

文章编号: 1001-0920(2012)04-0575-04

基于 DEA 交叉评价的模糊综合评价模型及其应用

郭清娥, 王雪青, 位 珍

(天津大学 管理与经济学部, 天津 300072)

摘要: 借鉴数据包络分析(DEA)交叉评价的思想, 首先将评价系统内的指标分为量化指标和非量化指标, 在定义平均交叉效率、最小交叉效率和最大交叉效率概念的基础上, 采用交叉评价方法对量化数据进行处理; 然后对最小交叉效率值、平均交叉效率值和最大交叉效率值进行模糊化, 模糊化之后将其作为模糊综合评价的指标与非量化指标一起进行二次评价, 以建立基于 DEA 交叉评价的模糊综合评价模型; 最后通过评价实例验证了所提出的模型在处理客观数据与主观因素并存的多属性决策中的客观性和全面性。

关键词: 交叉评价; 模糊综合评价; 数据包络分析

中图分类号: O159

文献标识码: A

Fuzzy comprehensive evaluation based on cross-evaluation and its application

GUO Qing-e, WANG Xue-qing, WEI Zhen

(College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: WANG Xue-qing, E-mail: wxq@tju.edu.cn)

Abstract: Based on the idea of data envelopment analysis(DEA) cross-evaluation for reference, this paper processes the quantitative data using cross-evaluation method(CEM) on the basis of the concept of "average cross-efficiency evaluation", "minimum cross-efficiency evaluation", "maximum cross-efficiency evaluation". CEM can work as the index of fuzzy comprehensive evaluation for second evaluation. Based on cross-evaluation, fuzzy comprehensive evaluation model in environmental uncertainty is also constructed to reflect the reality system more objectively and comprehensively.

Key words: cross-evaluation; fuzzy comprehensive assessment; data envelopment analysis

1 引言

在多属性决策中, 由于客观事物的复杂性和不确定性以及人类认知水平的有限性, 往往既有客观数据, 又有主观因素, 决策者很难对评价对象作出精确的评判. 数据包络分析(DEA)可以通过对客观数据的分析和计算得出评价单元的相对效率, 并可通过投影原理提出相应的改进方向; 而模糊综合评价方法(FCA)则可由专家对主观因素进行模糊变换取得综合评价向量. 因此, 在面临客观数据与主观因素并存的多属性决策问题时, 学者们提出了一些将 DEA 与 FCA 相结合的综合评价方法^[1-6]. 文献[1-2]建立了基于模糊数变换的 DEA 模型进行综合评价, 解决了以往模型要求输入、输出指标之间必须满足一定的严格条件的局限性; [3] 在多目标规划的基础上, 建立了模糊 DEA 模型(FMP), 通过取截集的方法求其最优值, 用以处理

含有模糊性数据的决策单元的有效性. 这些方法本质上是基于模糊数学的数据包络分析, 即将模糊数学引入数据包络分析中, 属于“模糊 DEA”. 为充分利用模糊综合评价的易操作性, 将数据包络分析与模糊综合评价二者更好地结合, 许多学者作了进一步的研究^[7-9]. [7] 提出了一种将数据包络分析与模糊理论相结合的投资项目评价方法, 实现了模糊指标的量化, 并在模型中考虑了投资项目的弱点以及无效的原因; [8] 针对工程方案设计的主观性问题, 探讨了模糊综合评价与数据包络分析在工程方案设计选择中的应用. 值得注意的是, [9] 将数据包络分析的评价结果通过特定方式进行模糊化处理, 然后作为模糊综合评价的评价指标进行二次评价, 建立了更具客观说服力的模型.

上述模型均采用普通数据包络分析(DEA)方法

收稿日期: 2010-11-04; 修回日期: 2011-03-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71172148); 建设部基金项目(2011-R3-18).

作者简介: 郭清娥(1981—), 女, 博士生, 从事工程项目评价、投标决策等研究; 王雪青(1965—), 女, 教授, 从事工程管理等研究.

建模,但DEA是针对每一个决策单元建立对其最有利的数学规划模型,属于“自评”,其最优解等于决策单元可能相对效率的最大值,用它来比较决策单元时,往往夸大长处、回避缺陷,所以不够客观和全面.近年来,许多学者开始研究交叉评价在多属性决策中的应用^[10-14],并取得了较好的成果.

本文借鉴DEA交叉评价的思想,针对量化数据,将DEA交叉评价的最小交叉效率、平均交叉效率和最大交叉效率模糊化为评价指标的隶属函数,用其代替专家打分或直接给出分布,并将其作为模糊综合评价的评价指标与非量化指标一起进行最终评价,以使模型能够更客观、全面地反映现实系统.

