

文章编号: 1001-0920(2012)01-0047-06

## 离散交通流的变结构控制

张勇, 关伟

(北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044)

**摘要:** 为了得到稳定有序的道路交通流, 依据离散趋近律, 设计了交通流的速度控制器. 考虑到由于匝道的流入和流出使得交通流具有不确定性, 设计了动态扰动补偿器. 以各路段的密度为控制目标, 先通过密度函数的离散趋近律求得目标速度, 然后利用速度控制器使得速度在有限步内等于目标速度. 当控制器参数满足一定条件时, 交通流密度最终稳定在一定的范围内, 同时给出了算法步骤和证明. 仿真结果显示, 速度控制器将有匝道路段的交通流密度稳定在指定值附近, 而无匝道路段的交通流密度趋于指定值, 从而避免了道路拥挤的发生.

**关键词:** 离散交通流; 离散趋近律; 速度控制器; 扰动补偿器

中图分类号: U491

文献标识码: A

## Variable structure control discrete traffic flow

ZHANG Yong, GUAN Wei

(School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China. Correspondent: ZHANG Yong, E-mail: ballack-13@163.com)

**Abstract:** In order to get stable and orderly road traffic flow, the speed controller is designed based on the discrete approaching law. By considering the uncertain of traffic flow arising from the inflow and outflow of the ramp, the disturbance compensator is designed. The density of each section is the control objective. Firstly, the target speed is obtained through discrete reaching law of density function. Then the speed controller is used, which makes the speed equal to the target speed in limited steps. The density is stabilized within certain range finally if the parameters satisfy certain conditions, and the algorithm steps and proof are given. The simulation results show that the speed controller stabilizes the density of the section with ramp around specified value, and the density of the section without ramp tends to specified value, thus road congestion is avoided.

**Key words:** discrete traffic flow; discrete approaching law; speed controller; disturbance compensator

### 1 引言

交通流的波动是由系统的内部和外部因素相互作用所决定的, 并将会导致交通流的不稳定性, 从而产生交通拥堵和降低系统运行效率. 自动化公路系统根据道路交通状态为车辆提供适当的反馈控制命令, 采用计算机控制代替人的主观控制, 使交通流趋于稳定和有序, 包括微观控制<sup>[1-3]</sup>和宏观控制<sup>[4-8]</sup>, 其中以宏观控制为主.

针对宏观交通流模型, 文献[5]应用反演积分法设计速度控制器, 然后联立方程组求解, 使得路段上的交通流密度趋于稳定, 但在求解时涉及到矩阵的求逆. [6]对此进行了改进, 通过泰勒函数展开逆矩阵,

然后省略高次项求得近似解. [7]则通过将速度控制到指定值上, 间接地影响到密度, 并通过仿真表明密度最终稳定于某个定值. [8]将匝道控制和速度控制相结合, 通过神经网络来求解控制项. 目前已有的研究大都使交通流趋于某一定值, 但由于匝道流入和流出使得交通流具有不确定性, 在控制时并不能使得交通流稳定于某一固定值.

本文控制的目标是道路交通流的密度, 对宏观交通流模型采用速度控制器, 将匝道的流入和流出量视为不确定因素, 依据变结构控制理论的离散趋近律求解控制项, 并设定控制参数以保证鲁棒性. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

收稿日期: 2010-08-26; 修回日期: 2010-11-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60874078); 新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-08-0718); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20070004020); 国家863计划项目(2006AA11Z212); 国家973计划项目(2006CB705507).

作者简介: 张勇(1980—), 男, 博士生, 从事智能交通系统的研究; 关伟(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事交通系统工程和智能交通系统等研究.

## 2 离散交通流的控制模型

宏观交通流控制模型是描述交通流状态变量的时空变化及其与控制变量之间关系的方程式, 本文采用 Papageorgiou 等人<sup>[9-12]</sup>提出的交通流模型. 如图1所示, 将一条道路划分为若干路段, 每一路段内交通状态可近似认为是均一的, 且至多包含一个入口和一个出口. 对于第  $i$  路段,  $v_i$  和  $\rho_i$  分别为速度和密度,  $q_i$  为流量,  $r_i^{\text{in}}$  和  $r_i^{\text{out}}$  为出入匝道流量,  $L_i$  为路段长度.

