第 27 卷 第 5 期
Vol. 27 No. 5

控 制 与 决 策
Control and Decision

2012 年 5 月
May 2012

文章编号: 1001-0920 (2012) 05-0787-05

基于判断可信度的层次分析排序方法

吕跃进, 程宏涛, 覃菊莹

(广西大学 数学与信息科学学院，南宁 530004)

摘　要: 针对专家作两两比较时的判断有不同可信度的情形,首先给出方案的 n 组近似排序向量; 然后, 分主客观两种情形考虑了判断的可信度; 接着利用可信度对近似排序向量集结, 得到含有专家判断可信度的最终排序向量; 最后, 通过实例表明了该方法对不一致判断矩阵的有效性及其在实际决策中的可行性.

关键词: 层次分析法；排序方法；集结算子；可信度；不一致性

中图分类号: N945　　　　**文献标识码:** A

Ranking method for AHP based on judgement credibility

LV Yue-jin, *CHENG Hong-tao*, *QIN Ju-ying*

(College of Mathematics and Information Science，Guangxi University，Nanning 530004，China．Correspondent: CHENG Hong-tao，E-mail：chenght789@163.com)

Abstract: For the case of the judgements with different credibility when the expert gives them in pairwise comparative judgment, n groups of approximate weight vectors are provided. Then two kinds of judgement credibility from the subjective and objective situations are considered. Furthermore, the final weight vector with credibility is obtained when the credibility is used to aggregate these approximate weight vectors. Finally, some numerical examples are given to illustrate the effectiveness in inconsistent judgment matrix and the feasibility in the actual decision making of the proposed method.

Key words: analytic hierarchy process；ranking method；aggregation operator；credibility；inconsistent

1 引　　言

在很多领域应用的一种决策方法—— 层次分析法 (AHP)[1], 其理论随着学者们的深入研究得到了丰富、拓展. 应用 AHP 首先需要专家对任意一个备选方案与所有方案的重要性作两两比较; 然后, 依照比较信息建立一个 $n\times n$ 的矩阵, 称之为互反判断矩阵[1-2]. 从互反判断矩阵中导出各备选方案的排序权重是应用 AHP 作决策的关键. 随着最优化理论被引入到层次分析法的排序中, 从互反判断矩阵中导出判断矩阵的排序方法得到了广泛研究[3-4], 而且新方法也不断涌出[5-6]. 如: 扩展最小二乘法[3]、相对熵法[4]、对数最小平方法 (LLS)[6]等.

使用 AHP 作决策时, 受外界的客观条件及专家本身知识水平的多层次性、不确定性的影响, 往往使得专家给出的判断具有不同的可信度. 这时, 上述基于最优化理论的排序方法就便得不足. 为此, 有些学者提出在给出方案排序时应考虑专家给出判断时的可信度. 文献 [7] 将判断矩阵中一行元素与其他所有行元素之间的贴近程度作为行判断的可信度, 通过构造群判断矩阵, 研究了群决策问题; [8] 用判断矩阵内的差异度和判断矩阵间的相似度的乘积做为群判断的可信度, 研究了群决策下的可信度法; [9] 将基于最大偏离度的个体相对可信度权值和基于余弦夹角的群体相对可信度权值的乘积作为群决策时的合成权重, 研究了群决策方法. 上述文献的方法主要处理群决策下专家的判断具有不同的可信度的问题, 但对于单层次下专家判断的可信度问题, 还很少有学者进行深入研究. [10] 中给出一种模糊层次分析法 (FAHP)[11] 的基于信息集结算子的排序方法. 但对于 AHP, 目前仍没有这方面的研究. 为此, 本文尝试在已有研究的基础上, 针对 AHP 中判断矩阵的特点, 将专家作判断时的可信度考虑到排序之中, 给出一种考虑专家判断可信度的层次分析排序方法.

2 基本概念及判断矩阵的预处理

为了讨论方便, 记 $N=\{1,2,3\}$.

收稿日期: 2010-10-26；**修回日期:** 2011-01-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70861001)；广西研究生教育创新计划项目(105931003062).

作者简介: 吕跃进(1958−), 男, 教授, 从事多属性决策、决策理论与方法等研究；程宏涛(1985−), 男, 硕士生, 从事多属性决策、决策理论与方法的研究.

定义 1[1] 设判断矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$, 若有 $a_{ij}>0$, 且满足 $a_{ii}=1$ 和 $a_{ij}a_{ji}=1, i\neq j$, 则称矩阵 A 是互反判断矩阵.