2 DEA交叉评价方法回顾与分析

记DEA评价系统中第*i*个决策单元为DMU_{*i*},其输入、输出向量分别为

$$X_i = (x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_s})^T, \quad (1)$$

$$Y_i = (Y_{i_1}, Y_{i_2}, \dots, Y_{i_p})^T. \quad (2)$$

各自对应的权向量分别为

$$v_i = (v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_s}), \quad (3)$$

$$u_i = (u_{i_1}, u_{i_2}, \dots, u_{i_p}). \quad (4)$$

文献[13]已经给出了DEA交叉评价的步骤.这里结合文献[13],首先给出如下概念:

定义 1 称 $E_{i_0 i_1} = u_{i_1}^* Y_{i_0} / v_{i_1}^* X_{i_0}$ 为 DMU_{*i*} 对于 DMU_{*i*} 的交叉效率. 其中

$$u_{i_1}^* = (u_{i_1 1}^*, u_{i_1 2}^*, \dots, u_{i_1 p}^*),$$

$$v_{i_1}^* = (v_{i_1 1}^*, v_{i_1 2}^*, \dots, v_{i_1 s}^*)$$

是下述规划方程的最优解:

$$\max \frac{u^T Y_{i_1}}{v^T X_{i_1}}. \quad (5a)$$

$$\text{s.t. } \frac{u^T Y_{i_1}}{v^T X_{i_1}} \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$u_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, p;$$

$$v_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, s. \quad (5b)$$

交叉效率 $E_{i_0 i_1} = u_{i_1}^* Y_{i_0} / v_{i_1}^* X_{i_0}$ 表示当采用决策对象 DMU_{*i*} 的最有利权重时,决策对象 DMU_{*i*} 的相对效率,即 DMU_{*i*} 对 DMU_{*i*} 的效率评价.

定义 2 称所有决策单元对 DMU_{*i*} 交叉效率的平均值为 DMU_{*i*} 的平均交叉效率,记为

$$E_{i_0}^{\text{cross}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_{i_0 i}. \quad (6)$$

定义 3 称所有决策单元对 DMU_{*i*} 交叉效率的最小值为 DMU_{*i*} 的最小交叉效率,记为

$$E_{i_0}^{\text{min}} = \min_{i=1}^n E_{i_0 i}. \quad (7)$$

定义 4 称所有决策单元对 DMU_{*i*} 交叉效率的

最大值为 DMU_{*i*} 的最大交叉效率,记为

$$E_{i_0}^{\text{max}} = \max_{i=1}^n E_{i_0 i}. \quad (8)$$

$E_{i_0}^{\text{cross}}$ 是所有决策单元对于 DMU_{*i*} 的效率评价值的均值.显然, $E_{i_0}^{\text{cross}}$ 的值越大,表明 DMU_{*i*} 的相对效率越大. $E_{i_0}^{\text{min}}$ 是对 DMU_{*i*} 最不利权重时的效率值, $E_{i_0}^{\text{max}}$ 是对 DMU_{*i*} 最有利权重时的效率值.由 $E_{i_0}^{\text{cross}}$, $E_{i_0}^{\text{min}}$ 和 $E_{i_0}^{\text{max}}$ 表达式及计算过程可以看出,交叉效率一方面有普通 DEA 的“自评”,同时也有其他决策单元的“互评”,既有“最优值”,也有“最劣值”,从而很好地弥补了传统 DEA 夸大自身长处、回避缺陷,不能客观、全面反映生产效率优劣的缺点,更进一步地体现了竞争的公平性.

3 基于交叉评价的模糊综合评价方法

本文提出的基于交叉评价的模糊综合评价方法的基本思想是,将交叉评价的结果(最小交叉效率、平均交叉效率和最大交叉效率)进行模糊化处理后作为模糊综合决策时的指标进行评价.基本步骤如下:

Step 1 将评价系统内所有指标因素分为量化指标和非量化指标.

Step 2 按照 DEA 交叉评价的步骤计算量化指标中各决策单元的平均交叉效率 $E_{i_0}^{\text{cross}}$, 最小交叉效率 $E_{i_0}^{\text{min}}$ 和最大交叉效率 $E_{i_0}^{\text{max}}$.

