

文章编号: 1001-0920(2012)02-0187-06

广义双线性系统的二阶终端滑模控制

梁家荣, 樊仲光

(广西大学 计算机与电子信息学院, 南宁 530004)

摘要: 利用 Lyapunov 稳定性理论研究了一类广义双线性系统的镇定问题. 通过构造特殊的二阶终端滑模超曲面, 设计相应的变结构控制器, 使闭环系统在有限时间内实现滑动模运动, 系统的状态在平衡点渐近稳定. 该设计方法能有效削弱系统的高频抖动. 仿真结果验证了设计方法的可行性.

关键词: 广义双线性系统; 终端滑模控制; 有限时间收敛; Lyapunov 方法; 渐近稳定性

中图分类号: TP13

文献标识码: A

Second-order terminal sliding mode control for singular bilinear systems

LIANG Jia-rong, FAN Zhong-guang

(School of Computer and Electronic Information Science, Guangxi University, Nanning 530004, China.
Correspondent: LIANG Jia-rong, E-mail: liangjr@gxu.edu.cn)

Abstract: Lyapunov stability theory is employed to investigate the stabilization problems in a class of singular bilinear systems. A special second-order terminal sliding mode hyper-surface is constructed and the corresponding variable structure controller is designed to make the sliding mode move in finite time and to guarantee the closed-loop systems to be asymptotically stable. The high frequency chattering of the control signals in the class of singular bilinear systems is reduced by using the method designed. Simulation results show the feasibility of the designed approach.

Key words: singular bilinear systems; terminal sliding mode; finitetime convergence; Lyapunov method; asymptotical stability

1 引言

广义系统又称为描述系统和微分代数系统等, 由于其广泛存在于电力系统、电路系统、宇航系统、经济管理、生物过程、机器人和石油化工等技术领域, 受到了众多国内外数学界、控制界等学者的广泛关注^[1-2], 已成为处理多维数、多目标、多层次的大规模复杂系统的一个恰当工具. 目前, 有关广义线性控制系统的理论已经较为成熟, 而关于广义双线性系统的研究尚属于初创阶段. 众所周知, 在实际的控制系统中, 非线性系统居多, 双线性系统是一类与线性系统最接近的非线性系统, 其广泛存在于工程、经济、生态等诸多领域, 具有较为实际的背景, 因而双线性系统的研究有着重要的学术意义和实际价值. 有关正常双线性系统的稳定化反馈控制、最优控制、状态观测器等方面的研究, 已取得较为丰硕的成果. 此外, 由于广义系统是比正常系统更具有广泛形式的一类动

力系统, 对广义双线性系统进行研究具有实际意义. 广义双线性系统比广义线性系统增加了“双线性项”, 其研究比广义线性系统和正常双线性系统的研究更为复杂. 自从美国学者 Lewis 于 1989 年利用 Walsh 函数对广义双线性系统进行了初步研究以来, 广义双线性系统的理论得到了一定的发展^[3-6], 如: 文献 [3] 运用 LMI 方法对具有不可测扰动的广义双线性系统的残差器进行了研究; [4] 研究了广义双线性系统的状态反馈镇定器的设计问题; [5] 对广义双线性系统的稳定化控制进行了分析研究; [6] 利用 Lyapunov 函数方法研究了广义双线性系统的变结构控制问题和不确定广义双线性系统的鲁棒镇定问题. 终端滑模 (TSM) 控制^[7]的基本思想是把非线性函数引入到滑动面的设计中, 采用非线性超曲面作为切换面. 非线性函数的引入使得在滑动模超曲面上系统的状态能够在有限时间内收敛到平衡点. 国内外许多学者对正常系统的 TSM 控制方面作了很多研究和应用

收稿日期: 2010-09-03; 修回日期: 2010-11-04.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61064002).

作者简介: 梁家荣(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事广义控制系统、智能控制等研究; 樊仲光(1972—), 男, 副教授, 从事广义系统、变结构控制的研究.