定义 2[1] 设矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是互反判断矩阵, 若对 $\forall\, i,j,k\in N$, 有 $a_{ij}=a_{ik}a_{kj}$, 则称矩阵 A 是完全一致性判断矩阵.

定义 3[12] 设 $\mathrm{WAA}: R^{+n}\to R^{+}$, 若

$$\mathrm{WAA}_w(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\sum_{j=1}^{n}w_ja_j,$$

则称函数 WAA 为加权算术平均算子, 也称为 WAA 算子. 其中 $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$ 是数据组 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 的线性加权向量. 这里: $w_j\in[0,1], j\in N$, $\sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$.

定义 4[13] 设 $\mathrm{WGA}: R^{+n}\to R^{+}$, 若

$$\mathrm{WGA}_w(a_1,a_2,\cdots,a_n)=\prod_{j=1}^{n}a_j^{w_j},$$

则称函数 WGA 为加权几何平均算子, 也称为 WGA 算子. 其中: $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$ 是数据组 $(a_1,a_2,\cdots,a_n)$ 的指数加权向量, $w_j\in[0,1], j\in N, \sum\limits_{j=1}^{n}w_j=1$.

在专家所给的判断信息中, 可能存在因主客观条件的制约而导致的错误判断. 这时, 如果不加处理直接应用, 则有可能导致所获得的排序与真实排序之间存在较大的差异. 对判断矩阵中所给的判断信息进行充分合理的集结是解决该问题的一种有效手段. 这是因为: 集结后的判断信息符合 AHP 中尽可能考虑更多的判断信息进行排序的原理, 并且通过适当集结可提高判断矩阵的一致性程度, 减少由于判断错误而导致的决策失误的可能.

设矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 是互反判断矩阵, $w=(w_1,w_2,\cdots,w_n)$ 表示由某种排序方法导出的排序向量. 当判断矩阵完全一致时, 根据其一致性条件有 $a_{ij}=a_{ik}a_{kj}$. 由于在实际决策过程中, 根据专家的判断信息而得到的判断矩阵往往较难满足完全一致性, 从而上式经常很难满足. 但根据判断矩阵的特点可知, 其每一列 (或每一行) 都可粗略地导出被比较方案的一个排序向量. 也就是说, 由其每一列 (或每一行) 均可得到一组近似排序向量. 另外, 若专家在比较时对备选方案都完全有把握, 则这些排序向量的值必完全相等 (此时判断矩阵必完全一致), 这时其任意一组均可作为这个判断矩阵的排序权重. 但由于判断矩阵的不一致性, 使这些向量必不完全相等, 从而其每一列都代表了专家在作判断时带有不同可信度的主观性判断, 只可近似地看作是被比较方案的一种排序权值. 为了导出这 n 组值, 首先对判断矩阵的每一列归一化 (以下处理均考虑矩阵的列, 行可作类似处理), 得到一组近似排序向量. 不失一般性, 设由其第 j 列元素按列和归一化后得到的向量为 $(w_{1j},w_{2j},\cdots,w_{nj})^{\mathrm{T}}$, 则有

$$w_{ij}=a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}. \tag{1}$$

这样, 对原判断矩阵的任意一列元素作类似处理, 可得到一个权重矩阵, 记为 $W=(w_{ij})_{n\times n}$. 集结这些近似权重向量就可获得方案的最终排序向量. 由于上述近似的排序向量含有专家在作判断时列判断的可信程度, 最终权重向量的获得和专家作列比较判断时的可信度有关. 下面对列判断的可信度进行讨论.

3 可信度权重的确定

设 $v=(v_1,v_2,\cdots,v_n)\Big(\sum\limits_{i=1}^{n}v_i=1\Big)$ 为专家所给的判断矩阵的列判断的可信度. 由于在专家给出判断之后, 他可能会随之给出某些方案的把握程度, 下面分两种情形对可信度进行讨论.

3.1 主观可信度权重的确定

由于专家是根据其对两个方案的心理认可程度给定方案的两两比较判断, 在给出判断后, 他可以按照表 1 所示的可信度评估标度给出该判断的可信程度, 本文称之为主观可信度. 专家反复地比较后, 将获得一个含有判断主观可信度的判断矩阵, 称之为主观可信度矩阵. 显然, 主观可信度矩阵是一个对称矩阵. 下面给出主观可信度矩阵的数学描述.