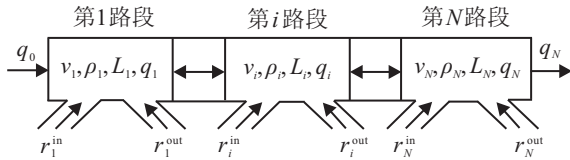


图1 高速公路示意图

无控制下的交通流模型为

$$q_i(n) = \alpha \rho_i(n) v_i(n) + (1 - \alpha) \rho_{i+1}(n) v_{i+1}(n), \quad (1)$$

$$\rho_i(n+1) = \rho_i(n) + \frac{T}{L_i} [q_{i-1}(n) - q_i(n) + r_i^{\text{in}}(n) - r_i^{\text{out}}(n)], \quad (2)$$

$$v_i(n+1) = v_i(n) + \frac{T}{\tau} \{v_e[\rho_i(n)] - v_i(n)\} + \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(n)}{\rho_i(n) + \xi} v_{i-1}(n) [\sqrt{v_{i-1}(n) v_i(n)} - v_i(n)] - \frac{\mu(n)T}{\tau L_i} w_i(n). \quad (3)$$

其中

$$\mu(n) = \begin{cases} \mu_1 \frac{\eta}{\rho_{cr} - \rho_{i+1}(n) + \sigma}, & \rho_{i+1}(n) > \rho_i(n); \\ \mu_2, & \rho_{i+1}(n) \leq \rho_i(n). \end{cases} \quad (4)$$

$$w_i(n) = \frac{\rho_{i+1}(n) - \rho_i(n)}{\rho_i(n) + \zeta}. \quad (5)$$

参数  $\alpha$  为动量因子;  $T$  为采样周期;  $\tau$  为反应时间;  $\zeta, \xi, \eta, \sigma, \mu_1$  和  $\mu_2$  为参数常量. 在无控制的人为驾驶环境下, 驾驶员根据上下游的交通状况决定加速或减速. 式(3)中的  $v_e[\rho_i(n)]$  由下式确定:

$$v_e[\rho_i(n)] = v_f [1 - (\rho_i(n)/\rho_{cr})^l]^m. \quad (6)$$

其中:  $v_f$  和  $\rho_{cr}$  为最大速度和堵塞密度,  $l$  和  $m$  为参数常量.

对边界条件作如下处理: 假设第 1 路段的进入交通流量不变, 即  $q_0(n)$  为定值; 假设路段  $N+1$  的状态与路段  $N$  一样, 即  $\rho_N(n+1) = \rho_{N+1}(n+1)$ ,  $v_N(n+1) = v_{N+1}(n+1)$ . 在有控制情况下, 式(3)中的第 4 项  $\frac{\mu(n)T}{\tau L_i} w_i(n)$  转变为控制项  $u_i(n)$ , 即

$$v_i(n+1) = v_i(n) + \frac{T}{\tau} \{v_e[\rho_i(n)] - v_i(n)\} +$$

$$\frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(n)}{\rho_i(n) + \xi} v_{i-1}(n) [\sqrt{v_{i-1}(n) v_i(n)} - v_i(n)] + u_i(n). \quad (7)$$

由式(1)和(2)可得

$$\rho_i(n+1) = \rho_i(n) + \frac{T}{L_i} [\alpha \rho_{i-1}(n) v_{i-1}(n) + (1 - 2\alpha) \rho_i(n) v_i(n) - (1 - \alpha) \rho_{i+1}(n) v_{i+1}(n) + r_i^{\text{in}}(n) - r_i^{\text{out}}(n)]. \quad (8)$$

令

$$g_i(n) = \frac{T}{L_i} [\alpha \rho_{i-1}(n) v_{i-1}(n) + (1 - 2\alpha) \rho_i(n) v_i(n) - (1 - \alpha) \rho_{i+1}(n) v_{i+1}(n)], \quad (9)$$

$$\phi_i(n) = \frac{T}{L_i} [r_i^{\text{in}}(n) - r_i^{\text{out}}(n)]. \quad (10)$$

将式(9)和(10)代入(8), 可得

$$\rho_i(n+1) = \rho_i(n) + g_i(n) + \phi_i(n). \quad (11)$$

再令

$$f_i(n) = \frac{T}{\tau} \{v_e[\rho_i(n)] - v_i(n)\} + \frac{T}{L_i} \frac{\rho_{i-1}(n)}{\rho_i(n) + \xi} v_{i-1}(n) [\sqrt{v_{i-1}(n) v_i(n)} - v_i(n)]. \quad (12)$$

将式(12)代入(7), 得

$$v_i(n+1) = v_i(n) + f_i(n) + u_i(n). \quad (13)$$

式(11)和(13)共同构成了有控制下的交通流模型.