工作^[8-16],如:文献[8-10]研究了非线性系统的终端滑模控制问题;[11,13]利用终端滑模控制方法分别研究了 n 关节刚性机械手的控制问题和具外部扰动的刚性机械手的同步运动问题;[14-15]利用终端滑模控制方法分别研究了具输入时滞的系统和混沌系统的有限时间控制问题.

迄今为止,利用终端滑模控制的方法研究广义双线性系统的镇定问题尚未见文献报道.本文通过把终端滑模控制的思想引入广义双线性系统的鲁棒控制研究中,利用二阶终端滑模控制的方法^[17-18]研究广义双线性系统的镇定问题.首先给出了普通的滑动模 $S = 0$,其次以 S 为变量设计二阶终端滑模超曲面 $l = 0$ 和相应的变结构控制律,使得在有限时间内实现滑动模运动,且 $S(t)$ 在有限时间内到达其零点,同时在 $S = 0$ 上闭环系统渐近稳定,有效地削弱了系统的高频抖振.

2 预备知识

考虑如下广义系统:

$$E\dot{x} = Ax + Bu. \quad (1)$$

式中: $E, A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$ 且 $0 < \text{rank } E = r < n$; $x \in R^n$ 为系统的状态变量, $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ 为系统的输入控制.

定义 1^[1] 如果对任意 $t_1 > 0, x(0) \in R^n$ 和 $\omega \in R^n$, 存在一控制输入 $u(t) \in R^m$, 使得 $x(t_1) = \omega$, 则称广义系统(1)是完全能控的.

引理 1^[1] 如果系统 (E, A, B) 完全能控, 则存在矩阵 K , 使得下式成立:

$$\deg(\det(\lambda E - A + BK)) = \text{rank } E,$$

$$\sigma(E, A - BK) \subset \{\lambda : \text{Re } \lambda < -\alpha\}.$$

其中: $\sigma(E, A - BK)$ 表示 $(E \ A - BK)$ 的有限特征根集, $\alpha > 0$.

引理 2^[2] 广义系统(1)完全能控的充分必要条件是

$$\text{rank}(\lambda E - A \ B) = n, \text{rank}(E \ B) = n. \quad (2)$$

引理 3^[2] 下列两个命题等价:

- 1) 矩阵对 $(E \ A)$ 无脉冲;
- 2) $\deg(\det(\lambda E - A)) = \text{rank } E$.

考虑广义系统(1)的标称自治系统

$$E\dot{x} = Ax. \quad (3)$$

定义 2^[2] 如果广义系统(2)正则、无脉冲且稳定, 则称广义系统(2)是容许的.

引理 4^[9] 对于一阶动力学系统, 如果其滑动模取为

$$s = \dot{x} + \alpha x + \beta x^{q/p} = 0, \quad (4)$$

则对于给定初始状态 $x(0) \neq 0$, 系统状态将在有限时间内

$$t_s = \frac{p}{\alpha(p-q)} \ln \frac{\alpha x(0)^{(p-q)/p+\beta}}{\beta} \quad (5)$$

内到达平衡点 $x = 0$. 其中: $x \in R$, $\alpha, \beta > 0$ 为常数, $p > q$ 为正奇数.

3 主要结果

利用二阶终端滑模变结构控制的方法研究广义双线性系统的镇定问题, 一般可以分为 3 步: 1) 设计普通滑模面 $S = 0$, 使得在滑模面 $S = 0$ 上, 闭环系统渐近稳定; 2) 根据引理 4 的思想, 以 S 为新的状态变量设计终端滑模超曲面 $l = 0$, 使得在 $l = 0$ 上, S 在有限时间内到达其零点; 3) 设计终端滑模变结构控制律 u , 保证滑模面外的系统轨迹在有限时间内到达滑模面 $l = 0$, 实现滑模运动, 最终达到消除抖振的目的. 下面分别讨论定常的广义双线性系统和不确定广义双线性系统的二阶终端滑模控制问题.

