\mathrm T}PA_{2d}\,],$$

$$\varPhi_3=\mathrm{diag}(-R_{11},-R_{21},-R_{12},-R_{22}).$$

则满足假设 1, 假设 2 和边界条件 (4) 的非线性 2-D 时变时滞系统 (1) 是渐近稳定的.

证明　记 $x_{\xi,\eta}=x(i+\xi,j+\eta)$. 选取一个新的 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}&V_{11}(i,j)=\\&x_{1,1}^{\mathrm T}Px_{1,1}+\\&\sum_{l=-d_1(j)}^{-1}x_{1,l+1}^{\mathrm T}Z_1x_{1,l+1}+\sum_{l=-d_2(i)}^{-1}x_{l+1,1}^{\mathrm T}Z_2x_{l+1,1}+\\&\sum_{l=-d_{1M}}^{-1}x_{1,l+1}^{\mathrm T}R_{11}x_{1,l+1}+\sum_{l=-d_{2M}}^{-1}x_{l+1,1}^{\mathrm T}R_{21}x_{l+1,1}+\\&\sum_{l=-d_{1m}}^{-1}x_{1,l+1}^{\mathrm T}R_{12}x_{1,l+1}+\sum_{l=-d_{2m}}^{-1}x_{l+1,1}^{\mathrm T}R_{22}x_{l+1,1},\\&V_{d1}(i,j)=x_{1,0}^{\mathrm T}Qx_{1,0}+\sum_{l=-d_1(j)}^{-1}x_{1,l}^{\mathrm T}Z_1x_{1,l}+\\&\qquad\sum_{l=-d_{1M}}^{-1}x_{1,l}^{\mathrm T}R_{11}x_{1,l}+\sum_{l=-d_{1m}}^{-1}x_{1,l}^{\mathrm T}R_{12}x_{1,l},\\&V_{d2}(i,j)=x_{0,1}^{\mathrm T}(P-Q)x_{0,1}+\sum_{l=-d_2(i)}^{-1}x_{l,1}^{\mathrm T}Z_2x_{l,1}+\\&\qquad\sum_{l=-d_{2M}}^{-1}x_{l,1}^{\mathrm T}R_{21}x_{l,1}+\sum_{l=-d_{2m}}^{-1}x_{l,1}^{\mathrm T}R_{22}x_{l,1}.\end{aligned}\tag{6}$$

其中: $P>0, Q>0, P-Q>0, R_{kl}>0, Z_k>0\,(k,l=1,2)$. 对于系统 (1), 定义并计算 $\Delta V(i,j)$, 有

$$\begin{aligned}&\Delta V(i,j)=\\&V_{11}(i,j)-V_{d1}(i,j)-V_{d2}(i,j)=\\&(Ax+A_dx_d+Bf(x_{1,0},x_{0,1},x_{1,-d_1(j)},x_{-d_2(i),1}))^{\mathrm T}P\times\end{aligned}$$

$$(Ax + A_dx_d + Bf(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1}))-$$
$$x^{\mathrm{T}}\overline{Q}x + x^{\mathrm{T}}Zx + x^{\mathrm{T}}R_1x-$$
$$x_{dM}^{\mathrm{T}}R_1x_{dM} + x^{\mathrm{T}}R_2x - x_{dm}^{\mathrm{T}}R_2x_{dm} =$$
$$(Ax + A_dx_d)^{\mathrm{T}}P(Ax + A_dx_d) + 2(Ax + A_dx_d)^{\mathrm{T}}\times$$
$$PBf(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})-$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})^{\mathrm{T}}(\varepsilon I - B^{\mathrm{T}}PB)\times$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})+$$
$$\varepsilon f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})^{\mathrm{T}}\times$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1}) + x^{\mathrm{T}}(R_1 + R_2)x+$$
$$x^{\mathrm{T}}(Z - \overline{Q})x - x_{dM}^{\mathrm{T}}R_1x_{dM} - x_{dm}^{\mathrm{T}}R_2x_{dm}. \tag{7}$$