## 3 速度控制器的设计

### 3.1 问题描述

设在  $n$  时刻的状态  $\rho_i(n)$ ,  $v_i(n)$ ,  $r_i^{\text{in}}(n)$  和  $r_i^{\text{out}}(n)$  均可测得, 需要求解控制项  $u_i(n)$  使得  $\rho_i(n)$  趋于期望值  $\rho_i^*(n)$ . 由式(9)~(11)知,  $n+1$  时刻的密度  $\rho_i(n+1)$  可以确定. 由式(13)知,  $v_i(n+1)$  可由控制项  $u_i(n)$  直接确定. 因此  $u_i(n)$  并不能影响  $\rho_i(n+1)$ , 而是通过  $v_i(n+1)$  影响  $n+2$  时刻的密度  $\rho_i(n+2)$ . 由式(11)可知,  $\rho_i(n+2)$  还受  $\phi_i(n+1)$  的影响, 且  $n+1$  时刻的匝道输入量  $r_i^{\text{in}}(n+1)$  和输出量  $r_i^{\text{out}}(n+1)$  是不可知的. 由式(10)知,  $\phi_i(n+1)$  也不可测. 本文将  $\phi_i(n+1)$  视为扰动项, 采用变结构控制<sup>[13-15]</sup>方法对宏观交通流模型进行控制, 对扰动项进行动态补偿, 将密度  $\rho_i(n+2)$  控制在期望值  $\rho_i^*(n+2)$  的附近.

对离散时间系统进行变结构控制设计, 一般先确定满足到达条件的趋近律, 然后利用趋近律求解控制项<sup>[14]</sup>. 目前大都采用高为炳提出的离散趋近律<sup>[13]</sup>, 即

$$s(n+1) = (1 - \delta T) s(n) - \varepsilon T \text{sgn}[s(n)], \quad \varepsilon > 0, \delta > 0, \delta T < 1. \quad (14)$$

其中:  $s(n)$  为切换函数向量;  $-\varepsilon T \text{sgn}[s(n)]$  用于抑制不确定性, 选择合适的  $\varepsilon T$  可保证控制系统鲁棒稳定.

### 3.2 控制项的求解

基于以上的问题描述, 通过趋近律(14)求解控制项的步骤为: 1) 由式(11)得到  $\rho_i(n+1)$ ; 2) 将切换函数  $s(n+1)$  代入式(14), 求得使切换函数按照趋近律变化时的  $\rho_i(n+2)$  的值, 同时用扰动项的估计值  $\hat{\phi}_i(n+1)$  代替  $\phi_i(n+1)$ ; 3) 求解期望的控制速度  $v_i^*(n+1)$ ; 4) 依据式(13)求解控制项  $u_i(n)$ . 下面进行详细讨论.

设密度控制目标为  $\rho_i^*(n) (i = 1, 2, \dots, N)$ , 定义各路段密度的切换函数

$$s_i(n) = \rho_i(n) - \hat{\rho}_i(n). \quad (15)$$

由式(15), 有

$$s_i(n+1) = \rho_i(n+1) - \hat{\rho}_i(n+1), \quad (16)$$

$$s_i(n+2) = \rho_i(n+2) - \hat{\rho}_i(n+2). \quad (17)$$

将式(16)和(17)代入下述离散趋近律:

$$\begin{aligned} s_i(n+2) &= (1 - \delta T)s_i(n+1) - \varepsilon T \operatorname{sgn}[s_i(n+1)], \\ \varepsilon_i &> 0, \delta > 0, \delta T < 1. \end{aligned} \quad (18)$$

化简后得到

$$\begin{aligned} [\rho_i(n+2) - \rho_i(n+1)] - [\rho_i^*(n+2) - \rho_i^*(n+1)] &= \\ -\delta T[s_i(n+1)] - \varepsilon_i T \operatorname{sgn}[s_i(n+1)]. \end{aligned} \quad (19)$$

由式(11)和(19)可得

$$\begin{aligned} g_i(n+1) &= -\phi_i(n+1) + [\rho_i^*(n+2) - \rho_i^*(n+1)] - \\ &\delta T[s_i(n+1)] - \varepsilon_i T \operatorname{sgn}[s_i(n+1)]. \end{aligned} \quad (20)$$