3.1 定常广义双线性系统的二阶终端滑模控制

考虑如下的广义双线性系统:

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^m N_i x u_i + Bu. \quad (6)$$

式中: $E, A, N_i \in R^{n \times n}$, $i = 1, 2, \dots, m$, $B \in R^{n \times m}$ 为常量矩阵, 且 $0 < \text{rank } E = r < n$; $x \in R^n$ 为系统的状态变量, $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ 为系统的输入控制. 若记 $B = (b_1, b_2, \dots, b_m)$, $b_i \in R^n$, 广义双线性系统(6)可改写为

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^m (b_i + N_i x) u_i. \quad (7)$$

若记 $N(x) = (N_1 x, N_2 x, \dots, N_m x)$, 则广义双线性系统(6)可改写为

$$E\dot{x} = Ax + N(x)u + Bu. \quad (8)$$

为设计的需要, 作如下假设:

假设 1 (E, A, B) 完全能控.

假设 2 存在矩阵 C , 使得 CB 可逆.

假设 3 $\text{rank } B = \text{rank}(B \ N_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$.

假设 4 对于任意的初值 x_0 , 系统(6)有唯一的无脉冲解. 由假设 1 和引理 1, 存在矩阵 K 使得

$$\deg(\det(\lambda E - A + BK)) = \text{rank } E,$$

$$\sigma(E, A - BK) \subset \{\lambda : \text{Re } \lambda < -\beta, \beta > 0\}. \quad (9)$$

其中 $\deg(\det(X))$ 表示矩阵 X 的行列式 $\det(X)$ 的展开多项式的次数.

定理 1 对于广义双线性系统(6), 如果假设 1~假设 4 成立, 则存在如下的线性滑模面和二阶终端滑模超曲面:

$$S(t) = CE\dot{x} + G \int_0^t x d\tau, \quad (10)$$

$$l(t) = S + \alpha \int_0^t S^{\frac{q}{p}} d\tau, \quad (11)$$

使得在滑模面 $l = 0$ 上, $S(t)$ 在有限时间内到达零点 $S(t) = 0$, 并且存在等效控制 u_{eq} , 使得相应的理想滑模系统在滑模 $S(t) = 0$ 上是渐近稳定的. 其中 $S \in R^m$, $G \in R^{m \times n}$, $l \in R^m$, $p > q > 0$, 均为奇数. 记 $S^{q/p} = (S_1^{q/p}, S_2^{q/p}, \dots, S_m^{q/p})$, 对角矩阵 $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, $\alpha_i > 0 (i = 1, 2, \dots, m)$ 为常数.

证明 首先证明, 在滑模面 $l = 0$ 上, $S(t)$ 在有限时间内到达零点 $S(t) = 0$. 在 $l = 0$ 上, 有 $\dot{l} = 0$, 即

$$\dot{S} + \alpha S^{\frac{q}{p}} = 0, \quad (12)$$

即有 $\dot{S}_i + \alpha_i S_i^{\frac{q}{p}} = 0, i = 1, 2, \dots, m$.

$$-S_i^{-\frac{q}{p}} dS_i = \alpha dt,$$

两边积分有

$$\int_{S_i(0)}^0 S_i^{-\frac{q}{p}} dS_i = \alpha_i \int_0^{t_{s_i}} dt,$$

可以得到 $S_i(t)$ 到达零点 $S_i(t) = 0$ 的有限时间为

$$t_{s_i} = \frac{p}{\alpha_i(p-q)} (S_i(0))^{\frac{p-q}{p}}. \quad (13)$$

所以, $S(t)$ 在有限时间

$$t_s = \frac{p}{\min_{i=1,2,\dots,m} \alpha_i(p-q)} \max_{i=1,2,\dots,m} (S_i(0))^{\frac{p-q}{p}} \quad (14)$$

