

文章编号: 1001-0920(2012)02-0216-05

一类高阶非线性系统的级联自抗扰控制

段慧达^{1a,2}, 田彦涛¹, 李津淞^{1a}, 王光彬^{1a}

(1. 吉林大学 a. 通信工程学院, b. 工程仿生教育部重点实验室,
长春 130025; 2. 北华大学 电气信息工程学院, 吉林 吉林 132021)

摘要: 针对类似板球系统的一类高阶、强耦合、不确定非线性系统, 利用 backstepping 算法的思想, 提出以多个低阶自抗扰控制器级联实现控制的方法. 通过各低阶自抗扰控制器的扩张状态观测器观测出各级对象的内外扰动, 然后进行补偿, 较好地解决了高阶非线性系统的不确定性、耦合性及干扰抑制问题. 以板球系统的轨迹跟踪控制为例进行研究, 所得结果表明, 该方案适用于复杂高阶非线性级联系统的控制, 具有良好的动态特性及鲁棒性.

关键词: 高阶非线性系统; 自抗扰控制器; 级联系统; 板球系统

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Control for a class of higher order nonlinear system based on cascade of active disturbance rejection controller

DUAN Hui-da^{1a,2}, TIAN Yan-tao¹, LI Jin-song^{1a}, WANG Guang-bin^{1a}

(1a. School of Communication Engineering, 1b. Ministry of Education Key Laboratory of Bionic Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. School of Electric and Information Engineering, Beihua University, Jilin 132021, China. Correspondent: TIAN Yan-tao, E-mail: tianyt@jlu.edu.cn)

Abstract: According to a kind of higher order, strong coupling, uncertainty nonlinear system, such as ball and plate system, a cascade control strategy with low order active disturbance rejection control(ADRC) is presented based on backstepping design idea. Because the disturbance and coupling are treated as an additional state variable, which is then estimated and compensated for in real time through the extended state observer(ESO) of low order ADRC, the problems of uncertainty nonlinear, coupling and disturbance rejection are all resolved. At the same time, the simulation studies of trajectory tracking with ball and plate system are made. The results show that the proposed strategy has better dynamic, robust characteristics and adjusts to the higher order, and complicated nonlinear object.

Key words: higher order nonlinear system; active disturbance rejection controller; cascade system; ball and plate system

1 引言

非线性级联系统^[1]是由多个非线性子系统级联而形成, 广泛存在于电力、机械等工程领域. 描述这类系统的数学模型通常具有高阶非线性特性, 且存在耦合. 此外, 在实际系统中由于建模误差、量测误差等不确定因素的影响, 使得系统中不可避免地存在参数不确定和干扰, 因此非线性级联系统的解耦及扰动抑制问题的研究具有较高的理论价值和实用意义. 目前, 针对非线性级联系统, 非线性控制器设计的方法取得了一定的研究成果. 文献[2]针对欠驱动机械系统的严格反馈规范型, 给出了基于 Backstepping 控制思想

的系统化控制设计方案: 首先设计归约的非线性子系统的状态反馈控制器; 然后按照 Backstepping 的步骤, 得到整个级联系统的状态反馈控制算法. [3]研究了非线性级联系统关于指定状态空间区域不变特性的问题, 即不变控制. [4]研究了一类多输入级联非线性切换系统的全局镇定. [5-6]针对级联系统参数不确定性的不变控制进行了研究. 然而对于参数不确定性级联系统, 还没有非常成熟的控制方法.

本文根据 Backstepping 的思想, 利用自抗扰控制器(ADRC)^[7-8]扰动补偿的优点, 提出了以多个低阶自抗扰控制器级联实现控制的方案. 通过各低阶自抗

收稿日期: 2010-09-19; 修回日期: 2010-12-19.

基金项目: 高等学校博士学科点专项基金项目(20060183006); 国家自然科学基金项目(60974067); 吉林大学“985工程”工程仿生科技创新平台项目.

作者简介: 段慧达(1973-), 女, 副教授, 博士生, 从事智能控制的研究; 田彦涛(1958-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模与优化控制、分布式智能系统与网络控制等研究.