因此若  $g_i(n+1)$  满足式(20), 则  $s_i(n) (i = 1, 2, \dots, N)$  满足式(18), 但下一时刻的  $\phi_i(n+1)$  是不可知的扰动, 采用估计值  $\hat{\phi}_i(n+1)$  代替, 可得

$$\begin{aligned} g_i(n+1) &= -\hat{\phi}_i(n+1) + [\rho_i^*(n+2) - \rho_i^*(n+1)] - \\ &\delta T[s_i(n+1)] - \varepsilon_i T \operatorname{sgn}[s_i(n+1)]. \end{aligned} \quad (21)$$

取

$$\hat{\phi}_i(n+1) = \hat{\phi}_i(n) + \beta[\phi_i(n) - \hat{\phi}_i(n)], \quad (22)$$

其中  $0 < \beta < 1$ . 在得到  $\hat{g}_i(n+1) (i = 1, 2, \dots, N)$  后, 分以下3种情况讨论:

1) 当  $i = 1$  时, 由边界条件第1路段的进入交通流量  $q_0(n)$  为定值, 由式(1)和(9)可得

$$\hat{g}_1(n+1) = \frac{T}{L_1}[q_0(n+1) - q_1(n+1)]. \quad (23)$$

因此

$$\begin{aligned} \alpha \rho_1(n+1)v_1(n+1) + (1 - \alpha)\rho_2(n+1)v_2(n+1) &= \\ q_0(n+1) - \frac{L_1}{T}\hat{g}_1(n+1). \end{aligned} \quad (24)$$

2) 当  $1 < i < N$  时, 由式(9)可得

$$\begin{aligned} \alpha \rho_{i-1}(n+1)v_{i-1}(n+1) + \\ (1 - 2\alpha)\rho_i(n+1)v_i(n+1) - \end{aligned}$$

$$(1 - \alpha)\rho_{i+1}(n+1)v_{i+1}(n+1) = \frac{L_i}{T}\hat{g}_i(n+1). \quad (25)$$

3) 当  $i = N$  时, 由式(9)和边界条件  $\rho_N(n+1) = \rho_{N+1}(n+1)$  以及  $v_N(n+1) = v_{N+1}(n+1)$ , 可得

$$\begin{aligned} \alpha \rho_{N-1}(n+1)v_{N-1}(n+1) - \\ \alpha \rho_N(n+1)v_N(n+1) = \frac{L_N}{T}\hat{g}_N(n+1). \end{aligned} \quad (26)$$

解方程组可以得到使式(21)成立的  $n+1$  时刻的速度, 并作为需要控制得到的速度  $v_i^*(n+1)$ . 令

$$A = \begin{bmatrix} \alpha \rho_1(n+1) & (1 - \alpha)\rho_2(n+1) & \cdots & 0 \\ \alpha \rho_1(n+1) & (1 - 2\alpha)\rho_2(n+1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -\alpha \rho_N(n+1) \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$B = \begin{bmatrix} q_0(n+1) - \frac{L_1}{T}\hat{g}_1(n+1) \\ \frac{L_2}{T}\hat{g}_2(n+1) \\ \vdots \\ \frac{L_N}{T}\hat{g}_N(n+1) \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$V = [v_1^*(n+1) \ v_2^*(n+1) \ \cdots \ v_N^*(n+1)]^T, \quad (29)$$

则

$$V = A^{-1}B. \quad (30)$$

当  $v_i(n+1) = v_i^*(n+1)$  时,  $g_i(n+1) = g_i^*(n+1)$ . 由式(13)知,  $v_i(n+1)$  可由控制项  $u_i(n)$  确定. 令

$$\begin{aligned} v_i(n+1) - v_i^*(n+1) &= \\ \begin{cases} \omega[v_i(n) - v_i^*(n)], & |v_i(n) - v_i^*(n)| > k; \\ 0, & |v_i(n) - v_i^*(n)| \leq k. \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

其中:  $0 < \omega < 1, k > 0$  为常数. 显然, 随着  $n$  的增大,  $v_i(n) - v_i^*(n)$  将逐渐趋于零, 并在有限时间内小于  $k$ , 进而等于零. 本文没有让  $v_i(n+1)$  直接等于  $v_i^*(n+1)$ , 主要是为了减少速度的大大幅度变化.

将式(13)代入(31), 求得控制项

$$\begin{aligned} u_i(n) &= \\ \begin{cases} v_i^*(n+1) - v_i(n) - f_i(n) + \omega[v_i(n) - v_i^*(n)], \\ |v_i(n) - v_i^*(n)| > k; \\ v_i^*(n+1) - v_i(n) - f_i(n), \\ |v_i(n) - v_i^*(n)| \leq k. \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

对于不存在匝道流入和流出的路段, 因其不存在扰动项, 故可以取  $\varepsilon_i T = 0$ , 则  $\hat{g}_i(n+1) = g_i(n+1)$ , 而切换函数满足  $s_i(n+1) = (1 - \delta T)s_i(n)$ , 因此  $s_i(n)$  将趋于零.