内到达零点 $S(t) = 0$. 在 $S = 0$ 上, 有 $\dot{S} = 0$, 即

$$CE\dot{x} + Gx = 0.$$

将式(6)代入上式有

$$\dot{S}|_{(6)} = CAx + CN(x)u + CBu + Gx = 0.$$

令

$$F(x, u) = CAx + CN(x)u + CBu + Gx, \quad (15)$$

根据假设1和假设4, 必存在 $x_0 \in R^n, u_0 \in R^m$ (如 $(0, 0)$), 使得:

- 1) $F(x_0, u_0) = 0$;
- 2) F 在 $R^m \times R^m$ 上可微, 且 F' 连续;
- 3) $\det F'_u(x_0, u_0) \neq 0$.

根据隐函数定理, 存在 u_{eq} , 使得

$$CAx + CN(x)u_{eq} + CBu_{eq} + Gx = 0,$$

从而得到等效控制为

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}[CAx + CN(x)u_{eq} + Gx]. \quad (16)$$

又根据假设2和假设3, 容易得到

$$N_i - B(CB)^{-1}CN_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (17)$$

将式(16)代入(6), 可得

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^m N_i x u_{ieq} -$$

$$B(CB)^{-1}[CAx + CN(x)u_{eq} + Gx],$$

其中 u_{ieq} 是 u_{eq} 的第 i 个分量.

从式(17)可以得到闭环系统的理想滑模方程

$$E\dot{x} = [A - B(CB)^{-1}(CA + G)]x. \quad (18)$$

选择适当的矩阵 G , 使得 $(CB)^{-1}(CA + G) = K$, 则由式(9)可知, $(E, A - BK)$ 是容许的, 因此, 系统(18)是容许的. 从而 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$, 即在 $S = 0$ 上, 闭环系统的理想滑模是渐近稳定的. \square

定理2 对于广义双线性系统(6), 如果假设1~假设4成立, 并选取线性滑模面(10)和二阶终端滑模超曲面(11), 则存在如下隐函数形式的控制器:

$$u = \begin{cases} 0, & S = 0; \\ -(CB)^{-1}[CAx + CN(x)u + Gx + \alpha S^{\frac{q}{p}} + \varepsilon \frac{l}{\|l\|}], & S \neq 0 \end{cases} \quad (19)$$

使得由式(6)和(19)构成的闭环系统是渐近稳定的, 其中 ε 为某正数.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} l^T l, \quad (20)$$

则 $V = \frac{1}{2} l^T l$ 沿着式(6)和(19)构成的系统轨道关于 t 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= l^T \dot{l} = l^T (\dot{S} + \alpha S^{\frac{q}{p}}) = \\ &= l^T (CE\dot{x} + Gx + \alpha S^{\frac{q}{p}}) = \\ &= l^T [CAx + CN(x)u + CBu + Gx + \alpha S^{\frac{q}{p}}] = \\ &= -\varepsilon \frac{l^T l}{\|l\|} = -\varepsilon \|l\| \leq 0, \end{aligned}$$

即 $\dot{V} < 0, \|l\| \neq 0$.

根据 Lyapunov 稳定性理论, 如果 $\|l\| \neq 0$, 则 l 总能在有限时间内到达 $l = 0$, 实现滑模运动. 当系统在滑模 $l = 0$ 上时, 由定理1的证明, 滑模 S 在有限时间 t_s 内到达其零点 $S = 0$, 而在 $S = 0$ 上, 由式(6)和(19)构成的闭环系统是渐近稳定的, 从而有效地消除了系统的高频抖振. \square

3.2 参数不确定性广义双线性系统的二阶终端滑模控制

考虑如下不确定广义双线性系统:

$$E\dot{x} = (A + \Delta A)x + \sum_{i=1}^m N_i x u_i + Bu + Df(t, x). \quad (21)$$

其中: $E, A, N_i \in R^{n \times n}, i = 1, 2, \dots, m, B \in R^{n \times m}$ 且 $0 < \text{rank} E = r < n; x \in R^n$ 为系统的状态变量, $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ 为系统的输入控制; $\Delta A \in R^{n \times n}, D \in R^{n \times l}, f(t, x)$ 分别为不确定项和有界的外部扰动项.