其中

$$x = [\ x_{1,0}^{\mathrm{T}},\ x_{0,1}^{\mathrm{T}}\ ]^{\mathrm{T}},\ x_{dM} = [\ x_{1,-d_{1M}}^{\mathrm{T}},\ x_{-d_{2M},1}^{\mathrm{T}}\ ]^{\mathrm{T}},$$
$$x_d = [\ x_{1,-d_1(j)}^{\mathrm{T}},\ x_{-d_2(i),1}^{\mathrm{T}}\ ],$$
$$x_{dm} = [\ x_{1,-d_{1m}}^{\mathrm{T}},\ x_{-d_{2m},1}^{\mathrm{T}}\ ],$$
$$A = [\ A_1,\ A_2\ ],\ A_d = [\ A_{1d},\ A_{2d}\ ],$$
$$Z = \mathrm{diag}(Z_1, Z_2),\ \overline{Q} = \mathrm{diag}(Q, P - Q),$$
$$R_k = \mathrm{diag}(R_{1k},\ R_{2k}),\ k = 1, 2.$$

注意到 LMI (5) 隐含

$$\varepsilon I - B^{\mathrm{T}}PB > 0,$$

则有

$$2(Ax + A_dx_d)^{\mathrm{T}}PBf(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})-$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})^{\mathrm{T}}(\varepsilon I - B^{\mathrm{T}}PB)\times$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})+$$
$$\varepsilon f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})^{\mathrm{T}}\times$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1}) \leqslant$$
$$(Ax + A_dx_d)^{\mathrm{T}}PB(\varepsilon I - B^{\mathrm{T}}PB)^{-1}\times$$
$$B^{\mathrm{T}}P(Ax + A_dx_d)+$$
$$\varepsilon f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})^{\mathrm{T}}\times$$
$$f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1}). \tag{8}$$

另一方面, 根据假设 1, 有

$$\|\ f(x_{1,0}, x_{0,1}, x_{1,-d_1(j)}, x_{-d_2(i),1})\ \|^2 \leqslant$$
$$2\ \|\ S_1x_{1,0}\ \|^2 + 2\ \|\ S_2x_{0,1}\ \|^2 +$$
$$2\ \|\ S_3x_{1,-d_1(j)}\ \|^2 + 2\ \|\ S_4x_{-d_2(i),1}\ \|^2. \tag{9}$$

结合式 (7) 和 (8), 得

$$\Delta V(i, j) \leqslant$$
$$(Ax + A_dx_d)^{\mathrm{T}}P(Ax + A_dx_d)+$$
$$(Ax + A_dx_d)^{\mathrm{T}}PB(\varepsilon I - B^{\mathrm{T}}PB)^{-1}B^{\mathrm{T}}P\times$$
$$(Ax + A_dx_d) + x^{\mathrm{T}}(R_1 + R_2 + Z - \overline{Q})x+$$
$$2\varepsilon x_{1,0}^{\mathrm{T}}S_1^{\mathrm{T}}S_1x_{1,0} + 2\varepsilon x_{1,-d_1(j)}^{\mathrm{T}}S_3^{\mathrm{T}}S_3x_{1,-d_1(j)}+$$
$$2\varepsilon x_{0,1}^{\mathrm{T}}S_2^{\mathrm{T}}S_2x_{0,1} + 2\varepsilon x_{-d_2(i),1}^{\mathrm{T}}S_4^{\mathrm{T}}S_4x_{-d_2(i),1}-$$
$$x_d^{\mathrm{T}}Zx_d - x_{dM}^{\mathrm{T}}R_1x_{dM} - x_{dm}^{\mathrm{T}}R_2x_{dm} = \xi^{\mathrm{T}}\varPi\xi.$$