### 3.3 主要结论

首先给出两个引理.

**引理 1** 对于式 (22), 若  $0 < \beta < 1$ , 扰动  $\phi_i(n)$  为常量或变化有界的量, 则不论初始估计误差多大, 最终的估计误差将有界.

**证明** 令误差变化上界为  $M_i$ , 即

$$|\varphi_i(n+1) - \varphi_i(n)| \leq M_i. \quad (33)$$

由式 (22) 可得

$$\begin{aligned} \varphi_i(n+1) - \hat{\varphi}_i(n+1) &= \\ \varphi_i(n+1) - \varphi_i(n) + (1-\beta)[\varphi_i(n) - \hat{\varphi}_i(n)]. \end{aligned} \quad (34)$$

则有

$$\begin{aligned} |\varphi_i(n+1) - \hat{\varphi}_i(n+1)| &\leq \\ M_i + (1-\beta)|\varphi_i(n) - \hat{\varphi}_i(n)| &\leq \\ M_i + (1-\beta)[M_i + (1-\beta)|\varphi_i(n-1) - \hat{\varphi}_i(n-1)|] &\leq \\ \dots \leq M_i + (1-\beta)M_i + \dots + & \\ (1-\beta)^{n-1}M_i + (1-\beta)^n|\varphi_i(1) - \hat{\varphi}_i(1)| &\leq \\ \frac{M_i}{\beta} + (1-\beta)^n \left[ -\frac{M_i}{\beta} + |\varphi_i(1) - \hat{\varphi}_i(1)| \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

因为

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1-\beta)^n \left[ -\frac{M_i}{\beta} + |\varphi_i(1) - \hat{\varphi}_i(1)| \right] = 0, \quad (36)$$

所以最终的估计误差有界.  $\square$

**引理 2** 控制项  $u_i(n)$  取式 (32) 时, 若  $0 < \omega < 1$ ,  $k > 0$ , 则总会有某个时刻  $n_i$ , 当  $n > n_i$  时,  $v_i(n) = v_i^*(n)$ .

**证明略.**

**定理 1** 采用式 (32), (11) 和 (13) 构成的离散交通流模型, 且  $0 < \omega < 1$ ,  $k > 0$  为常数. 若匝道流入和流出量构成的扰动满足式 (33), 采用扰动补偿 (22), 且  $0 < \beta < 1$ , 则不论初始误差如何, 取控制参数  $\varepsilon_i T > M_i/\beta$ ,  $\delta > 0$ ,  $\delta T < 1$ , 密度函数  $\rho_i(n)$  将收敛到  $[\rho_i^*(n) - 2\varepsilon_i T/(2-\delta T), \rho_i^*(n) + 2\varepsilon_i T/(2-\delta T)]$  内.

**证明** 采用控制 (32) 时, 由引理 2, 存在  $n_0 = \max\{n_1, n_2, \dots, n_N\}$ , 当  $n > n_0$  时,  $v_i(n) = v_i^*(n)$ , 此时式 (21) 成立. 由式 (15) 和 (11),  $\rho_i - \rho_i^*$  的实际动态为

$$\begin{aligned} s_i(n+2) &= \rho_i(n+2) - \rho_i^*(n+2) = \\ \rho_i(n+1) + \hat{g}_i(n+1) + \varphi_i(n+1) - \rho_i^*(n+2) &= \\ (1-\delta T)s_i(n+1) - \varepsilon_i T \operatorname{sgn}[s_i(n+1)] + & \\ \varphi_i(n+1) - \hat{\varphi}_i(n+1). \end{aligned} \quad (37)$$

则有

$$(s_i(n+2))/(s_i(n+1)) =$$

$$\begin{aligned} 1 - \delta T - 2\varepsilon_i T/|s_i(n+1)| \times \\ \frac{\varepsilon_i T - [\varphi_i(n+1) - \hat{\varphi}_i(n+1)] \operatorname{sgn}[s_i(n+1)]}{2\varepsilon_i T}. \end{aligned} \quad (38)$$

