

文章编号: 1001-0920(2012)07-1009-06

## 基于灰色关联分析和 MYCIN 不确定因子的 区间直觉模糊决策方法

李 鹏, 刘思峰, 方志耕

(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

**摘 要:** 针对方案的指标值为区间直觉模糊数的决策问题, 提出一种基于灰色关联分析和 MYCIN 不确定因子的决策方法. 该方法将 MYCIN 不确定因子方法融合到决策方法中, 运用灰色关联方法确定各指标的信任度, 通过计算各方案在不同指标下的不确定因子并对其进行融合来确定最佳方案. 实例分析表明了该方法的有效性和可行性.

**关键词:** 区间直觉模糊数; MYCIN 不确定因子; 数据融合; 决策; 灰色关联分析

中图分类号: N941.5

文献标识码: A

### Interval-valued intuitionistic fuzzy numbers decision-making method based on grey incidence analysis and MYCIN certainty factor

LI Peng, LIU Si-feng, FANG Zhi-geng

(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China.

Correspondent: LI Peng, E-mail: jellyok@126.com)

**Abstract:** A method based on grey incidence analysis and MYCIN certainty factor is proposed for decision-making problems with the attribute values of corresponding alternatives in the form of interval-valued intuitionistic fuzzy numbers. The MYCIN certainty factor method is integrated into decision-making theory, and the trust degrees of different indices are determined by using the grey incidence analysis. By computing the certainty factor of all alternatives in different indices and fusion of them, the best alternative is obtained. Finally, an example analysis shows the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Key words:** interval-valued intuitionistic fuzzy numbers; MYCIN certainty factor; data fusion; decision-making; grey incidence analysis

## 1 引 言

Zadeh<sup>[1]</sup>提出的模糊集理论可描述外延不分明亦此亦彼的模糊概念. Atanassov<sup>[2]</sup>于 1986 年提出了直觉模糊集的概念, 它是对传统的模糊集的一种扩充和发展, 直觉模糊集增加了新的属性参数——非隶属度函数, 它比传统的模糊集在处理模糊性和不确定性方面更具灵活性和实用性. Atanassov 等人<sup>[3]</sup>对直觉模糊集进一步推广, 提出了区间直觉模糊集的概念. Atanassov<sup>[4]</sup>定义了区间直觉模糊集的一些基本运算法则. Bustince 等人<sup>[5]</sup>定义了区间直觉模糊集的关联度, 并研究了区间直觉模糊集关联性两个分解定理. Hung 等人<sup>[5]</sup>利用形心法来计算区间直觉模糊集的关

联系数. 目前, 对区间直觉模糊集的研究主要集中于其基础理论方面, 对区间直觉模糊信息的集成方式和区间直觉模糊集理论的实际应用研究得较少<sup>[7-8]</sup>, 因而有必要对该类问题进行探讨.

传统的决策方法大都是对各方案的属性(指标)值加权求和得到各方案的综合属性值, 再根据其大小进行排序. 事实上人们在决策时, 除了用方案的属性值加权求和进行决策外, 很多情况下, 是利用个体的经验和所能收集到的相关事实和数据作为判断与推理的证据进行证据推理, 找出最优方案. 在这里称其为“证据推理决策”. 例如, 某人怀疑自己得了某种疾病, 去医院作检查, 通过验血和验尿两项检查, 所得结

收稿日期: 2010-09-26; 修回日期: 2011-01-04.

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90924022); 国家自然科学基金面上项目(70971064); 国家社科重点项目(08AJY024); 国家自然科学基金项目(70701017).

作者简介: 李鹏(1980—), 男, 博士生, 从事决策分析、灰色系统理论的研究; 刘思峰(1956—), 男, 教授, 博士生导师, 从事数量经济学、灰色系统理论等研究.

果均为阳性(将两项检查结果作为证据). 已知仅通过验血可以判定得此病的确信度为 0.8, 仅通过验尿可以判断得此病的确信度为 0.7. 若采用传统方法, 则此人得病的可能性是 0.75; 若用本文提供的“证据推理决策”, 则此人得病的可能是 0.96, 说明此人得病有非常高的可能性, 这是比较合理的.