特殊情况下,由方程组(5)求解出来的最优权重可能不唯一,从而导致计算得到的交叉效率值也不唯一.考虑到计算决策对象 DMU_{*i*} 对 DMU_{*i*} 的交叉效率值时 DMU_{*i*} 处于被动地位,参考文献[14]提出的处理方法,当最优权重 $u_{i_1}^* = (u_{i_1 1}^*, u_{i_1 2}^*, \dots, u_{i_1 p}^*)$, $v_{i_1}^* = (v_{i_1 1}^*, v_{i_1 2}^*, \dots, v_{i_1 s}^*)$ 不唯一时,可令

$$E_{i_0 i} = \min_{i=1}^n \frac{u_{i_1}^* Y_{i_0}}{v_{i_1}^* X_{i_0}}, \quad (9)$$

即此时的交叉效率是所有权重情况下交叉效率值的最小值.

Step 3 对量化指标的交叉效率值进行模糊化处理.平均交叉效率公平地反映了各个评价单元的效率,显然用其代替专家打分更具说服力.但是,它是单一数值,客观上也没有模糊综合评价所需要的隶属度.文献[9]是将模糊综合评价的评语集设为 $V = (v_0, v_1, \dots, v_{p-1})$,将平均交叉效率值理解为分别对 v_0, v_1, \dots, v_{p-1} 的隶属程度,然后采用等腰三角隶属函数对其进行模糊处理.考虑到 DEA 的评价结果为相对效率,决策单元的效率大小没有绝对意义,所以本文在进行模糊化处理时,将决策对象的交叉效率最小值(即最小交叉效率值) $E_{i_0}^{\text{min}}$ 作为三角模糊变量对应隶属函数 (a, b, c) 的下界,将决策对象的交叉效率最大值(即最大交叉效率值) $E_{i_0}^{\text{max}}$ 作为对应隶属函数的上界,将

决策对象的平均交叉效率 $E_{i_0}^{cross}$ 作为对应隶属函数最大值所对应的点. 即将量化指标看作三角模糊数 $(E_{i_0}^{min}, E_{i_0}^{cross}, E_{i_0}^{max})$, 如图1所示.

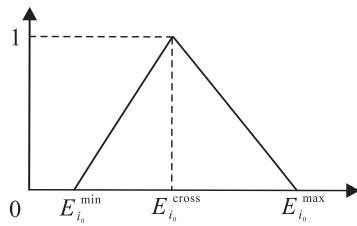


图1 模糊评价的隶属函数

Step 4 运用模糊综合评价法计算非量化指标. 将评语集 V 划分为 v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 共5个等级, 评语集与隶属函数的对应关系如表1所示.

表1 评语集和隶属函数对应关系

评语	v_1 (很差)	v_2 (差)	v_3 (一般)	v_4 (好)	v_5 (很好)
隶属函数	(0,0,0.25)	(0,0.25,0.5)	(0.25,0.5,0.75)	(0.5,0.75,1)	(0.75,1,1)

设有 c_1, c_2, \dots, c_q 个评价因素, 评价因素 c_j 对应的评语为 $v_{ji} (j=1, 2, \dots, q, i=1, 2, \dots, 5)$. 根据表1评语集与隶属函数的对应关系, 评价因素 c_j 的隶属函数记为三角模糊数 R_{ji} , 则 q 个评价指标的综合评价矩阵为 $R_j = (R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jq})^T, j=1, 2, \dots, n$, 是一个 $q \times 3$ 矩阵. 权重矩阵 $A_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jq}), j=1, 2, \dots, n$, 则 $B_j = A_j \times R_j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jq})(R_{j1}, R_{j2}, \dots, R_{jq})^T = (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3})$ 为第 j 个评价单元的分指标中非量化因素经模糊综合评价后所得结果, 是一个三角模糊数.

Step 5 将模糊处理后的量化指标与经 Step 4 计算后的非量化指标进行综合评价.

设 B_{i1} 为模糊处理后的量化指标, B_{i2} 为经过模糊综合评价后的非量化指标, 则总指标的综合评价矩阵为 $R_i = (B_{i1}, B_{i2})^T, i=1, 2, \dots, n$. 设量化指标和非量化指标的权重向量 $A_i = (a_{i1}, a_{i2}), i=1, 2, \dots, n$, 则 $B = A \times R = (a_{i1}, a_{i2}) \times (B_{i1}, B_{i2})^T = (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}), i=1, 2, \dots, n$.

Step 6 根据三角模糊数的期望公式, 由期望值对各决策单元进行评价.

4 应用算例

对8个实验室进行评估. 评价指标分为量化和非量化指标两部分, 其中人力财力是量化指标, 综合管理是非量化指标. 具体指标及相应数据如表2所示 (其中部分数据来源于文献[9]). 表2中: 一级指标包括人力财力和综合管理; 二级指标包括人数(输入)、资金投入(输入)和委托检验投入(输出); 括号内数字表示相应指标的权重.