扰控制器的扩张状态观测器观测出各级对象的状态及内外扰动, 并且对扰动进行补偿, 较好地解决了高阶非线性系统的不确定性、耦合性及干扰抑制问题. 此外, 以板球系统^[9-10]为研究对象来研究高阶、不确定、非线性级联系统的控制问题, 验证了本方案的可行性.

2 高阶非线性系统的级联自抗扰控制方案

2.1 含不确定性的高阶非线性级联系统模型

在模型确知条件下的非线性级联系统研究中, 通常将级联系统化成反馈形式的规范型^[11]. 为研究不确定非线性级联系统的控制问题, 给出多输入反馈形式级联系统定义.

定义 1 若非线性级联系统具有如下结构:

$$\begin{cases} \dot{z} = f_0(z, \xi_1, w_0(t)), \\ \dot{\xi}_1 = f_1(z, \xi_1, w_1(t)) + \xi_2, \\ \vdots \\ \dot{\xi}_{n-1} = f_{n-1}(z, \xi_1, \dots, \xi_{n-1}, w_{n-1}(t), t) + \xi_n, \\ \dot{\xi}_n = f_n(z, \xi_i, w_n(t), t) + \sum_{j=1}^p b_j u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (1)$$

则称其为反馈形式多输入级联系统. 其中: $f_i(t)$ 为模型中含有不确定项的函数, $w_i(t)$ 为不确定因素(含扰动).

2.2 基于自抗扰控制器的级联控制方案

对于式(1)这样带有不确定项的系统, 简单补偿或简单误差反馈的方法难以实现控制, Backstepping 算法以过参数化的方法估计未知的系统参数, 通过递推设计的思想逐步构造合理的虚拟控制器, 是一种处理系统结构化不确定性较为有效的方法^[12]. 但 Backstepping 算法中李雅普诺夫函数构造复杂, 而且要求跟踪给定高阶微分平滑. 自抗扰控制器由于其具有扩张状态观测器, 可以对不确定因素进行估计和补偿, 能够很好地解决不确定的问题. 此外, 自抗扰控制器结构简单, 设计易于实现. 因此, 若将 Backstepping 算法递推设计、逐步构造虚拟控制器的思想与自抗扰控制器能对不确定因素进行估计的特点相结合, 则可以设计出基于自抗扰控制器的非线性反馈控制器, 用来解决含不确定项的高阶级联非线性系统的控制问题. 本文通过合理选择虚拟控制量, 利用多个低自抗扰控制器级联的方法, 逐步递推实现了含不确定性的高阶非线性级联系统的控制. 针对非线性级联系统, 基于 ADRC 的级联控制器结构如图 1 所示.

以满足严格反馈形式的非线性级联系统为例, 具体给出了基于 ADRC 的级联控制器设计方案.

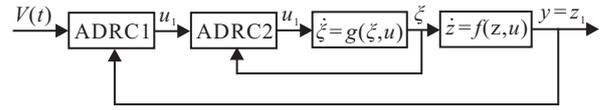


图 1 基于自抗扰控制器的级联系统控制

对于如下非线性时变级联系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, w_1(t), t) + x_2, \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, w_2(t), t) + x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, w_{n-1}(t), t) + x_n, \\ \dot{x}_n = f_n(x_i, w_n(t), t) + bu, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ y = x_1. \end{cases} \quad (2)$$

设状态变量 x_1, x_2, \dots, x_n 均能量测, 则可依次选取 x_1, x_2, \dots, x_n 作为控制 x_1, x_2, \dots, x_{n-1} 的“虚拟控制量”, 即将 x_{i+1} 当作控制 x_i 的虚拟控制量 u_i , 在确定 u_i 后, 将其作为 x_{i+1} 要跟踪的目标, 如此依次递推则可确定出最终的实际控制量 u . 此设计过程中, 各个虚拟控制量 u_i 的求取均利用多个一阶 ADRC 来完成, 其非线性级联系统控制器的整体设计框图如图 2 所示.