针对区间直觉模糊信息的集成方式和区间直觉模糊集理论的实际应用研究较少以及“证据推理决策”的合理性, 本文将 MYCIN 不确定因子和灰色关联方法引入决策理论中, 提出一种基于灰色关联分析和 MYCIN 不确定因子的区间直觉模糊决策方法, 解决了以下 3 个方面的决策问题:

1) 提供一种新的基于证据推理的快速有效的决策方法与模式, 便于人们利用已有的经验和动态决策过程中不断补充的信息作为证据进行推理决策;

2) 将 MYCIN 不确定因子和灰色关联方法相结合, 建立推理决策模型, 拓宽灰色系统理论的应用领域;

3) 提出一种新的基于不确定因子的区间直觉模糊信息的集成方式, 使获得的新信息得到更加充分的利用, 决策结果更为合理, 并扩大区间直觉模糊集理论的实际应用范围.

## 2 决策模型构建与算法设计

设  $X$  为一个给定论域, 则  $X$  上的一个直觉模糊集<sup>[2]</sup>

$$A = \{ \langle x, u_A(x), v_A(x) \rangle | x \in X \}.$$

其中:  $u_A(x)$  和  $v_A(x)$  分别为  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的隶属度和非隶属度, 即  $u_A: X \rightarrow [0, 1]$ ,  $v_A: X \rightarrow [0, 1]$ , 且满足条件  $0 \leq u_A(x) + v_A(x) \leq 1$ ,  $x \in X$ . 称  $\pi_A(x) = 1 - u_A(x) - v_A(x)$  为  $X$  中元素  $x$  属于  $A$  的犹豫度.

一个直觉模糊集  $A$ , 其隶属度  $u_A(x)$ , 非隶属度  $v_A(x)$  及其犹豫度  $\pi_A(x)$  分别表示对象  $x$  属于直觉模糊集  $A$  的支持、反对和中立这 3 种证据的程度. 例如, 假设直觉模糊集  $A = \{ \langle x, 0.5, 0.3 \rangle | x \in X \}$ , 即其隶属度  $u_A(x) = 0.5$ , 非隶属度  $v_A(x) = 0.3$ , 犹豫度  $\pi_A(x) = 0.2$ , 则表示对象  $x$  属于直觉模糊集  $A$  的程度为 0.5, 不属于集  $A$  的程度为 0.3, 既不支持也不反对的中立程度为 0.2. 也可用投票模型来解释: 赞成票为 50%, 反对票为 30%, 弃权票为 20%.

由于客观事物的复杂性和不确定性,  $u_A(x)$  和  $v_A(x)$  的值往往难以用精确的实数值表达, 而用区间数形式表示是比较适合的. Atanassov 等人<sup>[3]</sup>对直觉模糊集进行了拓展, 称  $\bar{A} = \{ \langle x, \bar{u}_A(x), \bar{v}_A(x) \rangle | x \in X \}$  为区间直觉模糊集. 其中:  $\bar{u}_A(x) \subset [0, 1]$ ,  $\bar{v}_A(x) \subset [0, 1]$ , 且满足条件  $\sin \bar{u}_A(x) + \sup \bar{v}_A(x) \leq 1$ ,  $\forall x \in X$ .

$X$  中的元素  $x$  属于  $A$  的隶属度与非隶属度所组成的有序对  $\langle \bar{u}_A(x), \bar{v}_A(x) \rangle$  称为区间直觉模糊数. 可以将  $X$  上的区间直觉模糊集  $A$  视为全区间体直觉模糊数的集合, 记为 IIFS( $X$ ).

假设多属性(指标)决策问题有  $m$  个可行方案  $X_1, X_2, \dots, X_m$ ,  $n$  个评价指标  $I_1, I_2, \dots, I_n$ . 可行方案  $X_i$  在评价指标  $I_i$  下的属性值为区间直觉模糊数  $d_{ij}$ , 得到区间直觉模糊决策矩阵  $D = (d_{ij})_{m \times n}$ .

对于直觉模糊数  $\alpha = \langle u_A(x), v_A(x) \rangle$ , 定义  $S(\alpha) = u_A(x) - v_A(x)$  为  $\alpha$  的记分函数<sup>[9]</sup>, 其中  $S(\alpha) \in [-1, 1]$ .

Chen 于 1994 年首先引进记分函数, 其意义是支持程度与反对程度的差值, 该值表示净支持程度, 该值越大越好, 这与人们的直觉非常相近. 特别地, 当  $S(\alpha) = -1$  时, 表示完全反对该方案; 当  $S(\alpha) = 1$  时, 表示完全赞成该方案; 当  $S(\alpha) = 0$  时, 表示支持程度与反对程度一样.