采用本文基于交叉评价的模糊综合评价方法进行分析. 首先求得各决策对象的量化指标的最小交叉效率值、平均交叉效率值及最大交叉效率值分别为

$$\begin{aligned}
 e_1^{min} &= 0.315, e_1^{cross} = 0.496, e_1^{max} = 0.615; \\
 e_2^{min} &= 0.426, e_2^{cross} = 0.553, e_2^{max} = 0.631; \\
 e_3^{min} &= 0.347, e_3^{cross} = 0.485, e_3^{max} = 0.714; \\
 e_4^{min} &= 0.079, e_4^{cross} = 0.116, e_4^{max} = 0.318; \\
 e_5^{min} &= 0.065, e_5^{cross} = 0.163, e_5^{max} = 0.222; \\
 e_6^{min} &= 0.109, e_6^{cross} = 0.126, e_6^{max} = 0.154; \\
 e_7^{min} &= 0.026, e_7^{cross} = 0.114, e_7^{max} = 0.261; \\
 e_8^{min} &= 0.1, e_8^{cross} = 1, e_8^{max} = 1.
 \end{aligned}$$

表2 各实验室统计数据

实验室	人力财力(0.6)			综合管理(0.4)		
	人数/个	资金投入/万元	委托检验收入/万元	运行管理(0.4)	实验科研(0.4)	资源共享(0.2)
1	27	1570	430	(0.25, 0.5, 0.75)	(0, 0.25, 0.5)	(0.5, 0.75, 1)
2	119	5248	1945	(0.25, 0.5, 0.75)	(0.5, 0.75, 1)	(0.5, 0.75, 1)
3	40	580	361	(0, 0.25, 0.5)	(0.25, 0.5, 0.75)	(0.5, 0.75, 1)
4	81	4232	290	(0.25, 0.5, 0.75)	(0, 0.25, 0.5)	(0.5, 0.75, 1)
5	31	3161	177.97	(0, 0, 0.25)	(0.5, 0.75, 1)	(0, 0.25, 0.5)
6	18	381	51	(0, 0.25, 0.5)	(0.25, 0.5, 0.75)	(0.5, 0.75, 1)
7	60	180	40.8963	(0.5, 0.75, 1)	(0.5, 0.75, 1)	(0.25, 0.5, 0.75)
8	69	2052	1788.23	(0.25, 0.5, 0.75)	(0, 0, 0.25)	(0, 0.25, 0.5)

表3 量化指标处理结果

实验室	人力财力			
	平均交叉效率	最小交叉效率	最大交叉效率	隶属函数
1	0.496	0.315	0.615	(0.315, 0.496, 0.615)
2	0.553	0.426	0.631	(0.426, 0.553, 0.631)
3	0.485	0.347	0.714	(0.347, 0.485, 0.714)
4	0.116	0.079	0.318	(0.079, 0.116, 0.318)
5	0.163	0.065	0.222	(0.065, 0.163, 0.222)
6	0.126	0.109	0.154	(0.109, 0.126, 0.154)
7	0.114	0.026	0.261	(0.026, 0.114, 0.261)
8	1	1	1	(1, 1, 1)

按 Step 3 对交叉效率值进行模糊化处理可得到表 3 所示的交叉效率值模糊化隶属函数. 按 Step 4 非量化指标处理过程对综合管理指标进行计算, 其中非量化指标综合管理的评语集为 $V=(\text{很差, 差, 一般, 好, 很好})$, 各自对应的隶属函数见表 1. 根据评语集与隶属函数的对应关系, 非量化指标的综合评价矩阵如表 2 右半部分所示, 权重向量为 $(0.4, 0.4, 0.2)$, 计算结果如表 4 所示.

对综合量化指标与非量化指标进行总体评价, 由 $B = A \times R = (a_{i_1}, a_{i_2}) \times (B_{i_1}, B_{i_2})^T$ (其中 $(a_{i_1}, a_{i_2}) =$

$(0.6, 0.4), (B_{i_1}, B_{i_2})$ 如表 3 和表 4 所示) 计算得到最终综合总评结果, 如表 5 所示.

