

文章编号: 1001-0920(2012)04-0636-05

统计过程监测与反馈控制的整合: 状态空间下的一般方法

王志国, 刘飞, 俞磊

(江南大学 a. 轻工过程先进控制教育部重点实验室, b. 自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

摘要: 将状态空间模型引入统计过程监测, 选取状态变量为统计过程控制(SPC)统计量, 以解决自相关过程的统计监测问题. 在分析常用的最小均方误差(MMSE)和PID控制器的基础上, 提出了工业过程控制(EPC)反馈控制器的一般设计方法和基本设计原则. 作为演绎示例, 给出了两组新型反馈控制器, 并与MMSE和PID的反馈调整进行比较, 当过程均值发生阶跃扰动时, 可进一步提高统计监测效果.

关键词: 统计过程控制; 工程过程控制; 状态空间模型; 自相关过程

中图分类号: TB114.2

文献标识码: A

Integration of statistical process monitoring and feedback control: General method based on state space

WANG Zhi-guo, LIU Fei, YU Lei

(a. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, b. Institute of Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: WANG Zhi-guo, E-mail: jndx_wzg@yahoo.com.cn)

Abstract: To monitor autocorrelation process accurately, state space model is introduced into statistical process monitoring, and then state variable is chose as statistics of statistical process control(SPC). Based on the analysis of common minimum mean square error(MMSE) and PID controllers, this paper proposes a general design method and basic principle of feedback controller of engineering process control. According to this method, two novel feedback controllers are designed, which demonstrate better monitoring performance comparing with controllers of MMSE and PID when step disturbance occurs in process mean.

Key words: statistical process control; engineering process control; state space model; autocorrelation process

1 引言

统计过程控制(SPC)或统计过程监测(SPM)的实施, 可使工业生产质量控制由事后产品检验延伸到事前过程监测. 将其运用于现代生产制造的全过程, 可为工业生产和产品质量的改进带来显著效果. 但是, SPC的应用实施受限于观测序列统计独立的假设, 而对于实际工业过程, 特别是在装备了自动化工程反馈系统的生产过程中, 观测序列往往存在不同程度的自相关性, 这便对SPC的应用提出了更高的要求.

目前, 面向工程应用的较为可行的方法是在统计过程监测中引入工程过程控制(EPC)或自动过程控制(APC)思想, 将SPC与EPC进行整合, 借用EPC控制器的反馈调整率建立有效的SPC控制图^[1-6], 例如文献[7]在二者的整合过程中结合神经网络进行模式

识别. 归纳SPC与EPC整合的研究, 所涉及的主要方向有两个: 一是如何选取和设计合适的SPC控制图; 另一个则是如何进行EPC控制器设计. 对于前者, 现有结果基本没有突破传统的SPC控制图, 仅有的改进是统计量的选取由以往单纯测量数据推广到反馈调整模型的控制作用和输出误差. 对于后者, 现有结果都围绕和局限于最小均方误差(MMSE)和比例积分微分(PID)两种控制器, 代表性的文献包括: 对最小均方误差(MMSE)和PI两种控制方案的综合分析比较^[8], 对PI控制器的有效性和鲁棒性的分析^[9]以及PID控制器的设计改进等^[10]. 但是, 现有文献结论没有给出一般意义上的EPC控制器设计方法, 也很少见到效果更好的其他形式的控制器.

本文尝试引入状态空间分析法, 提出一种新的自

收稿日期: 2010-10-21; 修回日期: 2011-01-22.

基金项目: 江苏省基础研究计划项目(BK2009068); 江苏省“六大人才高峰”计划项目.

作者简介: 王志国(1977-), 男, 讲师, 博士生, 从事工业过程控制性能评估和监测的研究; 刘飞(1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制理论与应用等研究.

相关过程的监测方法. 以状态变量作为 SPC 统计量, 扩大了统计量的选取范围; 建立相应的控制图, 并在此基础上建立 EPC 反馈控制器的一般设计方法及其基本设计原则, 不仅覆盖了现有的 MMSE 和 PID 两种控制方案, 而且给出了效果更好的新型 EPC 控制器, 为进一步深入研究 SPC 与 EPC 的整合提供了基础.