由于  $\varepsilon_i T > M_i/\beta$ , 由引理 1 的证明知, 存在  $t_0$ , 当  $n > t_0$  时

$$\begin{aligned} |\varphi_i(n+1) - \hat{\varphi}_i(n+1)| &\leq \\ \frac{M_i}{\beta} + \frac{1}{2}[\varepsilon_i T - \frac{M_i}{\beta}] &= \frac{1}{2}[\varepsilon_i T + \frac{M_i}{\beta}]. \end{aligned} \quad (39)$$

有

$$\begin{aligned} 0 < \frac{\varepsilon_i T - 0.5[\varepsilon_i T + M_i/\beta]}{2\varepsilon_i T} < & \\ \frac{\varepsilon_i T - [\varphi_i(n+1) - \hat{\varphi}_i(n+1)] \operatorname{sgn}[s_i(n+1)]}{2\varepsilon_i T} < & \\ \frac{\varepsilon_i T + 0.5[\varepsilon_i T + M_i/\beta]}{2\varepsilon_i T} < 1. \end{aligned} \quad (40)$$

若  $|s_i(n+1)| > \frac{2\varepsilon_i T}{2-\delta T}$ , 则

$$0 < \frac{2\varepsilon_i T}{|s_i(n+1)|} < 2 - \delta T. \quad (41)$$

由式 (38), (40) 和 (41) 可得

$$\begin{aligned} -1 < 1 - \delta T - \frac{\varepsilon_i T + 0.5[\varepsilon_i T + M_i/\beta]}{2\varepsilon_i T} (2 - \delta T) < & \\ \frac{s_i(n+2)}{s_i(n+1)} < 1 - \delta T < 1. \end{aligned} \quad (42)$$

则  $|s_i(n)|$  减小, 直到  $|s_i(n)| \leq 2\varepsilon_i T/(2-\delta T)$ .  $\square$

## 4 仿真实验

本文采用的是文献 [7] 中的实验参数和初始条件. 考虑一段包含  $N = 12$  个路段的高速公路, 每个路段的长度为 500 m, 进入路段 1 的初始交通流量为  $q_0 = 1500$  veh/h, 各路段交通流初始速度和密度如表 1 所示. 交通流模型的参数取为  $\rho_{cr} = 110$  veh/km,  $v_f = 93.1$  km/h,  $T = 15/3600$  h,  $\tau = 20.4/3600$  h,  $l = 1.86$ ,  $m = 4.05$ ,  $\alpha = 0.95$ ,  $\zeta = 50$  veh/km,  $\xi = 55$  veh/km,  $\sigma = 16$ ,  $\mu_1 = 12$  km/h,  $\mu_2 = 6$  km<sup>2</sup>/h,  $\eta = 120$  veh/km. 初始时刻的密度和速度值如表 1 所示. 匝道的流入和流出为

$$\begin{cases} r_2^{\text{in}}(t) = 250 + 50 \sin(15(t-1)T), \\ r_7^{\text{in}}(t) = 250 + 50 \sin(15(t-1)T), \\ r_7^{\text{out}}(t) = 150 + 50 \sin(15(t-1)T + 45), \\ r_{10}^{\text{out}}(t) = 150 + 50 \sin(15(t-1)T + 45). \end{cases} \quad (43)$$

表 1 各路段的初始密度和速度

路段	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
初始密度/(veh/km)	18	18	18	18	18	52	52	52	18	18	18	18
初始速度/(km/h)	81	81	81	81	81	29	29	29	81	81	81	81

由式 (1)~(6) 进行模拟, 交通流的密度变化和速度变化曲线如图 2 所示. 可见路段 6~9 的交通流呈现出不稳定现象. 随着时间的推移, 密度越来越大, 接

近阻塞密度  $\rho_{cr}$ , 同时部分路段的速度逐步趋近于零, 表明道路出现了拥挤, 因此有必要引进控制方法.