为了设计的需要, 作如下假设:

假设 5 (E, A, B) 完全能控.

假设 6 存在矩阵 C , 使得 CB 可逆.

假设 7 对于任意的初值 x_0 , 不确定广义双线性系统 (21) 有唯一的无脉冲解.

假设 8 $\text{rank} B = \text{rank}(B, \Delta A) = \text{rank}(B, D) = \text{rank}(B, N_i), i = 1, 2, \dots, m$.

根据矩阵理论, 在上述的假设都成立的条件下, 容易有: $N_i - B(CB)^{-1}CN_i = 0, i = 1, 2, \dots, m; \Delta A - B(CB)^{-1}C\Delta A = 0; D - B(CB)^{-1}CD = 0$.

取双切换流形 (10) 和 (11), 则在 $l = 0$ 上, $S(t)$ 仍然在有限时间内到达其零点 $S = 0$. 经简单推算易得在 $S = 0$ 上有如下隐函数形式的等效控制和理想滑动模方程:

$$u_{\text{eq}} = -(CB)^{-1}[C(A + \Delta A)x + CN(x)u_{\text{eq}} + CDf(t, x) + Gx], \quad (22)$$

$$E\dot{x} = [A - B(CB)^{-1}(CA + G)]x. \quad (23)$$

定理 3 对于不确定广义双线性系统 (21), 如果假设 5~假设 8 成立, 则可以选取双切换流形 (10) 和 (11) 及设计隐函数形式的等效控制 (22) 使得在滑模面 $l = 0$ 上, $S(t)$ 在有限时间内到达零点 $S(t) = 0$, 并在滑动模 $S(t) = 0$ 上, 由式 (21) 和 (22) 构成的理想滑动模 (23) 是渐近稳定的.

定理 3 的证明方法与定理 1 的证明相似, 此略.

定理 4 对于不确定广义双线性系统 (21), 如果假设 5~假设 8 成立, 则可以选取线性滑模面 (10) 和二阶终端滑模超曲面 (11) 及设计如下的隐函数形式变结构控制律:

$$u = -(CB)^{-1}[CAx + CN(x)u + Gx + \varepsilon l + \alpha S^{\frac{q}{p}} + (\rho\|x\| + h\|f\|)\text{sgn}l], \quad (24)$$

使得在式 (24) 的作用下, 其闭环系统状态是渐近稳定的. 其中 ρ 和 h 为两个常数且满足 $\rho \geq \|C\Delta A\|$ 和 $h \geq \|CD\|$, ε 和 α 意义同上.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}l^T l, \quad (25)$$

则在控制律 (24) 作用下, 沿着式 (21) 对 V 求关于 t 的导数, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= l^T \dot{l} = \\ & l^T [C(A + \Delta A)x + CN(x)u + \\ & CBu + Gx + \alpha S^{\frac{q}{p}} + CDf] = \\ & l^T \{ [C(A + \Delta A)x + CN(x)u + Gx + \\ & \alpha S^{\frac{q}{p}} + CDf] - [CAx + CN(x)u + Gx + \\ & \varepsilon l + \alpha S^{\frac{q}{p}} + (\rho\|x\| + h\|f\|)\text{sgn}l] \} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & l^T [(C\Delta Ax + CDf) - \varepsilon l - (\rho\|x\| + h\|f\|)\text{sgn}l] \leq \\ & \|l^T\| \|C\Delta A\| \|x\| + \|l^T\| \|CDf\| - \\ & \varepsilon l^T l - (\rho\|x\| + h\|f\|) l^T \text{sgn}l \leq \\ & -\varepsilon l^T l + \|l^T\| (\|C\Delta A\| - \rho) \|x\| + \\ & \|l^T\| (\|CD\| - h) \|f\| \leq \\ & -\varepsilon l^T l = \varepsilon \|l\|^2, \end{aligned}$$

即有 $\dot{V}(t) \leq -\varepsilon < 0, \|l\| \neq 0$.

