

文章编号: 1001-0920(2012)04-0567-04

基于HMM/KF滤波的捷联惯组快速标定方法

孙枫, 曹通

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 提出一种快速标定捷联惯组常值零偏的六位置测试法. 首先在传统解析式粗对准的基础上引入HMM/KF滤波器, 利用HMM/KF滤波器滤除对准环境中的干扰噪声, 实现捷联系统粗对准; 然后分析利用粗对准的对准精度与惯性器件误差之间的关系, 推导出求取捷联惯组常值零偏的数学表达式. 对比实验分析结果表明, 采用滤波技术的对准方法能够提高方位对准精度, 而且能够快速有效地标定和补偿上一标定阶段残留的惯性器件常值零偏, 改善导航性能.

关键词: 捷联惯组; 零位偏置; 六位置标定; 粗对准; 隐式马尔科夫模型; 卡尔曼滤波

中图分类号: U666.12

文献标识码: A

Fast calibration for strapdown IMU based on HMM/KF

SUN Feng, CAO Tong

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. Correspondent: CAO Tong, E-mail: caotong453@yahoo.cn)

Abstract: This paper presents a fast six-position calibration for strapdown inertial measurement unit (IMU) bias. The interference noise is filtered out with hidden Markov model/Kalman filter (HMM/KF), and the alignment is achieved based on traditional analytic coarse alignment. The mathematical expressions of bias is derived with the relationship between the accuracy of coarse alignment and inertial instrument errors. Compared with the traditional coarse alignment, the initial alignment with filter not only can improve azimuth accuracy, but also can compensate the residue bias in the preceding calibration period, and navigation performance is improved.

Key words: strapdown inertial measurement unit; bias; six-position calibration; coarse alignment; hidden Markov model; Kalman filter

1 引言

捷联惯组标定是系统初始对准的前提, 标定的好坏将直接影响对准的精度. 一般采用分立标定法^[1]标定陀螺常值漂移和加速度计零偏, 即利用转台提供水平和方位基准, 将地球自转角速度和重力加速度作为参考输入, 并与陀螺仪和加速度计的输出来进行比较, 采用最小二乘法标定陀螺常值漂移和加速度计零偏. 分立标定实验时直接利用“赤裸裸”的陀螺与加速度计输出来进行比较, 器件噪声以及环境干扰都会影响标定效果. 因此, 较为“粗糙”的标定值带来的标定误差会残留在初始对准阶段, 进而造成姿态误差. 姿态误差能充分反映分立标定实验中标定误差的大小.

本文针对上述问题, 利用HMM/KF所具有的平滑噪声的特性^[2]对陀螺和加速度计输出进行预处理,

滤除对准环境中干扰噪声的影响; 然后在粗对准的基础上, 提出直接利用粗对准结果进一步标定上一标定阶段残留的陀螺常值漂移和加速度计零偏的六位置标定方法. 粗对准具有速度快^[3-4]的优点, 因而该方法标定时间短、数据处理简单, 具有广阔的应用前景.

2 HMM/KF滤波器

隐式马尔科夫模型(HMM)由2个随机过程 $\{X_n, Z_n\}$ 组成, 其中 $\{X_n\}$ 是一个观测不到的有限状态马尔科夫链, 其状态转移矩阵 F 可能是不知道的, 这个链称为状态链; $\{Z_n\}$ 是可以观测到的, 称为观测链. 未知的状态链与测量到的观测链一起构成了隐马氏模型, 其离散模型可表示为^[5]

$$\begin{cases} X_{k+1} = FX_k + \xi_k, \\ Z_{k+1} = HX_k + \nu_k. \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2010-11-04; 修回日期: 2010-12-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60775001, 60834005).

作者简介: 孙枫(1944—), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯性导航及组合导航系统等研究; 曹通(1986—), 男, 博士生, 从事捷联惯导系统标定技术及初始对准技术等研究.

其中: $X \in R^N, Z \in R^M$; 矩阵 F 和 H 满足^[6]

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N F_{ij} = 1, F_{ij} > 0; \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M H_{ij} = 1, H_{ij} > 0. \end{cases} \quad (2)$$

本文设计的二阶离散HMM模型^[5-7]为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_{k+1} \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + \xi_k, \\ \begin{bmatrix} z_{k+1} \\ z_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ x_{k-1} \end{bmatrix} + \nu_k. \end{cases} \quad (3)$$