2 状态空间下的统计监测模型

自相关过程是高速、自动化生产过程中比较常见的过程类型, 可用时间序列描述其动态特性. 常用的时间序列模型为自回归滑动平均模型 ARMA(p, q). 假设 p 为自回归阶数, q 为滑动平均阶数, 自回归算子 $\phi(z)$ 和滑动平均算子 $\theta(z)$ 分别为

$$\phi(z^{-1}) = 1 - \phi_1 z^{-1} - \phi_2 z^{-2} - \cdots - \phi_p z^{-p}, \quad (1)$$

$$\theta(z^{-1}) = 1 - \theta_1 z^{-1} - \theta_2 z^{-2} - \cdots - \theta_q z^{-q}. \quad (2)$$

其中: $\phi_i (0 < i \leq p)$ 为自回归系数, $\theta_j (0 < j \leq q)$ 为滑动平均系数, $|\phi_i| < 1, |\theta_j| < 1$. 则 ARMA(p, q) 模型可表示为

$$\phi(z^{-1})Z(k) = \theta(z^{-1})a(k). \quad (3)$$

式中: $\{Z(t)\}$ 为平稳自相关过程, 是一随机序列, 其均值为 0, 方差为 σ_Z^2 ; $\{\alpha(t)\}$ 为白噪声序列, 其均值为 0, 方差为 σ_α^2 . 常用的一阶自相关过程表示为 ARMA(1, 1).

状态空间分析法由 Kalman^[11] 提出, 作为现代控制理论的基础, 其核心思想是引入状态变量, 建立状态方程和观测方程. 状态变量反映了过程的变化特征, 因此通过对状态的观测和分析, 可以充分利用系统信息, 准确把握过程动态变化, 从而有效实施过程监测.

自相关过程的时间序列模型 (3) ARMA(p, q) 可转化为状态空间模型

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}\alpha(k), \\ Z(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k) + \alpha(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{x}(k)$ 为状态变量; \mathbf{A}, \mathbf{b} 和 \mathbf{c} 为系数矩阵; 状态空间模型的阶数为 p 和 q 中的较大者.

2.1 $p < q$ 时监测统计量的选取

当 $p < q$ 时, 状态空间模型 (4) 中状态变量 $\mathbf{x}(k)$ 及系数矩阵 \mathbf{A}, \mathbf{b} 和 \mathbf{c} 分别为

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k) \cdots x_p(k) \cdots x_q(k)]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = [\phi_1 - \theta_1 \cdots \phi_p - \theta_p \quad -\theta_{p+1} \cdots -\theta_q]^T,$$

$$\mathbf{c} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times q}.$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = [\phi_1 \ \cdots \ \phi_p \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times (q-1)}^T,$$

$$\mathbf{A}_2 = \text{diag}[1, 1, \cdots, 1]_{(q-1) \times (q-1)},$$

$$\mathbf{A}_3 = [0], \mathbf{A}_4 = [0 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times (q-1)}.$$

将上述状态变量和系数矩阵代入式 (4) 并展开, 可得到 $x_q(k) = -\theta_q \alpha(k)$, 即状态变量序列 $\{x_q(k)\}$ 是均值为 0, 方差为 $\theta_q^2 \sigma_\alpha^2$ 统计独立的白噪声序列. 从而可将 $\{x_q(k)\}$ 作为 SPC 的统计量, 用以建立 Shewhart 控制图对平稳自相关过程 $\{Z(k)\}$ 进行监测. 而状态变量序列 $\{x_i(k)\} (0 < i \leq q-1)$ 并不统计独立, 此时可根据 3σ 原则分别选择合适的控制限参数, 使 $\{x_i(k)\}$ 的受控平均运行链长约为 370, 然后建立相应的控制图进行监测.