**定义 1** 对于区间直觉模糊数  $\alpha = \langle \bar{u}_A(x), \bar{v}_A(x) \rangle$ , 定义  $S(\alpha) = \bar{u}_A(x) - \bar{v}_A(x)$  为  $\alpha$  的区间记分函数, 其中  $S(\alpha) \subset [-1, 1]$  为一区间数.

通过定义 1 可以将区间直觉模糊决策矩阵  $D = (d_{ij})_{m \times n}$  转化为区间记分函数矩阵  $S = (s_{ij})_{m \times n}$ , 其中  $s_{ij} = [s_{ij}^l, s_{ij}^u]$ .

**定义 2**<sup>[10]</sup> 设  $h$  是假设随机变量,  $e$  为证据随机变量, 则  $CF(h/e) = MB(h/e) - MD(h/e)$  为 MYCIN 不确定因子. 其中

$$MB(h/e) = \begin{cases} \frac{P(h/e) \vee P(h) - P(h)}{1 - P(h)}, & P(h) \neq 1; \\ 1, & P(h) = 1; \end{cases}$$

$$MD(h/e) = \begin{cases} \frac{P(h/e) - P(h) \wedge P(h)}{P(h)}, & P(h) \neq 0; \\ 1, & P(h) = 1. \end{cases}$$

$CF(h/e)$  表示当证据  $e$  肯定为真时, 它对假设  $h$  为真的信任度, 取值范围为  $[-1, 1]$ .

特别地, 当  $CF(h/e) = 1$  时, 表示假设  $h$  在证据  $e$  下为真; 当  $CF(h/e) = -1$  时, 表示假设  $h$  在证据  $e$  下为假; 当  $CF(h/e) = 0$  时, 表示假设  $h$  在证据  $e$  下完全不能确定.

在本文中, 将决策系统的指标体系和方案体系分别视为一组证据信息和不同假设.

通过比较直觉模糊数记分函数和 MYCIN 不确定因子可以发现, 两者在意义上非常相似, 可以用记分函数值来替代不确定因子. 而区间直觉模糊数的区间记分函数为区间数, 无法直接应用, 故应将区间数  $s_{ij}$  转化为实数.

**定义 3** 设  $s_{ij} = [s_{ij}^l, s_{ij}^u]$  为一区间数, 称

$$G_\alpha(s_{ij}) = \frac{s_{ij}^l + s_{ij}^u}{2} + \alpha \frac{s_{ij}^u - s_{ij}^l}{2}$$

为区间数  $s_{ij} = [s_{ij}^l, s_{ij}^u]$  的点算子, 其中  $\alpha$  为风险因子,  $\alpha \in [-1, 1]$ . 当  $\alpha = 0$  时, 说明决策者为风险中性的;  $\alpha > 0$  时, 说明决策者是追求风险的;  $\alpha < 0$  时, 说明决策者是厌恶风险的.

通过定义 3 可以将区间数  $s_{ij}$  转化为实数  $g_{ij}$ ; 区间记分矩阵  $S = (s_{ij})_{m \times n}$  转化为记分矩阵  $G = (g_{ij})_{m \times n}$ , 文献 [8] 提出的记分函数是定义 3 中  $\alpha = 0$  时的特殊情况.

取  $CF(h_i/e_j) = g_{ij}$ ,  $CF(h_i/e_j)$  表示在指标  $I_j$  下方案  $X_i$  为最优方案的信任度.

然而, 当证据  $e$  不确定为真时, 即当证据  $e$  为不确定型时, 令  $CF(e)$  表示证据  $e$  的信任度, 取值范围是  $[-1, 1]$ .  $CF(e)$  的值越大, 表示证据  $e$  的可信程度越高; 特别地,  $CF(e) = 1$  表示证据  $e$  为真,  $CF(e) = -1$  表示证据  $e$  为假.

**定义 4** 令  $CF_T(h/e) = CF(h/e) \cdot CF(e)$  为实质不确定因子.

实质不确定因子表征在出现证据  $e$ , 且  $e$  的信任度为  $CF(e)$  的条件下, 对假设  $h$  为真的信任度.

若要得到实质不确定因子, 则必须先求得每个证据 (指标)  $I_j$  的可信度  $CF(e_j)$ . 为了求出每个证据 (指标)  $I_j$  的可信度  $CF(e_j)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , 本文采用灰色系统中的灰色关联分析方法, 首先求得指标不确定度.