表 1 0-1 可信度评估标度

评估标度值	含义
0	判断完全无把握
0.2	判断非常无把握
0.4	判断比较无把握
0.6	判断比较有把握
0.8	判断非常有把握
1	判断完全有把握
0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9	表示相邻评估的中间值

定义 5 设矩阵 $C=(c_{ij})_{n\times n}$, 若对 $\forall i,j\in N$, 有 $c_{ij}\in[0,1]$, 且满足 $c_{ii}=1$ 和 $c_{ij}=c_{ji}$, 则称矩阵 C 是主观可信度矩阵.

从主观可信度矩阵的定义可以看出, 专家在给出可信度时, 仅需给出主观可信度矩阵的上 (或者下) 三角的元素即可. 由于主观可信度矩阵 C 与判断矩阵 A 的元素一一对应, 对 C 作列和归一化操作, 即可导出每一列判断的主观可信度权重, 即

$$v_j=\sum_{k=1}^{n}c_{kj}\Big/\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}c_{kj}. \tag{2}$$

例1　设专家对 4 个方案进行两两比较后, 专家认为他所给的判断: a_{12} 介于完全无把握和非常无把握之间; a_{12}, a_{23} 介于完全有把握和非常有把握之间; a_{14} 比较有把握; a_{24} 非常无把握; a_{34} 完全有把握. 于是, 可信度矩阵为

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0.1 & 0.9 & 0.6\\ 0.1 & 1 & 0.9 & 0.2\\ 0.9 & 0.9 & 1 & 1\\ 0.6 & 0.2 & 1 & 1\end{bmatrix}.$$

由此, 根据列和归一化导出其列判断可信度权重为 $v=(0.222\,2, 0.213\,7, 0.324\,8, 0.239\,3)$.

注 1　当且仅当主观可信度矩阵 $C=(c_{ij})_{n\times n}$ 满足 $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}c_{ij}=n^2$ 时, 判断矩阵 A 完全一致. 事实上, 当 A 完全一致时, 专家对每个判断必完全有把握, 这时可信度矩阵 C 为单位矩阵, 从而有 $\sum\limits_{i=1}^{n}\sum\limits_{j=1}^{n}c_{ij}=n^2$; 反之, 上述结论也显然成立.

注 2　可信度权重满足

$$1/((n-1)^2+1)\leqslant v_j\leqslant(2n-1)/(3n-2),\ n\geqslant 2.$$

考虑如下两种极端情况:

1) 第 j 列的判断均完全无把握, 而其他所有的判断都完全有把握. 这时, 根据主观可信度矩阵 C 的定义, 必有 $v_j=1/((n-1)^2+1)$ 成立.

2) 第 j 列的判断均完全有把握, 而其他所有的判断都完全无把握. 注意到矩阵 C 的对称性, 必有 $v_j=(2n-1)/(3n-2)$ 成立. 又因为其他的情况都包含在上述两种极端情况之中, 所以可信度权重必在上述范围内.

3.2　客观可信度权重的确定

假设专家在给出判断之后, 由于一些主客观原因, 并未提供主观可信度矩阵. 这时, 需要在排序时从所给的判断矩阵中挖掘出各列判断的可信度权重. 为了与主观可信度加以区别, 本文称从判断矩阵中挖掘的可信度为客观可信度.

由主观可信度的分析可知, 若判断矩阵一致性程度越好, 则专家对方案判断的把握程度越高; 反之, 若判断矩阵的一致性越差, 则专家对方案判断的总体把握程度越低. 因为在衡量互反判断矩阵一致性程度时, 可考查判断 a_{ij} 与 $a_{ik}a_{kj}$ 的接近程度, 所以对于判断 a_{ij}, 考虑所有的 k, 偏差 $\sum\limits_{k=1}^{n}|a_{ik}a_{kj}-a_{ij}|$ 越小, 判断 a_{ij} 越可信. 但注意到当 $a_{ij}\in[1/9,1]$ 与 $a_{st}\in[1,9]$ 时, 偏差 $\sum\limits_{k=1}^{n}|a_{ik}a_{kj}-a_{ij}|$ 与 $\sum\limits_{k=1}^{n}|a_{sk}a_{kt}-a_{st}|$ 不具有可比性, 本文采用 $a_{ik}a_{kj}$ 与 a_{ij} 的比值来衡量判断的可信程度 (文献 [7-8] 中没有考虑这个问题, 因此其所获得的可信度可能会失真), 即用偏差 $\sum\limits_{k=1}^{n}|a_{ik}a_{kj}/a_{ij}-1|$ 来衡量判断 a_{ij} 的可信程度. 偏差越大, 判断 a_{ij} 越不可信; 偏差越小, 判断 a_{ij} 越可信.