2.2 $p \geq q$ 时监测统计量的选取

当 $p \geq q$ 时, 由上述分析可知所有状态变量都不具备统计独立特性. 为能建立 3σ 控制限的 Shewhart 控制图, 必须分离出具有统计独立性质的状态变量, 在不改变原始过程的基础上, 构造一个状态变量

$$x_{p+1}(k) = \alpha(k),$$

使 ARMA(p, q) 的状态空间模型的阶数变为 $p+1$. 从而, $\mathbf{x}(k), \mathbf{A}, \mathbf{b}$ 和 \mathbf{c} 分别为

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k) \ \cdots \ x_q(k) \ \cdots \ x_p(k) \ x_{p+1}(k)]^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_3 & \mathbf{A}_4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = [\phi_1 - \theta_1 \ \cdots \ \phi_q - \theta_q \ \phi_{q+1} \ \cdots \ \phi_p \ 1]^T$$

$$\mathbf{c} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times (p+1)}.$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = [\phi_1 \ \cdots \ \phi_q \ \phi_{q+1} \ \cdots \ \phi_p]^T,$$

$$\mathbf{A}_2 = \text{diag}[1, 1, \cdots, 1]_{p \times p},$$

$$\mathbf{A}_3 = [0], \mathbf{A}_4 = [0 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times p}.$$

显然, 状态变量序列 $\{x_{p+1}(k)\}$ 即为白噪声序列 $\{\alpha(k)\}$, 因此可用其建立 Shewhart 控制图. 状态变量序列 $\{x_i(k)\} (0 < i \leq p)$ 不满足统计独立性质, 可根据 $p < q$ 时分析过的方法进行处理.

3 统计监测与反馈调整的整合分析

SPC 与 EPC 的整合, 实质上是采用反馈调整的方法对自相关过程数据进行处理, 借助对反馈调整环节中控制作用和输出误差的监测实现对自相关过程的统计监测. 本文基于上节自相关过程状态空间模型对常用的 MMSE 和 PID 反馈调整进行分析, 统一了二者的形式, 进而提出更具一般意义的反馈调整方法, 可以完全覆盖 MMSE 和 PID 的结果. 反馈调整模型如图 1 所示. 引入过程 $Y(K) = -X(k-1)$, 观测值 $Z(k)$ 作为模型的干扰输入, 则输出误差为

$$e(k) = Z(k) + Y(k) = Z(k) - X(k-1). \quad (5)$$

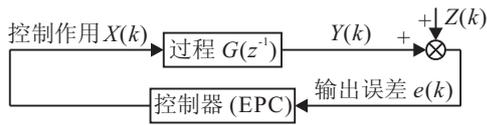


图 1 反馈调整模型

3.1 状态空间下 MMSE 反馈调整的本质

对于观测值 $Z(k)$, 假设 $\hat{Z}(k)$ 是其一步预报值, 则预报误差 $e'(k)$ 为

$$e'(k) = Z(k) - \hat{Z}(k). \quad (6)$$

由最小均方误差 (MMSE) 原理, 实现最小化 $E[e'(k)]^2$, 必有 $e'(k) = \alpha(k)$. 若采用反馈调整模型实现 MMSE 一步预报, 假设 $e'(k)$ 为图 1 中的 $e(k)$, 则将 $e(k) = \alpha(k)$ 和式 (3) 代入 (5), 即可得到 EPC 反馈调整下的控制器, 称为 MMSE 控制器. 不失一般性, 设 $p = q$, 则 MMSE 控制器可表示为

$$X(k) = \frac{(\phi_1 - \theta_1) - \dots - (\phi_p - \theta_p)z^{-(p-1)}}{1 - \phi_1 z^{-1} - \phi_2 z^{-2} - \dots - \phi_p z^{-p}} e(k). \quad (7)$$

将时间序列模型 (4) 展开并整理, 得

$$X(k) = x_1(k+1), \quad (8)$$

$$e(k) = x_{p+1}(k+1). \quad (9)$$

可以发现, 与控制器 MMSE 有关的控制作用 $X(k)$ 和输出误差 $e(k)$ 实质上是状态变量 $x_1(k)$ 和 $x_{p+1}(k+1)$, 当 $p < q$ 时, 可以增加一个状态变量用于表示 $e(k)$. 因此, 现有 SPC 与 EPC 整合所采用的 MMSE 控制器设计以及对控制作用和输出误差的监测, 实质上是对状态空间模型中 2 个特殊状态变量的监测. 由此推论, 如果选取更多的状态变量进行统计监测, 充分利用时间序列中包含的动态信息, 则可能会进一步提升统计监测效果.