指标不确定度的提取方法应根据实际情况予以选择. 理论上, 如果某个指标信息相对于其他指标而言越匹配于指标体系的平均信息, 则说明该指标包含的信息越利于决策, 该指标信息的不确定度越低; 反之亦成立.

设记分函数矩阵  $G = (g_{ij})_{m \times n}$ , 令

$$\bar{g}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n g_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

**定义 5**<sup>[11]</sup> 指标  $I_j$  的  $q$  阶不确定度为

$$DOI(I_j) = \frac{1}{m} \left[ \sum_{i=1}^m (r_{ij})^q \right]^{\frac{1}{q}}.$$

其中

$$r_{ij} = \frac{\min_i |g_{ij} - \bar{g}_i| + \zeta \max_i |g_{ij} - \bar{g}_i|}{|g_{ij} - \bar{g}_i| + \zeta \max_i |g_{ij} - \bar{g}_i|},$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

为灰色均值关联度, 一般令  $\zeta = 0.5$ .

通过定义 5 (为了提高分辨效果, 采用欧氏距离而不采用 Hamming 距离, 这里取  $q = 2$ ), 得到指标  $I_i$  的可信度  $CF(e_j) = 1 - DOI(I_i)$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . 这样便可得到方案  $X_i$  在各指标  $I_j$  下的实质不确定因子

$$CF_T(h_i/e_j) = CF(h_i/e_j) \cdot CF(e_j) = g_{ij} \cdot (1 - DOI(I_j)). \quad (1)$$

要做出决策需要对各方案在不同指标 (证据) 下实质不确定因子进行证据融合, 下面给出融合方法.

**定义 6**<sup>[10]</sup> 设函数  $F : [0, \infty) \rightarrow [-1, 1]$ , 满足:

- 1)  $F(0) = -1, F(\infty) = -1, F(x)$  是单调增的;
- 2)  $F(1/x) = -F(x)$ ;

则称  $F$  为生成函数.

**定义 7**<sup>[10]</sup> 若生成函数  $F(x)$  存在二元函数  $f$  且满足

$$F(x \cdot y) = f(F(x), F(y)),$$

则称  $F$  为可合成的生成函数.

**定理 1** 若  $e_1$  和  $e_2$  关于  $h$  和  $\bar{h}$  是条件独立的,  $F$  是可以合成的生成函数, 则

$$CF_T(h/e_1, e_2) = F\left(\frac{P(e_1, e_2/h)}{P(e_1, e_2/\bar{h})}\right)$$

是不确定因子的合成函数, 即存在函数  $f : [-1, 1]^2 \rightarrow [-1, 1]$ , 使  $CF_T(h/e_1, e_2) = f(CF_T(h/e_1), CF_T(h/e_2))$ .

**证明** 由条件独立性和  $F$  的性质, 有

$$CF_T(h/e_1, e_2) = F\left(\frac{P(e_1/h)}{P(e_1/\bar{h})} \cdot \frac{P(e_2/h)}{P(e_2/\bar{h})}\right) = f\left(F\left(\frac{P(e_1/h)}{P(e_1/\bar{h})}\right), F\left(\frac{P(e_2/h)}{P(e_2/\bar{h})}\right)\right) = f(CF_T(h/e_1), CF_T(h/e_2)).$$

故定理得证.  $\square$

由于  $F_1(x \cdot y) = \frac{F_1(x) + F_1(y)}{1 + F_1(x)F_1(y)}$  是一种可合成的生成函数, 则有如下证据合成公式:

$$CF_T(h/e_1, e_2) = \frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2)}.$$

**定理 2** 由  $F_1$  得到的证据合成公式具有以下性质:

- 1)  $CF_T(h/e_1, e_2) = CF_T(h/e_2, e_1)$ , 即交换律;
- 2)  $CF_T(h/(e_1, e_2), e_3) = CF_T(h/e_1, (e_2, e_3))$ , 即结合律.