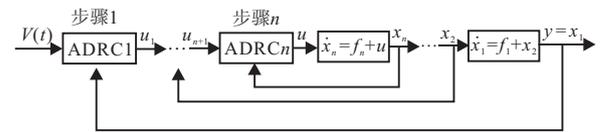


图 2 基于 ADRC 的级联控制器结构图

同理可知, 对于下式所示的具有二阶系统级联形式的高阶非线性系统:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = f_1(x_i, \dot{x}_i, w_1(t), t) + x_2, \\ \ddot{x}_2 = f_2(x_i, \dot{x}_i, w_2(t), t) + x_3, \\ \vdots \\ \ddot{x}_{n-1} = f_{n-1}(x_i, \dot{x}_i, w_{n-1}(t), t) + x_n, \\ \ddot{x}_n = f_n(x_i, \dot{x}_i, w_{n-1}(t), t) + u, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ y = x_1. \end{cases} \quad (3)$$

在适当选取虚拟控制量后, 可利用多个二阶 ADRC 完成虚拟控制量的求取, 再将各二阶 ADRC 进行级联, 最终完成控制器的设计. 当然, 对于任意高阶级联系统也可通过坐标变换, 利用多个一阶或二阶 ADRC 级联组合来实现控制器的设计.

3 板球系统级联自抗扰控制器的设计

3.1 板球系统的数学模型

板球系统是指通过动态调整平板的倾斜角度, 控制在平板上的小球的位置和运动状态的欠驱动机械系统. 根据欧拉-拉格朗日方程, 当广义坐标为位移时对应广义力; 当广义坐标为角度时对应广义力矩, 由

伺服系统产生的扭矩提供. 可以得到如下形式的板球系统非线性方程^[13]:

$$\ddot{x} = m(\dot{\alpha}\dot{\beta}y + \dot{\alpha}^2x)/(m + I_b/r^2) - [mg/(m + I_b/r^2)]\alpha, \quad (4)$$

$$\ddot{y} = m(\dot{\alpha}\dot{\beta}x + \dot{\beta}^2y)/(m + I_b/r^2) - [mg/(m + I_b/r^2)]\beta, \quad (5)$$

$$\ddot{\alpha} = -\frac{1}{(I_p + I_b + mx^2)}(2m\dot{x}\dot{\alpha} + m\dot{x}y\dot{\beta} + m\dot{x}y\dot{\beta} + m\dot{x}y\dot{\beta} + mgx \cos \alpha) + \frac{1}{(I_p + I_b + mx^2)}\tau_x, \quad (6)$$

$$\ddot{\beta} = -\frac{1}{(I_p + I_b + my^2)}(2m\dot{y}\dot{\beta} + m\dot{x}y\dot{\alpha} + m\dot{x}y\dot{\alpha} + m\dot{x}y\dot{\alpha} + mgy \cos \beta) + \frac{1}{(I_p + I_b + my^2)}\tau_y. \quad (7)$$

由方程可见, 板球系统是一个高阶、强耦合的非线性系统^[14]. 此外, 建模中忽略了一些因素的影响, 因而模型具有不确定性.

3.2 板球系统的解耦

在应用自抗扰控制器时, 对于二阶系统, 可一般化为如下形式:

$$\begin{cases} \ddot{x} = f(x, \dot{x}, w(t), t) + b(t)u, \\ y = x. \end{cases}$$

其中: $w(t)$ 为外部扰动, u 为控制量, $f(x, \dot{x}, w(t), t)$ 为外部扰动和内部扰动之和的函数.

由上述可知, 在板球系统的数学模型中以式(4)为例, 将 $-mg/(m+I_b/r^2)$ 设为常数 k , 等式右边除 $k\alpha$ 外的其他项均设为含扰动 $w_x(t)$ 的有界函数 $f(x, \dot{x}, w_x(t), t)$, 则式(4)和(5)可化为

$$\begin{cases} \ddot{x} = f(x, \dot{x}, w_x(t), t) + k\alpha, \\ \ddot{y} = f(y, \dot{y}, w_y(t), t) + k\beta - mg/(m + I_b/r^2) = k, \end{cases} \quad (8)$$

其中 $w_x(t), w_y(t)$ 为等效扰动, 它们是耦合项和扰动项的综合函数. 将式(8)中的不确定项当作系统的扰动处理, 利用扩张状态观测器(ESO)对其进行估计, 之后给予补偿. 在利用 ESO 观测出 $f(x, \dot{x}, w_x(t), t)$ 之后, 选择

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{k}(\alpha^* - f(x, \dot{x}, w_x(t), t)), \\ \beta = \frac{1}{k}(\beta^* - f(y, \dot{y}, w_y(t), t)) \end{cases}$$

进行坐标变换, 则系统可重新描述为

$$\begin{cases} \ddot{x} = \alpha^*, \\ \ddot{y} = \beta^*. \end{cases}$$

至此, 便实现了系统的解耦, 对于式(6)和(7)应用同样的方法也可以实现解耦. 可以看出, 如果 ESO 能够观测出系统的扰动, 则可实现对扰动的抑制并实现系统的解耦.