其中

$$\xi = [\ x^{\mathrm{T}},\ x_d^{\mathrm{T}},\ x_{dM}^{\mathrm{T}},\ x_{dm}^{\mathrm{T}}\ ]^{\mathrm{T}},$$
$$\varPi = \begin{bmatrix} \varPhi_1 & 0 \\ 0 & \varPhi_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varPhi_2^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix}(\varepsilon I - B^{\mathrm{T}}PB)^{-1}\begin{bmatrix} \varPhi_2^{\mathrm{T}} \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

根据 Schur 补性质可知, LMI (5) 能保证 $\varPi < 0$, 进而 $\Delta V(i, j) < 0$ 对于任意的 $\xi \neq 0$ 成立. 因此, 如果 LMI (5) 可行, 则 2-D 系统 (1) 是渐近稳定的. □

注 1 考虑到时变时滞项的上下界, 引入含有更多正定加权矩阵的 Lyapunov 函数 (6). 进而, 得到非线性 2-D 时变时滞系统 (1) 的一个稳定性准则.

3 状态反馈控制器设计

下面通过状态反馈实现具有时变状态滞后的非线性 2-D 离散系统的稳定化控制. 所设计的状态反馈控制器可由 LMI 求得, 并保证系统的稳定性.

考虑具有控制输入的非线性 2-D 时变时滞系统

$$x(i + 1, j + 1) =$$
$$A_1x(i + 1, j) + A_2x(i, j + 1)+$$
$$A_{1d}x(i + 1, j - d_1(j))+$$
$$A_{2d}x(i - d_2(i), j + 1)+$$
$$Bf(x(i + 1, j), x(i, j + 1),$$
$$x(i + 1, j - d_1(j), x(i - d_2(i), j + 1))+$$
$$C_1u(i + 1, j) + C_2u(i, j + 1). \tag{10}$$

其中: $u(i, j) \in R^m$ 是系统的输入向量, $C_k(k = 1, 2)$ 是具有相应维数的常数矩阵. 系统 (10) 满足假设 1 和假设 2 且边界条件可由式 (4) 表示.

选取具有一般形式的 2-D 状态反馈控制器为

$$u(i, j) = Kx(i, j), \tag{11}$$

其中 K 是状态反馈控制律. 则闭环系统可表示为

$$x(i + 1, j + 1) =$$
$$(A_1 + C_1K)x(i + 1, j)+$$
$$(A_2 + C_2K)x(i, j + 1)+$$
$$A_{1d}x(i + 1, j - d_1(j))+$$
$$A_{2d}x(i - d_2(i), j + 1)+$$
$$Bf(x(i + 1, j), x(i, j + 1),$$
$$x(i + 1, j - d_1(j), x(i - d_2(i), j + 1)). \tag{12}$$

本文目的是寻求 2-D 状态反馈控制器 (11), 使得闭环系统 (12) 渐近稳定. 由此可得如下定理:

定理 1 对于满足假设 1, 假设 2 和边界条件 (4) 的非线性 2-D 时变时滞系统 (10), 如果存在常数 $\varepsilon >$

0, 正定矩阵 $\widetilde{P}>0, \widetilde{Q}>0, \widetilde{P}-\widetilde{Q}>0, R_{kl}>0, \widetilde{Z}_k>0$ $(k,l=1,2)$ 和矩阵 N, 使得下面的 LMI 成立:

$$\Theta=\begin{bmatrix}\Theta_{11} & \Theta_{21}^{\rm T} & \Theta_{31}^{\rm T} & 0\\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & 0 & 0\\ \Theta_{31} & 0 & \Theta_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{44}\end{bmatrix}<0. \tag{13}$$