**证明** 1) 交换律

$$CF_T(h/e_1, e_2) = \frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2)} = \frac{CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_1)}{1 + CF_T(h/e_2) \cdot CF_T(h/e_1)} = CF_T(h/e_2, e_1).$$

2) 结合律

$$CF_T(h/(e_1, e_2), e_3) = \frac{CF_T(h/e_1, e_2) + CF_T(h/e_3)}{1 + CF_T(h/e_1, e_2) \cdot CF_T(h/e_3)} =$$

$$\frac{\frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2)} + CF_T(h/e_3)}{1 + \frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2)} \cdot CF_T(h/e_3)} =$$

$$\frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_3)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_2)} \rightarrow$$

$$\leftarrow \frac{CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2) \cdot CF_T(h/e_3)}{CF_T(h/e_3) + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_3)},$$

$$CF_T(h/e_1, (e_2, e_3)) =$$

$$\frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2, e_3)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2, e_3)} =$$

$$\frac{CF_T(h/e_1) + \frac{CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_3)}{1 + CF_T(h/e_2) \cdot CF_T(h/e_3)}}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot \frac{CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_3)}{1 + CF_T(h/e_2) \cdot CF_T(h/e_3)}} =$$

$$\frac{CF_T(h/e_1) + CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_3)}{1 + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2) + CF_T(h/e_2)} \rightarrow$$

$$\leftarrow \frac{CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_2) \cdot CF_T(h/e_3)}{CF_T(h/e_3) + CF_T(h/e_1) \cdot CF_T(h/e_3)}.$$

所以  $CF_T(h/(e_1, e_2), e_3) = CF_T(h/e_1, (e_2, e_3))$ .  $\square$

**推论 1** 若  $e_1, e_2, \dots, e_m$  是关于  $h$  和  $\bar{h}$  条件独立的, 则  $CF_T(h/e_1, e_2, \dots, e_m) = f(CF_T(h/e_1, e_2, \dots, e_{m-1}), CF_T(h/e_m))$ , 即

$$CF_T(h/e_1, e_2, \dots, e_m) =$$

$$\frac{CF_T(h/e_1, e_2, \dots, e_{m-1}) + CF_T(h/e_m)}{1 + CF_T(h/e_1, e_2, \dots, e_{m-1}) \cdot CF_T(h/e_m)}. \quad (2)$$

此推论提供了多条证据下实质不确定因子的融合方法. 可以看到, 实质不确定因子在多个证据下进行融合是相当简便的, 对于  $m$  个证据进行融合最多只需要  $m$  次运算.

综上所述, 可得基于灰色关联分析和 MYCIN 不确定因子的区间直觉模糊决策方法步骤如下:

1) 根据区间直觉模糊决策矩阵  $D$  和区间记分函数公式得到区间记分函数矩阵  $S$ , 并通过定义 3 得到记分函数矩阵  $G$ ;

2) 根据记分函数矩阵  $G$  得到 MYCIN 不确定因子矩阵  $CF = (CF(h_i/e_j))_{m \times n}$ ;

3) 根据记分函数矩阵  $G$  和定义 5 得到指标  $I_j$  的不确信度  $DOI(I_j)$ , 进而得到指标  $I_i$  的信任度  $CF(e_j)$

$$= 1 - DOI(I_j), j = 1, 2, \dots, n;$$

4) 根据式 (1) 得到实质不确定因子矩阵  $CF_T = (CF_T(h_i/e_j))_{m \times n}$ ;

5) 根据式 (2) 进行证据信息融合;

6) 根据实质不确定因子最大化原则选择最优方案.

### 3 实例分析

为了便于比较, 本文采用文献 [8] 的算例. 某单位在对干部进行考核选拔时, 首先制定了 6 项考核指标(属性): 思想品德 ( $I_1$ ), 工作态度 ( $I_2$ ), 工作作风 ( $I_3$ ), 文化水平和知识结构 ( $I_4$ ), 领导能力 ( $I_5$ ) 和开拓能力 ( $I_6$ ). 然后由群众推荐和评议, 对各候选人按上述 6 项指标进行评估, 再进行统计处理, 并从中确定 5 名候选人  $X_j (j = 1, 2, \dots, 5)$ . 假设每位候选人在各指标下的评估信息经过统计处理后可表示为区间直觉模糊数, 如表 1 所示.

下面用本文方法确定最佳候选人.