因为讨论仅针对列判断考虑, 所以考虑第 j 列判断的所有元素, 记第 j 列判断的总偏差为

$$\rho_j=\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}|a_{ik}a_{kj}/a_{ij}-1|. \tag{3}$$

ρ_j 的大小与列判断的可信度成相反关系: ρ_j 越大, 判断越不可信; 反之, 判断越可信. 因此, 若 ρ_j 在所有的偏差中所占的比重越大, 则第 j 列判断的可信程度越低, 应被赋予较小的可信度. 这样, 便可使用 $\sum\limits_{l=1}^{n}\rho_l-\rho_j$ 作为第 j 列判断的可信程度. 对之归一化, 有

$$v_j=\Big(\sum_{l=1}^{n}\rho_l-\rho_j\Big)\Big/\sum_{j=1}^{n}\Big(\sum_{l=1}^{n}\rho_l-\rho_j\Big). \tag{4}$$

注 3　当且仅当对 $\forall j\in N, \rho_j=0$ 时, 互反判断矩阵 A 完全一致. 此时, 不能再使用式 (4), 需要直接由式 (1) 确定方案的最终权重.

将式 (3) 中的 ρ_j 代入 (4) 后, 可得

$$\begin{aligned}v_j=&\\ &\Big(\sum_{l=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\Big|\frac{a_{ik}a_{kl}}{a_{il}}-1\Big|-\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\Big|\frac{a_{ik}a_{kj}}{a_{ij}}-1\Big|\Big)\Big/\\ &\Big(\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\Big|\frac{a_{ik}a_{kl}}{a_{il}}-1\Big|-\\ &\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\Big|\frac{a_{ik}a_{kj}}{a_{ij}}-1\Big|\Big).\end{aligned} \tag{5}$$

4　基于可信度集结的层次分析排序方法

由上述分析讨论, 可从主客观两个方面考虑专家判断的可信度权重. 当可信度权重确定以后, 通过适当的集结即可导出各方案的最终排序. 设 $w=(w_1, w_2,\cdots,w_n)^{\mathrm{T}}$ 表示最终排序向量, $v=(v_1,v_2,\cdots, v_n)$ 表示列判断的可信度权重, 下面给出集结过程.

依据 WAA 算子集结, 有

$$\begin{aligned}w_i^{+}=&\mathrm{WAA}_v(w_{i1},w_{i2},\cdots,w_{in})=\\ &\sum_{j=1}^{n}v_j\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big).\end{aligned} \tag{6}$$

依据 WGA 算子集结, 有

$$\begin{aligned}w_i{}'=&\mathrm{WGA}_v(w_{i1},w_{i2},\cdots,w_{in})=\\ &\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{v_j}.\end{aligned} \tag{7}$$

对式 (7) 归一化后, 可得最终排序向量为

$$w_i^*=\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{v_j}\Big/\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{v_j}. \tag{8}$$

下面对主观可信度取特殊情况进行简单的讨论.

假设专家在给出判断时, 对所有的判断均完全无把握, 或完全有把握, 或对所有判断的把握都一样. 这时, 从他给出的主观可信度矩阵中导出的可信权重必为 $v=(1/n,1/n,\cdots,1/n)^{\mathrm{T}}$, 则有

1) 依据 WAA 算子集结后, 有

$$w_i^+=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big). \tag{9}$$

式 (9) 为层次分析排序方法中的和积法, 文献 [14] 给出了其最优化理论基础.

2) 依据 WGA 算子集结后, 有

$$w_i^*=\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{1/n}\Big/\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{1/n}. \tag{10}$$

事实上, 文献 [4] 给出的相对熵排序方法可看作上述排序方法的最优化理论基础. 另外本文还可使用另外一种最优化方法证明上述公式.

定理 1 排序公式 (10) 可从下述最优化问题获得:

$$\min\ J(w)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}(\ln w_i-\ln w_{ik})^2,$$
$$\text{s.t.}\quad \sum_{i=1}^{n}w_i=1.$$

证明 对 $J(w)$ 关于 w_i 求偏导, 并令之为 0, 可得

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_i}=2\sum_{k=1}^{n}(\ln w_i-\ln w_{ik})\frac{1}{w_i}=0,$$

从而有

$$w_i=\Big(\prod_{k=1}^{n}w_{ik}\Big)^{1/n}.$$

将 w_{ik} 代入并归一化, 即有

$$w_i^*=\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{1/n}\Big/\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{n}\Big(a_{ij}\Big/\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\Big)^{1/n}.\quad\Box$$

通过上述分析可以发现, 一些基于最优化理论的排序方法实际上是本文排序方法的特例: 和积法是式 (6), 相对熵排序方法是式 (8) 在判断可信度都相等时的特例.