根据 Lyapunov 稳定性理论, 如果 $\|l\| \neq 0$, 则能够实现滑模运动, l 总能在有限时间内到达 $l = 0$. 当系统在滑模 $l = 0$ 上时, 有 $S + \alpha \int_0^t S^{\frac{q}{p}} d\tau = 0$, 即 $\dot{S} + \alpha S^{\frac{q}{p}} = 0$, 类似于定理 1 的证明, 易得滑模 S 在有限时间 t_s 内到达其零点 $S = 0$, 在 $S = 0$ 上, 式 (21) 和 (24) 构成的闭环系统是渐近稳定的, 且能最终有效地消除系统的高频抖振. \square

4 仿真例子

例 1 考虑如下广义双线性系统:

$$E\dot{x} = Ax + \sum_{i=1}^2 N_i x u_i + Bu, \quad (26)$$

式中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, N_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

容易看出, (E, A, B) 完全能控, 且 $\text{rank} B = \text{rank}(B, N_i), i = 1, 2$. 取

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix},$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, p = 3, q = 1,$$

则根据式 (10) 和 (11), 取二阶终端滑模如下:

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + 3x_1^2 \\ x_2 + 2x_2^3 \end{bmatrix},$$

$$l(t) = S + \alpha \int_0^t S^{\frac{1}{3}} d\tau = \begin{bmatrix} S_1 + \int_0^t S_1^{\frac{1}{3}} d\tau \\ S_2 + 2 \int_0^t S_2^{\frac{1}{3}} d\tau \end{bmatrix}.$$

在 $l(t) = 0$ 上, $\dot{l} = 0$, 根据式 (14) 得到, $S(t)$ 到达零点的有限时间为

$$t_s = \frac{3}{2} \max\{ [x_1(0) + 3x_1^2(0)]^{\frac{2}{3}}, [x_2(0) + 2x_2^3(0)]^{\frac{2}{3}} \}. \quad (27)$$

又取

$$K = (CB)^{-1}(CA + G) = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix},$$

根据式(19), 取变结构控制为

$$u = \begin{cases} 0, & S = 0; \\ - \begin{bmatrix} x_1 & 0 \\ x_2 + x_3 & x_3 \end{bmatrix} u_-, & \\ \begin{bmatrix} 7x_1 + x_2 + S_1^{\frac{1}{3}} \\ 6x_3 + 2S_2^{\frac{1}{3}} \end{bmatrix} - \frac{l}{3\|l\|}, & S \neq 0. \end{cases} \quad (28)$$

则在滑模面 $S = 0$ 上, 闭环系统的理想滑动模运动方程为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} x. \quad (29)$$

显然, 在 $S = 0$ 上, 广义双线性系统(26)在控制(28)作用下的闭环系统(29)是渐近稳定的, 而 $l \neq 0$ 时, $l^T l < 0$, 能够实现滑动模运动, 有效地削弱高频抖振. 如果假定有输出

$$y = \begin{bmatrix} 0.1754 & 0 & 0 \\ 0 & 2.1345 & 0 \\ 0 & 0 & 1.325 \end{bmatrix} x,$$

则可得到输出 y 的仿真结果如图1所示.