3.2 状态空间下 PID 反馈调整的本质

PID 是在控制工程中应用十分广泛的一种反馈控制器, 一般可表示为

$$X(k) = k_P \cdot e(k) + k_I \cdot \sum_{i=0}^k e(i) + k_D \cdot [e(k) - e(k-1)]. \quad (10)$$

其输入输出表达式为

$$X(k) = \frac{\xi_1 - \xi_2 z^{-1} + \xi_3 z^{-2}}{1 - z^{-1}} e(k). \quad (11)$$

其中: $\xi_1 = k_P + k_I + k_D$, $\xi_2 = k_P + 2k_D$, $\xi_3 = k_D$. 由图 1 结构, 将式 (3) 和 (11) 代入 (5), 可得

$$e(k) = \gamma(z^{-1}) \frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})} \alpha(k), \quad (12)$$

其中

$$\gamma(z^{-1}) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + (\xi_1 - 1)z^{-1} - \xi_2 z^{-2} + \xi_3 z^{-3}}, \quad (13)$$

从而

$$Z(k) = \frac{1}{\gamma(z^{-1})} e(k). \quad (14)$$

式 (14) 是经 PID 反馈调整后得到的自相关过程, 可看作是一广义自相关过程. 对式 (14) 可以建立如下三阶状态空间模型:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}e(k), \\ Z(k) = \mathbf{c}\mathbf{x}(k) + e(k). \end{cases} \quad (15)$$

其中 \mathbf{A} , \mathbf{b} 和 \mathbf{c} 分别为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ -\xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T.$$

事实上, 无论 $\{p, q | p, q \geq 0; p+q \geq 1\}$ 多大, 经 PID 反馈调整得到的都是一个常见的三阶广义自相关过程模型, 在状态空间下实施监测, 其效果尚有一定的提升空间.

3.3 状态空间下反馈调整的一般形式

假设 $\hat{\phi}_i$ 与 $\hat{\theta}_j$ 为模型系数 ϕ_i 与 θ_j 的估计值, 则 MMSE 控制器与自相关过程的自身结构密切相关, 只有在 $\hat{\phi}_i$ 与 $\hat{\theta}_j$ 识别比较精确的情况下, MMSE 反馈调整的效果才比较好. 实质上, MMSE 的输出误差在模型识别比较精确时统计独立, 其控制作用与其他 PID 等控制器的控制作用和输出误差都具有不同程度的自相关性. MMSE 的状态空间模型也可用式 (15) 表示, 其中

$$e(k) = \frac{\hat{\phi}(z^{-1})}{\hat{\theta}(z^{-1})} \cdot \frac{\theta(z^{-1})}{\phi(z^{-1})} \alpha(k). \quad (16)$$

从而 MMSE 的 $\gamma(z^{-1})$ 可以写为

$$\gamma(z^{-1}) = \frac{\hat{\phi}(z^{-1})}{\hat{\theta}(z^{-1})}. \quad (17)$$

采用 MMSE 和 PID 反馈调整解决自相关过程的监测问题, 本质上是将式 (14) 转化为状态空间模型, 并监测其状态变量. 状态空间模型比较适用于高阶自相关过程, 在 SPC 与 EPC 的整合下, 经反馈调整 (如 PID) 使得式 (14) 可能成为高阶广义自相关过程, 从而可以同时监测多个状态.