**Step 1** 根据区间直觉模糊决策矩阵和区间记分函数公式得到区间记分函数矩阵

$$S = \begin{bmatrix} [-0.3, -0.1] & [0.3, 0.5] & [0, 0.3] \\ [0.3, 0.5] & [0.2, 0.5] & [0.3, 0.5] \\ [0, 0.2] & [0.5, 0.7] & [0.1, 0.3] \\ [0.3, 0.5] & [0.2, 0.6] & [0.5, 0.7] \\ [0, 0.3] & [-0.2, 0.1] & [0.3, 0.6] \\ [0.5, 0.7] & [-0.5, 0.2] & [0.2, 0.5] \\ [0.4, 0.6] & [-0.3, -0.1] & [0.2, 0.5] \\ \leftarrow [0.3, 0.6] & [0, 0.2] & [0, 0.4] \\ [0.1, 0.3] & [0.2, 0.5] & [0.5, 0.7] \\ [0.4, 0.7] & [0.3, 0.5] & [0.1, 0.4] \end{bmatrix}.$$

取  $\alpha = 0$  (风险中性), 得到记分函数矩阵

$$G = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.4 & 0.15 & 0.6 & -0.35 & 0.35 \\ 0.4 & 0.35 & 0.4 & 0.5 & -0.2 & 0.35 \\ 0.1 & 0.6 & 0.2 & 0.45 & 0.1 & 0.2 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.2 & 0.35 & 0.6 \\ \leftarrow 0.15 & -0.05 & 0.45 & 0.55 & 0.4 & 0.25 \end{bmatrix}.$$

**Step 2** 根据记分函数矩阵  $G$  得到 MYCIN 不确定因子矩阵  $CF = (CF(h_i/e_j))_{m \times n}$ , 即

表 1 区间直觉模糊决策矩阵

	$I_1$	$I_2$	$I_3$	$I_4$	$I_5$	$I_6$
$X_1$	([0.2, 0.3], [0.4, 0.5])	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])	([0.4, 0.5], [0.2, 0.4])	([0.7, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.1, 0.3], [0.5, 0.6])	([0.5, 0.7], [0.2, 0.3])
$X_2$	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])	([0.5, 0.6], [0.1, 0.3])	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])	([0.6, 0.7], [0.1, 0.2])	([0.3, 0.4], [0.5, 0.6])	([0.4, 0.7], [0.1, 0.2])
$X_3$	([0.4, 0.5], [0.3, 0.4])	([0.7, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.5, 0.6], [0.3, 0.4])	([0.6, 0.7], [0.1, 0.2])	([0.4, 0.5], [0.3, 0.4])	([0.3, 0.5], [0.1, 0.3])
$X_4$	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])	([0.5, 0.7], [0.1, 0.3])	([0.7, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.3, 0.4], [0.1, 0.2])	([0.5, 0.6], [0.1, 0.3])	([0.7, 0.8], [0.1, 0.2])
$X_5$	([0.5, 0.6], [0.3, 0.4])	([0.3, 0.4], [0.3, 0.5])	([0.6, 0.7], [0.1, 0.3])	([0.6, 0.8], [0.1, 0.2])	([0.6, 0.7], [0.2, 0.3])	([0.5, 0.6], [0.2, 0.4])

$$CF = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.4 & 0.15 & 0.6 & -0.35 & 0.35 \\ 0.4 & 0.35 & 0.4 & 0.5 & -0.2 & 0.35 \\ 0.1 & 0.6 & 0.2 & 0.45 & 0.1 & 0.2 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.2 & 0.35 & 0.6 \\ 0.15 & -0.05 & 0.45 & 0.55 & 0.4 & 0.25 \end{bmatrix}.$$

**Step 3** 根据记分函数矩阵  $G$  和定义 5 得到指标  $I_j$  的不确信用度

$$DOI(I_1) = 0.389, DOI(I_2) = 0.380,$$

$$DOI(I_3) = 0.344, DOI(I_4) = 0.482,$$

$$DOI(I_5) = 0.417, DOI(I_6) = 0.435,$$

进而得到指标  $I_j$  的信任度  $CF(e_j) = 1 - DOI(I_j), j = 1, 2, \dots, n$ , 即

$$CF(e_1) = 0.611, CF(e_2) = 0.620, CF(e_3) = 0.656,$$

$$CF(e_4) = 0.518, CF(e_5) = 0.583, CF(e_6) = 0.565.$$

**Step 4** 根据式 (1) 得到实质不确定因子矩阵

$$CF_T =$$

$$\begin{bmatrix} -0.122 & 0.248 & 0.098 & 0.311 & -0.204 & 0.198 \\ 0.244 & 0.217 & 0.262 & 0.259 & -0.117 & 0.198 \\ 0.061 & 0.372 & 0.131 & 0.233 & 0.058 & 0.113 \\ 0.244 & 0.248 & 0.394 & 0.104 & 0.204 & 0.339 \\ 0.092 & -0.031 & 0.295 & 0.285 & 0.233 & 0.141 \end{bmatrix}.$$