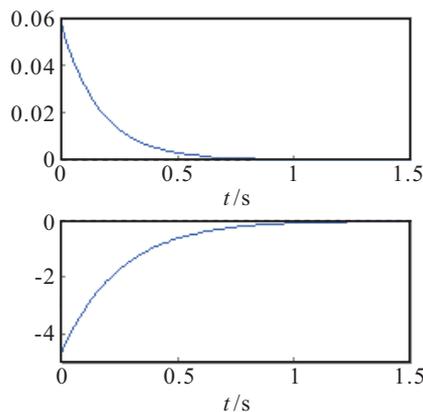


图1 输出 y 的仿真曲线

例2 考虑如下的参数不确定性广义双线性系统:

$$E\dot{x} = (A + \Delta A)x + \sum_{i=1}^m N_i x u_i + Bu + Df(t, x).$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0.6 & 2 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \Delta A = \begin{bmatrix} 0.4 \sin t & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \cos t & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \sin t \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 & \cos t \\ e^{-t} & 0 & \sin t \\ e^{-t} & 0 & \cos t \end{bmatrix}, f(t, x) = (x_1^2 \ x_2^2 \ x_3^2)^T,$$

E, A, N_i, B, x 以及 u 与例1相同.

容易验证, 假设5~假设8的条件都得到了满足, 根据定理3和定理4容易设计相应的二阶滑模和控制器, 使得闭环系统渐近稳定, 具体的控制设计方法与例1类似.

5 结 论

本文首次利用终端滑模控制方法研究了确定广义双线性系统和不确定广义双线性系统的镇定问题, 提出了特殊的二阶终端滑模超曲面和相应的控制策略, 在引入普通滑模的基础上, 设计了二阶终端滑模及其控制, 使得在此控制下, 闭环系统渐近稳定且对参数摄动和外部扰动具有鲁棒性, 有效地削弱了滑模系统的高频抖振. 设计过程简单, 控制易于实现, 结果具有一般性. 本文说明了利用终端滑模控制方法研究广义双线性系统的镇定问题, 具有一定的优越性和重要的理论价值与实际意义.

参考文献(References)

- [1] Dai L Y. Singular control systems[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.
- [2] 杨冬梅, 张庆灵, 姚波. 广义系统[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
(Yang D M, Zhang Q L, Yao B. Singular systems[J]. Beijing: Science Press, 2004.)
- [3] Zasadzinski M, Magarotto E, Rafaralahy H, et al. Residual generator design for singular bilinear systems subjected to unmeasurable disturbances: An LMI approach[J]. Automatica, 2003, 39(4): 703-713.
- [4] Lu G P, Daniel W C H. Continuous stabilization controllers for singular bilinear systems: The state feedback case[J]. Automatica, 2006, 42(2): 309-314.
- [5] 张秀华, 张庆灵. 双线性广义系统稳定性控制分析[J]. 控制工程, 2006, 21(2): 192-195.
(Zhang X H, Zhang Q L. Stability control anality of singular bilinear systems[J]. Control Engineering Of China, 2006, 21(2):192-195.)
- [6] 兰奇逊, 梁家荣, 高许岗. 不确定广义双线性系统的鲁棒镇定[J]. 自动化学报, 2008, 34(6): 707-710.
(Lan Q X, Liang J R, Gao X G. Robust stabilization for singular bilinear systems with uncertainty[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(6): 707-710.)
- [7] Man Z H, Paplinski A P, Wu H R. A robust MIMO terminal sliding mode control scheme for rigid robotic manipulators[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1994, 39(12): 2464-2469.
- [8] Yu X H, Man Z H. Fast terminal sliding mode control design for nonlinear dynamic systems[J]. IEEE Trans on Circuits Systems, Part I, 2002, 49(2): 261-264.