状态空间模型与 $\gamma(z^{-1})$ 具有一一对应的关系, 常用的 MMSE 和 PID 只是两种从不同角度推导而来的特殊控制器, 而 $\gamma(z^{-1})$ 则统一了二者的形式. 实际上, $\gamma(z^{-1})$ 也可以看作所有反馈调整的一般表述形式. 因此, 通过研究 $\gamma(z^{-1})$ 的特性, 进而可以根据实际情况设计所需要的控制器.

4 构造反馈控制器的一般性方法

4.1 反馈控制器结构分析

在 SPC 与 EPC 的整合框架下, 根据上述分析, 反馈控制器的设计可统一归结为对 $\gamma(z^{-1})$ 的设计. 即

根据 $\gamma(z^{-1})$ 的特性建立对应的状态空间模型, 从而对自相关过程实施有效监测. $\gamma(z^{-1})$ 与反馈控制器 $X(k)$ 具有如下——对应的关系:

$$X(k-1) = \left(\frac{1}{\gamma(z^{-1})} - 1 \right) e(k). \quad (18)$$

在对ARMA(1,1)过程的反馈监测中, MMSE与PI两种反馈调整方案的有效性和鲁棒性越来越受到重视. 比如, 当模型参数识别不精确, 甚至将非平稳的序列误识别为平稳序列时, PI方案比MMSE方案的鲁棒性更好. 实际上, 通过上述分析可以得到, 在自相关过程的反馈监测中, 决定反馈控制器有效性和鲁棒性的关键在于 $\gamma(z^{-1})$ 的结构. 由式(14)可得

$$e(k) = \gamma(z^{-1})Z(k). \quad (19)$$

即 $\gamma(z^{-1})$ 为输出误差 $e(k)$ 与输入作用 $Z(k)$ 之间的离散闭环传递函数. 由此, $\gamma(z^{-1})$ 的设计主要是极点的配置和零点的选择.

由自动控制理论, $\gamma(z^{-1})$ 的所有极点应位于单位圆内. 当极点位于右半单位圆内时性能较佳, 而且当极点越靠近1时, 对自相关过程中存在的扰动(如阶跃扰动等)的监测效果越有利. 这样, PI控制器应满足

$$\begin{cases} |k_P| < 1, \\ k_I > 0, \\ k_P + k_I/2 < 1. \end{cases} \quad (20)$$

显然, 对于常用的ARMA(1,1)和MA(1)模型, MMSE控制器都能满足要求. 另外, 在SPC与EPC整合框架下, 当过程均值发生偏移时, 对正相关过程的监测效果明显不如负相关过程. 比如, 对ARMA(1,1)选择PI反馈控制器, 则广义自相关过程(13)的 $\gamma(z^{-1})$ 的零点为1, 从而会抵消阶跃扰动的作用, 导致对输出误差的监测效果不如控制作用, 即输出误差的失控平均运行链长ARL大于控制作用的ARL. 因此, 可以设计 $\gamma(z^{-1})$ 使式(14)为负相关过程, 从而提高监测效果.

4.2 两种新的反馈控制器设计

根据上述分析, 本文提出两组结构形式较为简单的 $\gamma(z^{-1})$, 分别为

$$\gamma_1(z^{-1}) = \frac{1}{1 - \omega z^{-1}}, \quad (21)$$

$$\gamma_2(z^{-1}) = \frac{1 - \lambda z^{-1}}{(1 - \omega_1 z^{-1})(1 - \omega_2 z^{-1})}. \quad (22)$$

其对应的控制器分别为

$$X_1(k) = -\omega e(k), \quad (23)$$

$$X_2(k) = \frac{(\lambda - \omega_1 - \omega_2) + \omega_1 \omega_2 z^{-1}}{1 - \lambda z^{-1}} e(k). \quad (24)$$

其中: $\omega, \omega_1, \omega_2 \in (0, 1)$; $\lambda \in (-1, 0)$.

4.3 实例比较

以ARMA(1,1)为例, 对MMSE, PI和本文设计的 $X_1(k)$ 和 $X_2(k)$ 控制器的监测效果进行比较分析.