基于这两种方法, 下面给出本文方法的步骤:

Step 1: 使用式 (1) 确定近似权重 w_{ij}, 获得权重矩阵 W.

Step 2: 若专家给出可信度矩阵, 按照式 (2) 计算出列判断的主观可信度权重后, 转 Step 3; 若专家未给出判断的可信度, 按照式 (5) 计算出可信度权重.

Step 3: 将所获得的可信权重代入式 (6) 或 (8), 计算各方案的最终排序权值.

5 实例分析

5.1 本文方法对不满足满意一致性的判断矩阵的有效性

下面引自文献 [15] 的 1 个例子说明本文方法对不满足满意一致性的判断矩阵的有效性.

设专家对 4 个备选方案 x_1,x_2,x_3,x_4 给出的判断矩阵为

$$A=\begin{bmatrix}1&1/9&3&1/5\\9&1&5&2\\1/3&1/5&1&1/2\\5&1/2&2&1\end{bmatrix}.$$

经过计算可发现其一致性比率[1] $\mathrm{CR}=1.74>0.1$, 从而 A 不满足满意一致性要求. 文献 [15] 经过多次调整后, 得到矩阵的最终排序向量为 $(0.135\,1, 0.531\,4, 0.071\,2, 0.258\,6)^{\mathrm{T}}$, 从而最终的排序为 $x_2\succ x_4\succ x_1\succ x_3$ (符“$\succ$”表示优于, 下同).

使用本文的方法, 通过计算可得权重矩阵为

$$W=\begin{bmatrix}0.065\,2&0.061\,3&0.272\,7&0.054\,1\\0.587\,0&0.551\,2&0.454\,5&0.540\,5\\0.021\,7&0.110\,4&0.090\,9&0.135\,1\\0.326\,1&0.276\,1&0.181\,8&0.270\,3\end{bmatrix}.$$

假设专家并未给出方案的可信度, 从原判断矩阵中导出各方案的客观可信度为

$$v=(0.337\,9,0.072\,4,0.488\,9,0.100\,8)^{\mathrm{T}},$$

于是有以下结论:

1) 若使用 WAA 算子, 即根据式 (6), 可得备选方案的最终排序为

$$w^+=(0.165\,3,0.515\,0,0.073\,4,0.246\,3)^{\mathrm{T}}.$$

由此可得最终的排序为 $x_2\succ x_4\succ x_1\succ x_3$, 这与文献 [15] 是一致的.

2) 若使用 WGA 算子, 即根据式 (8), 可得备选方案的最终排序为

$$w^*=(0.136\,9,0.546\,2,0.063\,1,0.253\,8)^{\mathrm{T}}.$$

由此可得最终的排序为 $x_2\succ x_4\succ x_1\succ x_3$, 这与文献 [15] 也是一致的.

从这个例子可以看出, 本文方法对一些不满足满意一致性的判断矩阵是有效的.

5.2 本文方法与其他方法的比较

下面引自文献 [16] 的 1 个例子说明上述两类方

法的使用. 设专家对 4 个备选方案 x_1, x_2, x_3, x_4 进行两两比较后, 得到互反判断矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2.5 & 4 & 9.5 \\ 1/2.5 & 1 & 3 & 6.5 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 5 \\ 1/9 & 1/6.5 & 1/5 & 1 \end{bmatrix}.$$

文献 [16] 给出排序向量为 $(0.533, 0.287, 0.139, 0.041)^{\mathrm{T}}$.

利用本文方法需要先计算近似排序的样本. 通过式 (1) 计算可得一个归一化的权重矩阵为

$$W = \begin{bmatrix} 0.5697 & 0.6270 & 0.4878 & 0.4318 \\ 0.2279 & 0.2508 & 0.3659 & 0.2955 \\ 0.1424 & 0.0836 & 0.1220 & 0.2273 \\ 0.0600 & 0.0038 & 0.0244 & 0.0455 \end{bmatrix}.$$

1) 假设专家对上述判断的主观可信度矩阵为

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.8 & 0.9 \\ 0.6 & 1 & 0.1 & 1 \\ 0.8 & 0.1 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}.$$