- [9] Yu S H, Ma Z, Yang X H. Nonsmooth finite-time control of uncertain second-order nonlinear systems[J]. *J of Control Theory and Applications*, 2007, 5(2): 171-176.
- [10] Liu J K, Sun F C. A novel dynamic terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems[J]. *J of Control Theory and Applications*, 2007, 5(2): 189-193.
- [11] Feng Y, Yu X H, Man Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [12] Zheng X M, Zhao L, Feng Y, et al. TSM control of the delayed input system[J]. *J of Harbin Institute of Technology*, 2007, 14(6): 788-792.
- [13] Guo Y S, Chen L. Terminal sliding mode control for coordinated motion of a space rigid manipulator with external disturbance[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2008, 29(5): 583-590.
- [14] Wang H, Han Z Z, Xie Q Y, et al. Finite-time chaos control via nonsingular terminal sliding mode control[J]. *Communications Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14(6): 2728-2733.
- [15] 李升波, 李国强, 王建强, 等. 非奇异快速的终端滑模控制方法[J]. *信息与控制*, 2009, 38(1): 1-8.
(Li S B, Li K Q, Wang J Q, et al. Nonsingular and fast terminal sliding mode control method[J]. *Information and Control*, 2009, 38(1): 1-8.)
- [16] 周丽, 姜长生, 都延丽. 一种基于反步法的鲁棒自适应终端滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(6): 678-682.
(Zhou L, Jiang C S, Du Y L. A robust and adaptive terminal sliding mode control based on backstepping[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(6): 678-682.)
- [17] Bartolini G, Ferrara A, Usai E. Chattering avoidance by second-order sliding mode control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(2): 241-246.
- [18] 郑雪梅, 冯勇, 陈晓丽. 多变量模型不确定系统的二阶滑模分解控制方法[J]. *控制与决策*, 2003, 18(4): 407-412.
(Zheng X M, Feng Y, Chen X L. Terminal sliding mode decomposed control of multivariable uncertain systems[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(4): 407-412.)

(上接第166页)

- [45] Hsu W H. Genetic wrappers for feature selection in decision tree induction and variable ordering in Bayesian network structure learning[J]. *Information Sciences*, 2004, 163(17): 103-122.
- [46] Chiang L H, Pell R J. Genetic algorithms combined with discriminant analysis for key variable identification[J]. *J of Process Control*, 2004, 14(2): 143-155.
- [47] Guyon I, Jason Weston, Stephen Barnhill, et al. Gene selection for cancer classification using support vector machines[J]. *Machine Learning*, 2002, 46(1/2/3): 389-422.
- [48] Krzysztof Michalak, Halina Kwasnicka. Correlation-based feature selection strategy in classification problems[J]. *Int J of Application Mathematics Computer Science*, 2006, 16(4): 503-511.
- [49] 叶吉祥, 龚希龄. 一种快速的 Wrapper 式特征子集选择新方法[J]. *长沙理工大学学报: 自然科学版*, 2010, 7(4): 69-73.
(Ye J X, Gong X L. A novel fast Wrapper for feature subset selection[J]. *J of Changsha University of Science and Technology: Natural Science*, 2010, 7(4): 69-73.)
- [50] 戴平, 李宁. 一种基于 SVM 的快速特征选择方法[J]. *山东大学学报: 工学版*, 2010, 40(5): 60-65.
(Dai P, Li N. A fast SVM-based feature selection method[J]. *J of Shandong University: Engineering Science*, 2010, 40(5): 60-65.)
- [51] Li G-Z, Yang J Y. Feature selection for ensemble learning and its application[M]. *Machine Learning in Bioinformatics*, 2008: 135-155.
- [52] Sheinvald J, Byron Dom, Wayne Niblack. A modelling approach to feature selection[J]. *Proc of 10th Int Conf on Pattern Recognition*, 1990, 6(1): 535-539.
- [53] Cardie C. Using decision trees to improve case-based learning[C]. *Proc of 10th Int Conf on Machine Learning*. Amherst, 1993: 25-32.
- [54] Modrzejewski M. Feature selection using rough sets theory[C]. *Proc of the European Conf on Machine Learning*. 1993: 213-226.