其中

$$\Theta_{11}={\rm diag}(-\widetilde{Q}+\widetilde{R}_{11}+\widetilde{R}_{12}+\widetilde{Z}_1,-\widetilde{P}+\widetilde{Q}+\widetilde{R}_{21}+\widetilde{R}_{22}+\widetilde{Z}_2,-\widetilde{Z}_1,-\widetilde{Z}_2),$$

$$\Theta_{21}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ A_1\widetilde{P}+C_1N & A_2\widetilde{P}+C_2N & A_{1d}\widetilde{P} & A_{2d}\widetilde{P}\end{bmatrix},$$

$$\Theta_{22}=\begin{bmatrix}-\widetilde{\varepsilon}I & \widetilde{\varepsilon}B^{\rm T}\\ \widetilde{\varepsilon}B & -\widetilde{P}\end{bmatrix},$$

$$\Theta_{31}={\rm diag}(2S_1\widetilde{P},2S_2\widetilde{P},2S_3\widetilde{P},2S_4\widetilde{P}),$$

$$\Theta_{33}={\rm diag}(-2\widetilde{\varepsilon}I,-2\widetilde{\varepsilon}I,-2\widetilde{\varepsilon}I,-2\widetilde{\varepsilon}I),$$

$$\Theta_{44}={\rm diag}(-\widetilde{R}_{11},-\widetilde{R}_{21},-\widetilde{R}_{12},-\widetilde{R}_{22}).$$

则在状态反馈控制器 (11) 的作用下, 系统是渐近稳定的. 进而, 相应的状态反馈控制器形式为

$$u(i,j)=N\widetilde{P}^{-1}x(i,j). \tag{14}$$

证明　将引理 1 用于闭环系统 (12), 根据 Schur 补性质, 如果 LMI

$$\boldsymbol{\Theta}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Theta}_{11} & \boldsymbol{\Theta}_{21}^{\rm T} & \boldsymbol{\Theta}_{31}^{\rm T} & 0\\ \boldsymbol{\Theta}_{21} & \boldsymbol{\Theta}_{22} & 0 & 0\\ \boldsymbol{\Theta}_{31} & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{33} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{\Theta}_{44}\end{bmatrix}<0 \tag{15}$$

成立, 则闭环系统 (12) 渐近稳定. 其中

$$\boldsymbol{\Theta}_{11}={\rm diag}(-Q+R_{11}+R_{12}+Z_1,-P+Q+R_{21}+R_{22}+Z_2,-Z_1,-Z_2),$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{21}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ P\overline{A}_1 & P\overline{A}_2 & PA_{1d} & PA_{2d}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{22}=\begin{bmatrix}-\varepsilon I & B^{\rm T}P\\ PB & -P\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{31}={\rm diag}(2S_1,2S_2,2S_3,2S_4),$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{33}={\rm diag}(-\varepsilon^{-1}I,-\varepsilon^{-1}I,-\varepsilon^{-1}I,-\varepsilon^{-1}I),$$

$$\boldsymbol{\Theta}_{44}={\rm diag}(-R_{11},-R_{21},-R_{12},-R_{22}).$$

令 $\widetilde{\varepsilon}=\varepsilon^{-1}, \widetilde{P}=P^{-1}, \widetilde{Q}=\widetilde{P}Q\widetilde{P}, \widetilde{R}_{kl}=\widetilde{P}R_{kl}\widetilde{P}, \widetilde{Z}_k=\widetilde{P}Z_k\widetilde{P}, N=K\widetilde{P}$, 再用 ${\rm diag}(\widetilde{P},\widetilde{P},\widetilde{P},\widetilde{P},\widetilde{\varepsilon},\widetilde{P},I,I,I,I,\widetilde{P},\widetilde{P},\widetilde{P},\widetilde{P})$ 分别左乘和右乘 LMI(15), 可得 LMI (13). 从而, 由 $N=K\widetilde{P}$, 求得状态反馈控制律为 $K=N\widetilde{P}^{-1}$. □