假设 $\phi_1 = 0.4, \theta_1 = -0.6, k_P = 0.5, k_I = 0.3, \omega = 0.9, \lambda = -0.8, \omega_1 = 0.9, \omega_2 = 0.9$. 在 $t = 0$ 时刻, 过程发生阶跃扰动, 图2~图5分别表示各控制器状态变量的失控ARL, 横坐标Amplitude表示扰动幅值.

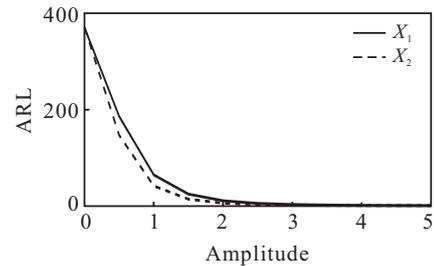


图2 MMSE 状态变量的 ARL

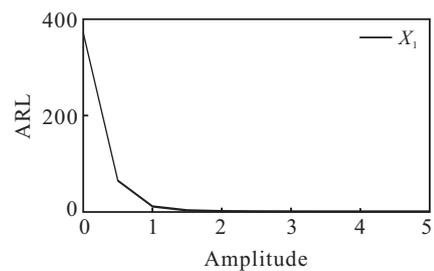


图3 PI 状态变量的 ARL

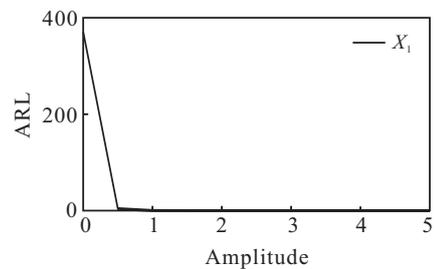


图4 X1 状态变量的 ARL

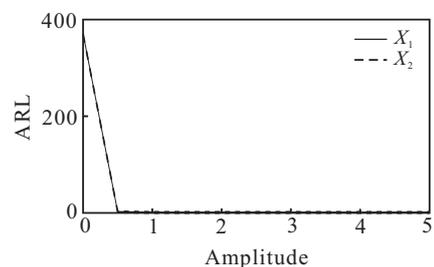


图5 X2 状态变量的 ARL

控制器 X_1 和 X_2 的状态变量的失控ARL明显比MMSE和PI控制器小. 在过程均值发生 $0.5\sigma_\alpha$ 的小偏移时, X_1 的状态变量的ARL为4.9006; X_2 的2个状态变量的ARL分别为2.0177和1.9963. 因此, 控制器 X_1 和 X_2 具有很强的灵敏性, 几乎在产生偏移的同时便检测到扰动的存在. 但是, 这种灵敏性可能会导致频繁地误发警报. 因此, 在选择 $\gamma(z^{-1})$ 的零极点时, 零点可适当小些, 极点适当大些, 以满足实际监测需要. 当然, 控制器 $X_1(k)$ 和 $X_2(k)$ 对于过程趋势扰动的监测效果也很好.

5 结 论

本文在状态空间下开展了 SPC 与 EPC 的整合研究, 借助自动过程控制理论的大量成果, 使自相关过程的 SPC 方法系统化, 所提出的将自相关过程的状态变量作为统计量, 更有利于解决自相关过程的统计监测问题. 另外, 本文给出了 $\gamma(z^{-1})$ 的基本构造方法, 并指出在对 MMSE 和 PID 控制本质进行分析以及广义自相关过程的基础上给出的控制器设计, 可以统一归结为对 $\gamma(z^{-1})$ 的零点选择和极点配置, 从而为 SPC 与 EPC 整合的深入研究提供了一个新的思路.