表 4 非量化指标处理结果

实验室	综合管理隶属函数
1	(0.2, 0.45, 0.7)
2	(0.4, 0.65, 0.9)
3	(0.2, 0.45, 0.7)
4	(0.25, 0.5, 0.7)
5	(0.2, 0.35, 0.6)
6	(0.2, 0.45, 0.7)
7	(0.45, 0.7, 0.95)
8	(0.1, 0.25, 0.5)

表 5 最终综合总评结果

实验室	综合评价矩阵 $(R_i = (B_{i_1}, B_{i_2})^T)$		最终评价结果隶属函数 (B_i)	期望值
	人力财力 $(B_{i_1})_{0.6}$	综合管理 $(B_{i_2})_{0.4}$		
1	(0.315, 0.496, 0.615)	(0.2, 0.45, 0.7)	(0.269, 0.478, 0.649)	0.469
2	(0.426, 0.553, 0.631)	(0.4, 0.65, 0.9)	(0.416, 0.592, 0.739)	0.585
3	(0.347, 0.485, 0.714)	(0.2, 0.45, 0.7)	(0.288, 0.471, 0.708)	0.485
4	(0.079, 0.116, 0.318)	(0.25, 0.5, 0.7)	(0.147, 0.270, 0.471)	0.290
5	(0.065, 0.163, 0.222)	(0.2, 0.35, 0.6)	(0.119, 0.238, 0.373)	0.242
6	(0.109, 0.126, 0.154)	(0.2, 0.45, 0.7)	(0.145, 0.256, 0.372)	0.257
7	(0.026, 0.114, 0.261)	(0.45, 0.7, 0.95)	(0.196, 0.348, 0.537)	0.357
8	(1, 1, 1)	(0.1, 0.25, 0.5)	(0.64, 0.7, 0.8)	0.71

根据三角模糊数的期望值公式, 选择最终评价结果 B_j 的期望值作为最终的评价决策依据. 按最终评价结果的期望值, 各实验室从优到劣依次为 8, 2, 3, 1, 7, 4, 6, 5. 最优评价对象为实验室 8.

5 结 论

本文提出了基于 DEA 交叉评价的模糊综合评价方法. 交叉评价是基于“自评”与“互评”相结合, 与普通 DEA 评价方法相比具有更客观、全面的优点. 其次, 用对最小交叉效率值、平均交叉效率值和最大交叉效率值进行模糊化处理来代替专家打分或由专家直接给出其模糊分布的做法, 有效地减少了主观性, 为不确定环境下的决策建模提供了新的视角. 但是, 对交叉效率值进行模糊化时, 如何选择其模糊化隶属函数才能够更确切尚有待进一步探讨.

参考文献(References)

- [1] 李志亮, 陈世权, 吴金培. 基于模糊数变换的 DEA 模型与应用[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(4): 64-71.
(Li Z L, Chen S Q, Wu J P. DEA model and its application based on transformation of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2004, 18(4): 64-71.)
- [2] 马凤才, 李霖坤, 张群. 基于三角形模糊数的 DEA 模型[J]. 数学的实践与认识, 2007, 37(11): 174-179.
(Ma F C, Li J K, Zhang Q. DEA model based on triangular fuzzy number[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2007, 37(11): 174-179.)
- [3] 彭熠. 基于多目标规划的模糊 DEA 有效性[J]. 系统工程

学报, 2004, 19(5): 548-552.

- (Peng Y. Fuzzy DEA efficiency based on multiple programming[J]. J of Systems Engineering, 2004, 19(5): 548-552.)
- [4] Mei L W, Huai S L. Fuzzy data envelopment analysis (DEA): Model and ranking method[J]. J of Computer and Applied Mathematics, 2009, 223(2): 872-878.
- [5] Mohamed D. A model of fuzzy data envelopment analysis[J]. Information Systems and Operation Research, 2004, 42(4): 267-279.
- [6] 丁德臣, 龚艳冰, 何建敏. 核基于模糊 C-OWG 算子的模糊 DEA 模型求解[J]. 模糊系统与数学, 2009, 23(2): 131-135
(Ding D C, Gong Y B, He J M. Solution of fuzzy DEA model based on fuzzy C-OWG operator[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2009, 23(2): 131-135.)
- [7] 张熠, 王先甲. 基于数据包络分析和模糊理论的投资项目评价方法研究[J]. 技术经济, 2010, 29(2): 64-67.
(Zhang Y, Wang X J. Study on evaluation method for investment project based on DEA and fuzzy theory[J]. Technology Economics, 2010, 29(2): 64-67.)
- [8] 段绍伟, 沈浦生. 模糊综合评价与数据包络分析在工程方案设计选择中的应用[J]. 水利学报, 2004, 5(5): 116-121.
(Duan S W, Shen P S. Application of fuzzy comprehensive evaluation and data envelopment analysis in selection of engineering scheme[J]. J of Hydraulic Engineering, 2004, 5(5): 116-121.)