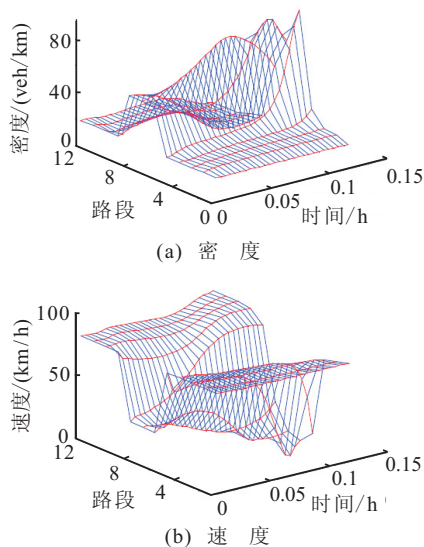


图 2 无控制的密度和速度轮廓图

设期望密度  $\rho_i^*(n) = 34 \text{ veh/km}$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ). 控制参数  $\delta T = 0.05$ . 存在匝道流入和流出的路段取  $\varepsilon_2 T = 0.1667$ ,  $\varepsilon_7 T = 0.3125$ ,  $\varepsilon_{10} T = 0.1667$ , 其他路段  $\varepsilon_i T = 0$ . 式 (22) 的初始估计值取  $\hat{\varphi}_2(1) = 120$ ,  $\hat{\varphi}_7(1) = 90$ ,  $\hat{\varphi}_{10}(1) = 170$ . 另外, 式 (32) 中参数  $\omega = 0.8$ ,  $k = 5$ . 仿真结果如图 3 所示, 在控制作用下, 最终各路段的密度稳定在期望值附近, 避免了交通拥挤的发生. 而且密度和速度的变化具有较好的连续性, 没有产生大幅度的变化, 符合实际情况. 另外, 由于采用的是速度间接控制密度的方法, 密度函数中的不确定部分会影响到速度, 而密度和速度曲线中出现的小幅度抖动现象正是来源于趋近律 (14) 中的不确定抑制项  $-\varepsilon T \text{sgn}[s(n)]$ . 在匝道出入量变化较慢的情况下, 抖动幅度一般较小.

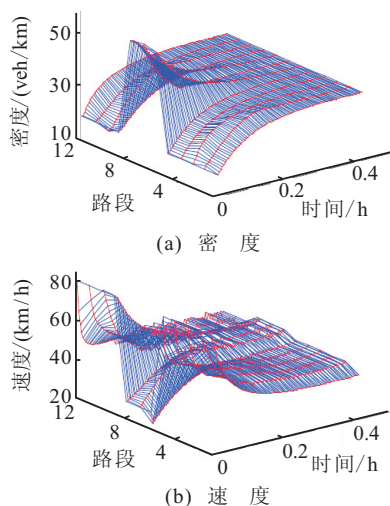


图 3 采用本文控制方法的密度和速度轮廓图

采用文献 [7] 中方法的控制结果如图 4 所示. 由于匝道流入和流出的影响, 部分路段的密度与期望值

相差较大, 而速度趋于定值. 该方法也是将速度趋于指定值, 间接地控制密度, 当不存在匝道流入和流出时可以达到较理想效果 (见文献 [7] 的仿真结果), 但没有考虑到存在匝道流入和流出的情况, 不利于控制交通拥堵.

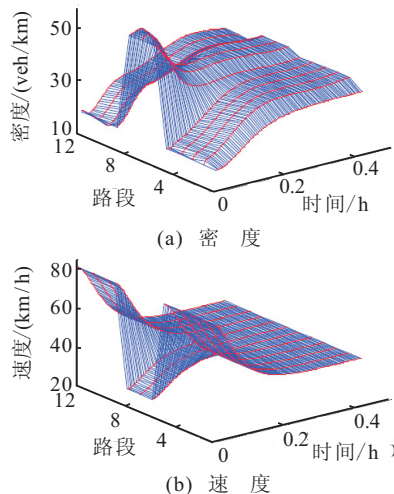


图 4 采用文献 [7] 控制方法的密度和速度轮廓图

## 5 结 论

本文针对离散宏观交通流模型设计了速度控制器, 通过对速度的控制来稳定交通流的密度. 控制过程分为两步: 首先使得速度在有限步内等于期望的速度; 然后使密度的切换函数满足离散趋近律, 并最终达到控制目标. 与其他方法相比较, 本文方法考虑了匝道的流入和流出带来的不确定性影响, 设计扰动项的动态估计, 通过离散趋近律的参数设置来保证最终交通流密度稳定在期望值附近, 从而避免了交通拥挤的发生. 理论证明和仿真实验均表明了所提出方法的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] Ran B, Leight S, Chang B. A microscopic simulation model for merging control on a dedicated-lane automated highway system[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 1999, 7(6): 369-388.
- [2] Alvarez L, Horowitz R, Toy C V. Multi-destination traffic flow control in automated highway systems[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2003, 11(1): 1-28.
- [3] Girault A. A hybrid controller for autonomous vehicles driving on automated highways[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2004, 12(6): 421-452.
- [4] Rafael B A, Amir G A. Variable structure decentralized control and estimation for highway traffic systems[J]. J of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2008, 130(4): 0410021-04100211.