利用式 (2) 可导出其主观可信权重为 $v = (0.2661, 0.2177, 0.2258, 0.3064)^{\mathrm{T}}$, 则利用式 (8) 和 (9) 分别有

$$w^{+}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0.5305, 0.2884, 0.1533, 0.0362),$$

$$w^{*}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0.2645, 0.2544, 0.2436, 0.2375).$$

2) 假设专家没有给出各方案的把握度. 这时根据式 (5), 可得各列判断的客观可信权重为

$$v = (0.0651, 0.0738, 0.1598, 0.7013)^{\mathrm{T}},$$

利用式 (8) 和 (9) 分别有

$$w^{+}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0.4641, 0.2991, 0.1943, 0.0425),$$

$$w^{*}(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0.5737, 0.2562, 0.1235, 0.0467).$$

通过上述比较可以发现, 本文客观可信度权重的方法与文献中的方法除了权值稍有差别外, 获得的排序是一致的, 都为 $x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ x_4$.

6　结　论

本文针对 AHP 中传统的排序方法不能处理判断含有不同的可信度的问题, 分主客观两种情形考虑了专家给出判断时的可信度. 利用适当的信息集结算子对近似排序向量集结, 可得出较合理的排序. 特别的, 通过实例说明, 本文所提出的排序方法不但可以得到与其他方法获得相同的排序, 而且还可以处理不满足满意一致性的判断矩阵的排序问题, 即本文方法具有普遍适用性. 本文排序方法的提出, 丰富了层次分析的排序理论, 为应用 AHP 合理的作决策起到一定的积极作用.

参考文献(References)

[1] Saaty T L. The analytic hierarchy process[M]. New York: McGraw-Hill, 1980: 1-21.

[2] 王莲芬, 许树柏, 层次分析法引论[M]. 北京：中国人民大学出版社, 1990: 108-113.
(Wang L F, Xu S B. Analytic hierarchy process introduction[M]. Beijing: China Renmin University Press, 1990: 108-113.)

[3] 王应明. 一种用于判断矩阵排序的扩展最小二乘方法[J]. 厦门大学学报: 自然科学版, 1997, 36(2): 189-196.
(Wang Y M. An extensional least square priority method used for comparision matrix[J]. J of Xiamen University: Natural Science, 1997, 36(2): 189-196.)

[4] 雷功炎. 关于将相对熵用于层次分析的简单注记[J]. 系统工程理论与实践, 1995, 15(3): 65-68.
(Lei G Y. A note on the application of relative entropy to analytic hierarchy process[J]. System Engineering – Theory and Practice, 1995, 15(3): 61-68.)

[5] Dong Y C, Xu Y F, Li H Y, et al. A comparative study of the numerical scales and the prioritization methods in AHP[J]. European J of Operational Research, 2008, 86 (1): 229-242.

[6] Hovanov N V, Kolari J W, Sokolov M V. Deriving weights from general pairwise comparison matrices[J]. Mathematical Social Sciences, 2008, 55(2): 205-220.

[7] 秦学志, 王雪华, 杨德礼. AHP 中群组判断的可信度法-Ⅰ[J]. 系统工程理论与实践, 1999, 19(7): 89-93.
(Qin X Z, Wang X H, Yang D L. Credit degree method of group decision making in AHP-Ⅰ[J]. System Engineering – Theory and Practice, 1999, 19(7): 89-93.)

[8] 秦学志, 王雪华, 杨德礼. AHP 中群组判断的可信度法-Ⅱ[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(5): 76-79.
(Qin X Z, Wang X H, Yang D L. Credit degree method of group decision making in AHP-Ⅱ[J]. System Engineering – Theory and Practice, 2000, 20(5): 76-79.)

[9] 梁樑, 熊立, 王国华. 一种群决策中专家客观权重的确定方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(4): 652-655.
(Liang L, Xiong L, Wang G H. New method for determining the objective weight of decision makers in group decision making[J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(4): 652-655.)

[10] Lv Y J, Cheng H T, Liu H M. Complementary judgement matrix ranking approach based on aggregation operator[C]. 2010 Int Conf on E-Product, E-Service and E-Entertainment. Jiaozuo: IEEE Computer Society, 2010, 1: 629-631.

[11] 樊治平, 姜艳萍, 肖四汉. 模糊判断矩阵的一致性及其性质[J]. 控制与决策, 2001, 16(1): 69-71.
(Fan Z P, Jiang Y P, Xiao S H. Consistency of fuzzy judgement matrix and its properties[J]. Control and Decision, 2001, 16(1): 69-71.)

(下转第796页)