其中: 状态变量 x 为陀螺或加速度计的滤波估值; 观测量 z 表示陀螺或加速度计的原始输出; 系统噪声 ξ_k 和量测噪声 ν_k 为互不相关的零均值白噪声. 实验中假设陀螺和加速度计的系统噪声阵 $Q_{g,a}$ 和量测噪声阵 $R_{g,a}$ 分别为

$$\begin{cases} Q_g = \text{diag}\{(0.005^\circ/\text{h})^2 & (0.005^\circ/\text{h})^2\}, \\ R_g = \text{diag}\{(0.1^\circ/\text{h})^2 & (0.1^\circ/\text{h})^2\}; \\ Q_a = \text{diag}\{(5e^{-4}g)^2 & (5e^{-4}g)^2\}, \\ R_a = \text{diag}\{(100e^{-4}g)^2 & (100e^{-4}g)^2\}. \end{cases}$$

离散计算增益矩阵 K_k , 稳定后取 $K_{\text{off}} = K_k$ ^[2]. 因此, HMM/KF 滤波方程可简写为

$$\begin{cases} \hat{X}_{k/k-1} = F_{k,k-1} \hat{X}_{k-1}, \\ \hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_{\text{off}}(\hat{X}_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}). \end{cases} \quad (4)$$

其中: \hat{X}_k 为 k 时刻滤波估值, \hat{X}_k 为 k 时刻观测量.

3 捷联惯组六位置快速标定方法

3.1 粗对准

捷联惯导系统解析粗对准的原理^[8]是利用重力加速度 g 和地球自转角速度 ω_{ie} 在导航坐标系上的投影 (g^n, ω_{ie}^n) 与它们在载体坐标系上的投影 ($\tilde{f}^b, \tilde{\omega}^b$) 之间的坐标转换关系来计算初始姿态矩阵, 即

$$\hat{C}_b^n = \begin{bmatrix} (g^n)^T \\ (g^n \times \omega_{ie}^n)^T \\ [(g^n \times \omega_{ie}^n) \times g^n]^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (\tilde{f}^b)^T \\ (\tilde{f}^b \times \tilde{\omega}^b)^T \\ [(\tilde{f}^b \times \tilde{\omega}^b) \times \tilde{f}^b]^T \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} g^n &= [0 \quad 0 \quad -g]^T, \\ \omega_{ie}^n &= [0 \quad \omega_{ie} \cos L \quad \omega_{ie} \sin L]^T. \end{aligned}$$

L 表示当地纬度.

陀螺和加速度计的输出信息 ($\tilde{f}^b, \tilde{\omega}^b$) 中含有测量误差 (∇^b, ε^b), 因此按式 (5) 计算初始姿态矩阵时会存在误差^[9-10]

$$\begin{cases} \Delta\phi_e(t) = \frac{\nabla_n(t)}{g}, \\ \Delta\phi_n(t) = -\frac{\nabla_e(t)}{g}, \\ \Delta\phi_u(t) = \frac{\varepsilon_e(t)}{\omega_{ie} \cos L} - \frac{\nabla_e(t)}{g} \tan L. \end{cases} \quad (6)$$

分析式 (6) 可知, 捷联系统粗对准的对准精度受水平加速度计零位偏置 (∇_e 和 ∇_n) 和东向陀螺常值漂移 (ε_e) 的制约. 由式 (6) 可得

$$\begin{cases} \nabla_e(t) = -g\Delta\phi_n(t), \\ \varepsilon_e(t) = \Omega_n(\Delta\phi_u(t) - \Delta\phi_n(t) \tan L), \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\Omega_n = \omega_{ie} \cos L$.

利用式 (5) 进行粗准时, 实际失准角误差 $\Delta\phi_{(n,u)}$ 可表示为

$$\Delta\phi_{(n,u)}(t) = \hat{\phi}_{(n,u)}(t) - \phi_{(n,u)}. \quad (8)$$

其中: $\hat{\phi}_{(n,u)}(t)$ 为实际粗对准误差, $\phi_{(n,u)}$ 为理论对准误差.

实际对准误差 $\hat{\phi}_{(n,u)}(t)$ 可由下式计算得出^[11]:

$$[\hat{\phi} \times] = I - \hat{C}_b^n (C_b^n)^T. \quad (9)$$

其中: $[\hat{\phi} \times]$ 是由 $\hat{\phi}_e, \hat{\phi}_n$ 和 $\hat{\phi}_u$ 组成的反对称矩阵; 理论姿态 C_b^n 可由转台实时提供. 因此, 在 2 个不同转台方位进行粗对准, 利用式 (9) 计算每个位置下的对准误差 $\hat{\phi}_{(n,u)}(t_1)$ 和 $\hat{\phi}_{(n,u)}(t_2)$, 将其代入式 (8), 两两相减, 可得

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{(n,u)}(t_2) - \Delta\phi_{(n,u)}(t_1) &= \\ \hat{\phi}_{(n,u)}(t_2) - \hat{\phi}_{(n,u)}(t_1). \end{aligned} \quad (10)$$