参考文献(References)

- [1] Box G, Kramer T. Statistical process monitoring and feedback adjustment—A discussion[J]. *Technometrics*, 1992, 34(3): 251-267.
 - [2] Hoerl R W, Palm A C. Discussion: Integrating SPC and APC[J]. *Technometrics*, 1992, 34(3): 268-272.
 - [3] MacGregor J F. Statistical process monitoring and feedback adjustment-discussion[J]. *Technometrics*, 1992, 34(3): 273-275.
 - [4] Tucker W T. Statistical process monitoring and feedback adjustment-discussion[J]. *Technometrics*, 1992, 34(3): 275-277.
 - [5] Vander Wiel S A, Vardeman S B. Statistical process monitoring and feedback adjustment-discussion[J]. *Technometrics*, 1992, 34(3): 278-281.
 - [6] Wardrop D M, Garcia C E. Discussion: Integrating SPC and APC[J]. *Technometrics*, 1992, 34(3): 281-282.
 - [7] Shao Y E, Chiu C C. Developing identification techniques with the integrated use of SPC/EPC and neural networks[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 1999, 15(4): 278-294.
 - [8] Jiang W, Tsui K L. SPC monitoring of MMSE-and PI-controlled process[J]. *J of Quality Technology*, 2002, 34(4): 384-398.
 - [9] Tsung F, Wu H Q, Nair V N. On the efficiency and robustness of discrete proportional-integral control schemes[J]. *Technometrics*, 1998, 40(3): 214-222.
 - [10] Tsung F, Zhao Y, Xiang L M, et al. Improved design of proportional integral derivative charts[J]. *J of Quality Technology*, 2006, 38(1): 31-44.
 - [11] Kalman R E. On the general theory of control systems[C]. *Proc of the 1st Int Congress on Automatic Control*. London, 1960, 1(1): 481-493.
-
- (上接第486页)
- [2] Pavel Sevastianov. Numerical methods for interval and fuzzy number comparison based on the probabilistic approach and Dempster-Shafer theory[J]. *Information Sciences*, 2007, 177(21): 4645-4661.
 - [3] Xu Z S, Da Q L. A least deviation method for priorities of fuzzy preference matrix[J]. *European J of Operational Research*, 2005, 164(1): 206-216.
 - [4] Saaty T L. *The analytic hierarchy process*[M]. New York: McGraw-Hill, 1980: 77-105.
 - [5] Xu Z S, Da Q L. An approach to improving consistency of fuzzy preference matrix[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2003, 2(1): 3-12.
 - [6] 刘学生, 吴伟, 邹开其. 区间数排序的粗糙集法[J]. *大连理工大学学报*, 2008, 48(1): 143-146.
(Liu X S, Wu W, Zou K Q. Rough sets ranking methodology for interval numbers[J]. *J of Dalian University of Technology*, 2008, 48(1): 143-146.)
 - [7] Mohammad Kazem Sayadi, Majeed Heydari, Kamran Shahanaghi. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, 33(5): 2257-2262.
 - [8] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 92-107.
(Zhang W X, Qiu G F. Uncertain decision making based on rough sets[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 92-107.)
 - [9] 刘健, 刘思峰. 属性值为区间数的多属性决策对象排序研究[J]. *中国管理科学*, 2010, 18(3): 90-94.
(Liu J, Liu S F. Research on the ranking of multiple decision object for attribute value within interval numbers[J]. *Chinese J of Management Science*, 2010, 18(3): 90-94.)
 - [10] Wang Ying-ming, Luo Ying. Area ranking of fuzzy numbers based on positive and negative ideal points[J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2009, 58(9): 1769-1779.
 - [11] 刘秀梅, 赵克勤, 王传斌. 基于联系数的三角模糊数多属性决策新模型[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(10): 2399-2403.
(Liu X M, Zhao K Q, Wang C B. New multiple attribute decision-making model with triangular fuzzy numbers based on connection numbers[J]. *System Engineering and Electronics*, 2009, 31(10): 2399-2403.)
 - [12] 刘健, 薛利, 刘思峰, 等. 基于优势关系的多属性决策问题研究[J]. *控制与决策*, 2010, 25(7): 1079-1087.
(Liu J, Xue L, Liu S F, et al. Research on multiple-attribute decision making problems based on the superiority index[J]. *Control and Decision*, 2010, 25(7): 1079-1087.)