3.3 板球系统的级联自抗扰控制

根据板球系统 x 方向的数学模型取坐标变换 $z_1 = x, z_2 = \dot{x}, \xi_1 = \alpha, \xi_2 = \dot{\alpha}$. 令

$$\begin{aligned} f_1(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_1(t)) &= m(\dot{\alpha}\dot{\beta}y + \dot{\alpha}^2x)/(m + I_b/r^2), \\ f_2(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_2(t)) &= -\frac{1}{(I_p + I_b + mx^2)}(2m\dot{x}\dot{\alpha} + m\dot{x}y\dot{\beta} + \\ & m\dot{x}y\dot{\beta} + m\dot{x}y\dot{\beta} + mgx \cos \alpha), \\ \frac{1}{(I_p + I_b + mx^2)}\tau_x &= u_x, \end{aligned}$$

则方程(4)和(6)便转换成如下两个二阶非线性系统级联的形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = f_1(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_1(t)) + k\xi_1, \\ \dot{\xi}_1 = \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = f_2(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_2(t)) + u_x, \\ y_1 = z_1. \end{cases} \quad (9)$$

式(9)符合式(1)的形式. 该方程也可表示为

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = f_1(z_1, \dot{z}_1, \xi_1, \dot{\xi}_1, w_1(t)) + k\xi_1, \\ \ddot{\xi}_1 = f_2(z_1, \dot{z}_1, \xi_1, \dot{\xi}_1, w_2(t)) + u_x, \\ y_1 = z_1. \end{cases} \quad (10)$$

适当进行坐标变换后, 也符合式(3)的形式. 同理, 对 y 方向的数学模型取坐标变换

$$z_1 = y, z_2 = \dot{y}, \xi_1 = \beta, \xi_2 = \dot{\beta}.$$

令

$$\begin{aligned} f_3(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_3(t)) &= m(\dot{\alpha}\dot{\beta}x + \dot{\beta}^2y)/(m + I_b/r^2), \\ f_4(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_4(t)) &= -\frac{1}{(I_p + I_b + my^2)}(2m\dot{y}\dot{\beta} + \\ & m\dot{x}y\dot{\alpha} + m\dot{x}y\dot{\alpha} + m\dot{x}y\dot{\alpha} + mgy \cos \beta), \\ \frac{1}{(I_p + I_b + my^2)}\tau_y &= u_y, \end{aligned}$$

则方程(5)和(7)可以化成如下两个二阶非线性系统级联的形式:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, \\ \dot{z}_2 = f_3(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_3(t)) + k\xi_1, \\ \dot{\xi}_1 = \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = f_4(z_1, z_2, \xi_1, \xi_2, w_4(t)) + u_y, \\ y_2 = z_1; \end{cases} \quad (11)$$

也可以表示为

$$\begin{cases} \ddot{z}_1 = f_3(z_1, \dot{z}_1, \xi_1, \dot{\xi}_1, w_3(t)) + k\xi_1, \\ \ddot{\xi}_1 = f_4(z_1, \dot{z}_1, \xi_1, \dot{\xi}_1, w_4(t)) + u_y, \\ y_1 = z_1. \end{cases} \quad (12)$$