**Step 5** 根据式 (2) 进行证据信息融合, 有

$$CF_T(h_1/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.496,$$

$$CF_T(h_2/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.796,$$

$$CF_T(h_3/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.759,$$

$$CF_T(h_4/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.919,$$

$$CF_T(h_5/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.777.$$

**Step 6** 根据实质不确定因子最大化原则, 方案  $X_4$  为最优方案, 方案的优劣顺序为  $X_4 \succ X_2 \succ X_5 \succ X_3 \succ X_1$ , 这与文献 [8] 的结果完全一致.

本文提出的方法可以使决策者根据自己的风险偏好选择适当的风险因子 (文献 [8] 给出的方法相当于本文  $\alpha = 0$  时的特殊情况), 下面给出两种特殊情况.

1) 当风险因子  $\alpha = 1$  (追求最大风险) 时, 最终结果为

$$CF_T(h_1/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.870,$$

$$CF_T(h_2/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.916,$$

$$CF_T(h_3/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.907,$$

$$CF_T(h_4/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.969,$$

$$CF_T(h_5/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.926.$$

此时方案  $X_4$  为最优方案, 方案的优劣顺序为  $X_4 \succ$

$$X_5 \succ X_2 \succ X_3 \succ X_1.$$

2) 当风险因子  $\alpha = -1$  (追求最小风险) 时, 最终结果为

$$CF_T(h_1/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.171,$$

$$CF_T(h_2/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.647,$$

$$CF_T(h_3/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.560,$$

$$CF_T(h_4/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.857,$$

$$CF_T(h_5/e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) = 0.539.$$

此时方案  $X_4$  为最优方案, 方案的优劣顺序为  $X_4 \succ X_2 \succ X_3 \succ X_5 \succ X_1$ .

可以看出, 不同风险偏好的决策者作出的方案优劣顺序可能会出现不同, 而文献 [8] 的方法只能给出一种方案优劣顺序. 所以本文提出的方法更加灵活, 适用性更强.

另外, 文献 [8] 是运用加权算术平均算子或加权几何平均算子进行信息集结的, 在如下一些特殊情况下会出现不合理的结果:

1) 当运用加权算术平均算子对多个区间直觉模糊数进行信息集结时:

①若存在某个区间直觉模糊数为  $\langle [1, 1], [0, 0] \rangle$  (即  $\langle 1, 0 \rangle$ ), 则无论其他的区间直觉模糊数怎样取值以及各个区间直觉模糊数的权重如何取值, 其最终集结结果均为  $\langle [1, 1], [0, 0] \rangle$ . 例如 3 个区间的直觉模糊数分别为  $\langle [0.1, 0.2], [0.6, 0.7] \rangle, \langle [0.2, 0.3], [0.6, 0.65] \rangle, \langle [1, 1], [0, 0] \rangle$ , 其权重分别为 0.9, 0.09, 0.01, 运用加权算术平均算子对它们进行集结, 结果为  $\langle [1, 1], [0, 0] \rangle$ , 显然不合理.

②当存在某个区间直觉模糊数为  $\langle [a, b], [0, 0] \rangle$  (其中  $a, b$  为任意值), 无论其他的区间直觉模糊数怎样取值以及各个区间直觉模糊数的权重如何取值, 其最终集结结果均为  $\langle [a', b'], [0, 0] \rangle$  (其中  $a', b'$  与  $a, b$  和其他区间直觉模糊数有关). 例如, 两个区间直觉模糊数为  $\langle [0.1, 0.2], [0, 0] \rangle, \langle [0.1, 0.2], [0.7, 0.8] \rangle$ , 其权重分别为 0.01, 0.99, 通过公式进行集结, 结果为  $\langle [0.1, 0.2], [0, 0] \rangle$ . 第 2 个区间模糊数的权重是第 1 个的 99 倍, 但在集结时不起任何作用, 显然不合理.

2) 当运用加权几何平均算子对多个区间直觉模糊数进行信息集结时:

若存在某个区间直觉模糊数为  $\langle (0, 0), (1, 1) \rangle$  (即  $\langle 0, 1 \rangle$ ), 则无论其他的区间直觉模糊数怎样取值以及各个区间直觉模糊数的权重如何取值, 其最终集结结果均为  $\langle (0, 0), (1, 1) \rangle$ , 这也不合理. 另外, 当存在某个区间直觉模糊数为  $\langle [0, 0], [a, b] \rangle$  (其中  $a, b$  为任意值), 无论其他的区间直觉模糊数怎样取值以及各个区间直觉模糊数的权重如何取值, 其最终集结结果均

为  $\langle [0, 0], [a, b] \rangle$ , 这显然也是不合理的.