4　数值算例

考虑非线性 2-D 时变时滞系统 (10), 其系统矩阵具有如下形式:

$$A_1=\begin{bmatrix}0.4 & 0\\ 0.2 & 0.1\end{bmatrix},\ A_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$A_{1d}=\begin{bmatrix}0.1 & 0.1\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},\ A_{2d}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}0.3 & 0.2\\ 0.2 & 0.1\end{bmatrix},\ C_1=\begin{bmatrix}0.3 & 0.1\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$C_2=\begin{bmatrix}0 & 0.2\\ 0.1 & 0.1\end{bmatrix}. \tag{16}$$

时变时滞项 $d_1(j)$ 和 $d_2(i)$ 的上下界假设为

$$1\leqslant d_1(j)\leqslant 8,\ 3\leqslant d_2(i)\leqslant 11. \tag{17}$$

非线性项 $f(x(i+1,j),x(i,j+1),x(i+1,j-d_1(j)),x(i-d_2(i),j+1))$ 满足假设 2. 其中

$$S_1=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},\ S_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0.2\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},$$

$$S_3=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix},\ S_4=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}. \tag{18}$$

应用 Matlab LMI 工具箱求解 LMI(13), 得

$$\widetilde{P}=\begin{bmatrix}2.6219 & -0.6384\\ -0.6384 & 2.0320\end{bmatrix},$$

$$N=\begin{bmatrix}-3.7451 & 0.0127\\ 1.2578 & -1.4073\end{bmatrix}.$$

由式 (14), 保证系统 (10) 稳定的状态反馈控制律为

$$K=\begin{bmatrix}-1.3835 & 0.1843\\ -0.1773 & -0.7482\end{bmatrix}. \tag{19}$$

图 1 是系统 (16)~(18) 结合状态反馈控制律 (19) 得到的闭环系统状态 $x_1(i,j)$ 的响应曲线. 它表明状态 $x_1(i,j)$ 在区间 $[-1,\ 1]$ 内摆动, 当竖直方向 $i=0$ 或水平方向 $j=0$ 时, 摆动较大; 随着 i 和 j 的增大, 状态 $x_1(i,j)$ 的摆动越来越小, 并逐渐趋于 0, 即状态 $x_1(i,j)$ 是渐近稳定的. 因此, 具有控制律 (19) 的状态反馈控制器 (11) 保证了系统 (16)~(18) 的稳定性.

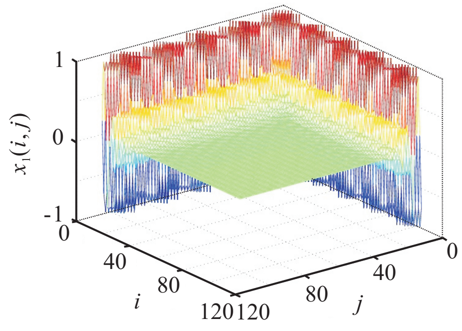

图 1　闭环系统状态 $\boldsymbol{x}_1(\boldsymbol{i},\boldsymbol{j})$ 的响应曲线

5　结　论

本文考虑了具有时变状态滞后的非线性 2-D 离散系统的稳定性分析和控制问题. 首先利用 Lyapunov

方法, 给出了一个新的系统稳定性准则; 然后基于所提出的准则, 通过状态反馈实现了系统的稳定化控制, 并由LMI的可行性, 给出了控制器的设计方法; 最后, 通过数值算例验证了本文方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Kaczorek T. Two-dimensional linear systems[M]. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Berlin, 1985.

[2] Wang Zidong, Liu Xiaohui. Robust stability of two-dimensional uncertain discrete systems[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(5): 33-136.

[3] Gao Huijun, Lam J, Xu Shengyuan, et al. Stability and stabilization of uncertain 2-D discrete systems with stochastic perturbation[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2005, 16(1): 85-106.

[4] Liu T. Stability analysis of 2-D systems[J]. Signal Process, 2008, 88(8): 2078-2084.

[5] Du Chunling, Xie Lihua, Zhang Cishen. H_∞ control and robust stabilization of two-dimensional systems in Roesser models[J]. Automatica, 2001, 37(2): 205-211.