- [5] Chien C C, Zhang Y, Ioannou P A. Traffic density control for automated highway systems[J]. *Automatica*, 1997, 33(7): 1273-1286.
- [6] 谢劲松, 韩印, 范炳权, 等. 快速路系统反馈控制器设计及算法[J]. *交通运输工程学报*, 2008, 8(4): 99-103.  
(Xie J S, Han Y, Fan B Q, et al. Feedback controller design and algorithm of freeway system[J]. *J of Traffic and Transportation Engineering*, 2008, 8(4): 99-103.)
- [7] 杨旭华, 董颖颖, 杨海东, 等. 一种改进的自动化高速公路交通流速度控制器设计[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(1): 103-106.  
(Yang X H, Dong Y Y, Yang H D, et al. An improved traffic flow speed control design for an automated highway system[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(1): 103-106.)
- [8] 沈国江, 胡丹, 孙优贤. 城市高速公路交通的神经网络建模与控制[J]. *信息与控制*, 2004, 33(6): 729-734.  
(Shen G J, Hu D, Sun Y X. Urban expressway traffic flow modeling and control using neural networks[J]. *Information and Control*, 2004, 33(6): 729-734.)
- [9] Papageorgiou M, Blosseville J M, Habib H S. Macroscopic modelling of traffic flow on the Boulevard Peripherique in Paris[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 1989, 23(1): 29-47.
- [10] Papageorgiou M. Some remarks on macroscopic traffic flow modelling[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 1998, 32(5): 323-329.
- [11] Wang Y B, Papageorgiou M, Messmer A, et al. An adaptive freeway traffic state estimator[J]. *Automatica*, 2009, 45(1): 10-24.
- [12] Wang Y B, Papageorgiou M. Real-time freeway traffic state estimation based on extended Kalman filter: Adaptive capabilities and real data testing[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2008, 42(10): 1340-1358.
- [13] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning[J]. *J of Robotic System*, 1984, 12(2): 123-140.
- [14] 宋立忠, 李槐树, 姚琼荟. 基于趋近律方法的离散实际系统变结构控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(3): 525-528.  
(Song L Z, Li H S, Yao Q H. Discrete-time variable-structure control based on reaching-law approach[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 525-528.)
- [15] 宋立忠, 李槐树, 姚琼荟. 不确定系统离散变结构控制及在位置伺服系统中的应用[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(6): 959-962.  
(Song L Z, Li H S, Yao Q H. Discrete variable structure control for uncertain systems and its application to position servo system[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6): 959-962.)

~~~~~  
(上接第46页)

- [5] Abbass H, Sarker R, Newton C. PDE: A Pareto-frontier differential evolution approach for multi-objective optimization problems[C]. *Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Seoul: IEEE Press, 2001: 971-978.
- [6] Madavan N K. Multiobjective optimization using a Pareto differential evolution approach[C]. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway: IEEE Service Center, 2002: 1145-1150.
- [7] Robic T, Filipic B. DEMO: Differential evolution for multiobjective optimization[C]. *Lecture Notes in Computer Science*. Berlin: Springer, 2005: 520-533.
- [8] 牛大鹏, 王福利, 何大阔. 多目标混沌差分进化算法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(3): 361-364.  
(Niu D P, Wang F L, He D K. Chaotic differential evolution for multiobjective optimization[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 361-364.)
- [9] 单梁, 强浩, 李军. 基于 Tent 映射的混沌优化算法[J]. *控制与决策*, 2005, 20(2): 179-182.  
(Shan L, Qiang H, Li J. Chaotic optimization algorithm based on Tent map[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(2): 179-182.)
- [10] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 42-43.  
(Zheng J H. Multiobjective evolutionary algorithms and its applications[M]. Beijing: Science Press, 2007: 42-43.)
- [11] Deb Kalyanmoy. Multi-objective genetic algorithms: Problem difficulties and construction of test problems[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 1999, 7(3): 205-230.
- [12] 李珂, 郑金华. 一种改进的基于差分进化的多目标进化算法[J]. *计算机工程与应用*, 2008, 44(9): 51-56.  
(Li K, Zheng J H. Improved multi-objective evolutionary algorithm based on differential evolution[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(9): 51-56.)
- [13] 李广文. 进化算法及其在飞行控制系统中的应用[D]. 西安: 西北工业大学自动化学院, 2007.  
(Li G W. Evolutionary algorithm and its application in flight control system[D]. Xi'an: College of Automation, Northwestern Polytechnical University, 2007.)