本文提出的方法可以避免上述问题, 因同时采用了非线性的信息集结方法, 避免了线性加权求和方法中存在的分辨效果差的问题.

综上所述, 本文方法与文献 [8] 的方法相比较, 具有以下两个优势:

1) 决策者可以根据自己的风险偏好选择风险因子  $\alpha$ , 从而方法更加灵活, 适用性更强, 适合于各种风险偏好的决策者. 而文献 [8] 的方法仅是本文  $\alpha = 0$  时的特殊情况.

2) 文献 [8] 提出的加权算术平均算子或加权几何平均算子, 在一些特殊情况下会出现不合理的结果; 而本文方法则可以避免上述问题, 同时由于运用了非线性的信息集结方法, 避免了线性加权求和方法中存在的分辨效果差的问题.

#### 4 结 论

本文将不确定因子方法引入区间直觉模糊决策, 提出了一种新的基于证据推理的快速有效的决策方法与模式. 定义了区间记分函数和区间记分函数的点算子, 通过点算子将区间记分函数转化为记分函数, 利用记分函数得到 MYCIN 不确定因子, 运用灰色关联方法确定各指标的信任度, 从而得到方案在各指标下的实质不确定因子; 通过融合方法得到各方案的综合实质不确定因子, 从而确定了最优方案. 通过算例表明本文提出的方法使用简便且有效.

#### 参考文献(References)

- [1] Zadah L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8: 338-353.
- [2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [3] Atanassov K, Gargov G. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 31(3): 343-349.
- [4] Atanassov K. Operators over interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 64(2): 159-174.
- [5] Bustince H, Burillo P. Correlation of interval-valued intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 74(2): 237-244.
- [6] Hung W L, Wu J W. Correlation of intuitionistic fuzzy sets by centroid method[J]. Information Sciences, 2002, 144(1-4): 219-225.
- [7] Xu Z S. On correlation measures of intuitionistic fuzzy sets[C]. Lecture Notes in Computer Science. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 16-24.
- [8] 徐泽水. 区间直觉模糊信息的集成方法及其在决策中的应用[J]. 控制与决策, 2007, 22(2): 215-219.  
(Xu Z S. Methods for aggregating interval-valued intuitionistic fuzzy information and their application to decision making[J]. Control and Decision, 2007, 22(2): 215-219.)
- [9] Chen S M, Tan J M. Handling multi-criteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 67(2): 163-172.
- [10] 张文修, 梁怡, 徐萍. 基于包含度的不确定推理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.  
(Zhang W X, Liang Y, Xu P. Uncertainty reasoning based on inclusion degree[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.)
- [11] 睦凌, 罗本成, 邵东国. 基于D-S证据推理的项目投资综合决策模型与应用[J]. 系统工程, 2002, 20(1): 71-76.  
(Sui L, Luo B C, Shao D G. D-S based investment decision model and its application[J]. Systems Engineering, 2002, 20(1): 71-76.)

## 第 24 届中国控制与决策会议在太原召开

第 24 届中国控制与决策会议 (2012CCDC) 于 5 月 23 日~25 日在山西省太原市召开. 会议由东北大学、IEEE 新加坡工业电子分会和 IEEE 哈尔滨控制系统分会联合主办, 太原理工大学和太原科技大学承办. 来自国内外高等院校和科研机构的 560 多位代表参加了会议, 其中国外代表 50 余人. 这是一次国际学术盛会, 大家齐聚一堂, 交流学术思想, 讨论学术问题, 充满了浓厚的学术气氛.

本届会议邀请了 15 位著名教授, 就当前控制与决策领域的热点问题和最新研究成果作了专题大会报告和讲座报告, 受到代表们的普遍欢迎.

大会发行了《2012 中国控制与决策会议论文》光盘. 光盘中的 840 篇论文将由 ISTP 收录, 并将进入 IEEE Xplore Data Base, 被 Ei 检索.

本届会议在评选张嗣赢 (CCDC) 优秀青年论文奖的过程中, 有 5 位青年学者获得提名. 最终, 香港大学的 Xiaoming Chen 和浙江大学的 Lili Wang 凭借其优秀的论文和出色的报告双双赢得此奖项.