[6] Feng Z Y, Xu L, Anazawa Y. Sufficient LMI conditions for H_∞ static output feedback control of 2-D systems[C]. The 11th Int Conf on Control, Automation, Robotics and Vision. Singapore, 2010: 57-60.

[7] Feng Z Y, Xu L. H_∞ static output feedback controller design for two-dimensional discrete systems in Roesser model[C]. 2010 IEEE Conf on Systems and Control. Yokohama, 2010: 1790-1794.

[8] Guan Xinping, Long Chengnian, Duan Guangren. Robust optimal guaranteed cost control for 2D discrete systems[J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 2001, 148(5): 355-361.

[9] 冯纯伯, 费树岷. 非线性控制系统分析与设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 1998.
(Feng C B, Fei S M. Analysis and design for nonlinear control systems[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 1998.)

[10] She Jinhua, Zhou L, Wu Min, et al. State-observer based two-dimensional robust repetitive control[C]. Proc of European Control Conf. Budapest: Hungary, 2009: 1517-1522.

[11] Paszke W, Lam J, Galkowski K, et al. Robust stability and stabilisation of 2-D discrete state-delayed systems[J]. Systems Control Letters, 2004, 51(3/4): 277-291.

[12] Peng Dan, Guan Xinping, Long Chengnian. Robust output feedback guaranteed cost control for 2-D uncertain state-delayed systems[J]. Asian J of Control, 2007, 9(4): 470-474.

[13] 彭丹, 关新平, 龙承念. 2-D状态滞后系统的时滞相关 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(10): 1117-1121.
(Peng D, Guan X P, Long C N. Delay-dependent H_∞ control of 2-D state-delayed systems[J]. Control and Decision, 2008, 23(10): 1117-1121.)

[14] Xu Jianming, Yu Li. Delay-dependent control for 2-D discrete state delay systems in the second FM model[J]. Multidimensional Systems Signal Processing, 2009, 20(4): 333-349.

[15] Peng Dan, Guan Xinping. Output feedback H_∞ control for 2-D state-delayed systems[J]. Circuits Systems Signal Processing, 2009, 28(1): 147-167.

[16] Peng Dan, Guan Xinping. H_∞ filtering of 2-D discrete state-delayed systems[J]. Multidimensional Systems Signal Processing, 2009, 20(3): 265-274.

[17] Xu Huiling, Zou Yun, Lu Junwei, et al. Robust H_∞ control for a class of uncertain nonlinear two-dimensional systems with state delays[J]. J of The Franklin Institute, 2005, 342(7): 877-891.

(上接第123页)

[7] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜, 等. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
(Han C Z, Zhu H Y, Duan Z S, et al. Multi-source information fusion[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)

[8] 王飞, 雷虎民. 红外/毫米波雷达双模制导跟踪融合算法的优化[J]. 红外与激光工程, 2008, 37(2): 250-255.
(Wang F, Lei H M. Optimum fusion algorithms for tracking based on IR/MMW dual-sensor guidance[J]. Infrared and Laser Engineering, 2008, 37(2): 250-255.)

[9] 李相平, 王光复, 谢志敏. 毫米波/红外复合制导目标融合跟踪算法[J]. 制导与引信, 2010, 31(1): 9-13.
(Li X P, Wang G F, Xie Z M. Target fusion tracking algorithm for millimeter wave and infrared compound guidance[J]. Guidance & Fuze, 2010, 31(1): 9-13.)

[10] 王青, 黄燕, 石晓荣．雷达/红外双模制导背景下的模糊目标跟踪器[J]. 系统仿真学报, 2003, 15(8): 1152-1154.
(Wang Q, Huang Y, Shi X R. A fuzzy target tracker based on radar/infrared dual mode guidance[J]. J of System Simulation, 2003, 15(8): 1152-1154.)

[11] Gan Qi-ang, Harris C J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman filter based multi sensor data fusion[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2001, 37(1): 273-280.