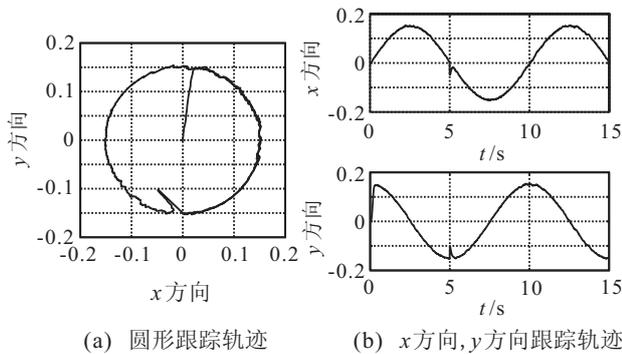


图5 x, y 加入扰动时的轨迹跟踪曲线

5 结论

本文研究了高阶非线性、不确定系统的控制问题, 给出了一类具有反馈形式的高阶级联系统的自抗扰控制方案. 在将高阶非线性系统变换成标准的级联规范型后, 利用多个低阶自抗扰控制器级联实现控制, 很好地解决了一类高阶非线性、不确定、级联系统的自抗扰控制器设计难题, 为自抗扰控制器的应用作出了有益的尝试. 此外, 本文以高阶、强耦合、不确定、非线性板球系统为例, 设计了基于4个二阶ADRC的控制方案, 有效解决了系统存在的耦合及扰动抑制的问题, 仿真结果表明了该方案的可行性.

参考文献(References)

- [1] Jankovic M, Sepulchre R, Kokotovic P V. Constructive Lyapunov stabilization of nonlinear cascaded systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(12): 1723-1736.
- [2] 高丙团, 陈宏钧, 张晓华. 一类欠驱动机械系统的非线性控制研究[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 104-107.
(Gao B T, Chen H J, Zhang X H. Nonlinear control for a class of underactuated mechanical systems[J]. Control and Decision, 2006, 21(1): 104-107.)
- [3] 董亚丽, 范姣姣, 秦化淑. 一类多输入级联非线性切换系统的全局镇定[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(1): 35-38.
(Dong Y L, Fan J J, Qin H S. Global stabilization of a class of multi-input cascade switched nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2009 26(1): 35-38.)
- [4] Mareczek J, Buss M. Robust stabilization of SISO non-minimum phase nonlinear systems[C]. Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control. Phoenix, 1999, 2: 1900-1905.
- [5] 付俊, 赵军, 李一波. 一类非线性级联系统的鲁棒不变切换控制[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(10): 2878-2881.
(Fu J, Zhao J, Li Y B. Robust invariance switching control for a class of nonlinear cascade systems[J]. J of System Simulation, 2006, 18(10): 2878-2881.)
- [6] Mareczek J, Buss M, Spong M W. Invariance control for a class of cascade nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(3): 636-640.
- [7] 韩京清. 自抗扰控制技术[J]. 前沿科学, 2007, 1(1): 27-31.
(Han J Q. Auto disturbances rejection control technique[J]. J of Frontier Science, 2007, 1(1): 27-31.)
- [8] Bai Ming, Tian Yantao, Su Jintao, et al. Mathematic model and fuzzy control of super articulated ball and plate system[C]. Proc of the 24th Chinese Control Conf. Guangzhou, 2005: 1147-1151.
- [9] Gao Zhiqiang, Huang Yi, Han Jingqing. An alternative paradigm for control system design[C]. Proc of the 40th IEEE Conf on Decision and Control. Orlando, 2001: 4578-4585.
- [10] Jankovic M, Sepulchre R, Kokotovic P V. Constructive Lyapunov stabilization of non linear cascaded systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41: 1723-1736.
- [11] Fan Xingzhe, Zhang Naiyao, Teng Shujie. Trajectory planning and tracking of ball and plate system using hierarchical fuzzy control scheme[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2004, 144(2): 297-312.
- [12] 王红睿, 田彦涛. 板球系统的参数自调整反步控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(5): 749-753.
(Wang H R, Tian Y T. Backstepping control with automatic tuning parameters for ball and plate system[J]. Control and Decision, 2009, 24(5): 749-753.)
- [13] Duan Huida, Tian Yantao, Wang Guangbin. Trajectory tracking control of ball and plate system based on auto-disturbance rejection controller[C]. Proc of the 7th Asian Control Conf. Hong Kong, 2009, 8: 471-476.
- [14] Ker C, Ch L, Wang R. Tracking and balance control of ball and plate system[J]. J of the Chinese Institute of Engineers, 2007, 30(3): 459-470.