结合式 (7) 和 (10), 有

$$\begin{aligned} \nabla_e(t_2) - \nabla_e(t_1) &= -g(\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)), \\ \varepsilon_e(t_2) - \varepsilon_e(t_1) &= \\ -(\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1))\Omega_n \tan L &+ (\hat{\phi}_u(t_2) - \hat{\phi}_u(t_1))\Omega_n. \end{aligned} \quad (11a)$$

$$(11b)$$

其中

$$\begin{aligned} (\varepsilon_e(t), \nabla_e(t)) &= \\ C_{11}(t)(\varepsilon_x, \nabla_x) + C_{12}(t)(\varepsilon_y, \nabla_y) &+ C_{13}(t)(\varepsilon_z, \nabla_z). \end{aligned} \quad (12)$$

分析式 (11) 和 (12) 可知, 通过 $(\varepsilon_e, \nabla_e)$ 可以建立陀螺常值漂移 $\varepsilon_{x,y,z}$ 和加速度计零偏 $\nabla_{x,y,z}$ 与对准误差 $\hat{\phi}_{(n,u)}$ 之间的关系, 而 $\hat{\phi}_{(n,u)}$ 可由式 (9) 准确获知, 从而按式 (11) 和 (12) 便可求解出陀螺常值漂移和加速度计零偏, 完成标定任务.

分析式 (12) 可知, 由姿态矩阵元素 $C_{ij}(t)$ (由转台准确提供) 可以将 $\varepsilon_{x,y,z}$ 和 $\nabla_{x,y,z}$ 分成 3 组, 而每组待标定参数又需要 2 个不同位置. 因此, 依此标定原理可以制定出六位置标定方案, 其具体编排设计如表 1 所示.

表1 六位置标定编排方案 rad

步骤	标定参数	转台方位(俯仰角、倾斜角、航向角)
1	ε_x, ∇_x	(0, 0, 0), (0, 0, π)
2	ε_y, ∇_y	(0, 0, $\pi/2$), (0, 0, $3\pi/2$)
3	ε_z, ∇_z	(0, $\pi/2$, 0), (0, $3\pi/2$, 0)

3.2 六位置标定方法

步骤1时, 控制转台位于2个不同方位(0, 0, 0), (0, 0, π), 其对应的姿态矩阵 C_n^b 的第1行元素分别为

$$\begin{cases} C_{11}(t_1) = 1, C_{12}(t_1) = C_{13}(t_1) = 0; \\ C_{11}(t_2) = -1, C_{12}(t_2) = C_{13}(t_2) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

将式(13)代入(12), 则不同转台方位下的器件误差可表示为

$$\begin{cases} (\varepsilon_e(t_1), \nabla_e(t_1)) = (\varepsilon_x, \nabla_x), \\ (\varepsilon_e(t_2), \nabla_e(t_2)) = -(\varepsilon_x, \nabla_x). \end{cases} \quad (14)$$

结合式(11)和(14), X轴上的惯性器件常值偏差 ∇_x 和 ε_x 可表示为

$$\nabla_x = \frac{g(\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1))}{2}; \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x = & \frac{1}{2} \Omega_n (\hat{\phi}_u(t_1) - \hat{\phi}_u(t_2)) + \\ & \frac{1}{2} \Omega_n \tan L (\hat{\phi}_n(t_2) - \hat{\phi}_n(t_1)). \end{aligned} \quad (15b)$$

同样, 步骤2和步骤3分别在不同方位下进行粗对准, 根据各个位置下的对准误差 $\hat{\phi}_{(n,u)}(t_3)$, $\hat{\phi}_{(n,u)}(t_4)$, $\hat{\phi}_{(n,u)}(t_5)$ 和 $\hat{\phi}_{(n,u)}(t_6)$, Y轴和Z轴上的惯性器件常值偏差可表示为

$$\nabla_y = \frac{g(\hat{\phi}_n(t_4) - \hat{\phi}_n(t_3))}{2}, \quad (16a)$$

$$\nabla_z = \frac{g(\hat{\phi}_n(t_6) - \hat{\phi}_n(t_5))}{2}; \quad (16b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_y = & \frac{1}{2} \Omega_n (\hat{\phi}_u(t_3) - \hat{\phi}_u(t_4)) + \\ & \frac{1}{2} \Omega_n \tan L (\hat{\phi}_n(t_4) - \hat{\phi}_n(t_3)), \end{aligned} \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_z = & \frac{1}{2} \Omega_n (\hat{\phi}_u(t_5) - \hat{\phi}_u(t_6)) + \\ & \frac{1}{2} \Omega_n \tan L (\hat{\phi}_n(t_5) - \hat{\phi}_n(t_6)). \end{aligned} \quad (17b)$$

3.3 整体方案设计流程

从整个标定原理可以看出, 本文提出的标定方案是建立在解析式粗对准基础上的, 因而对准环境下的高频随机干扰会直接影响对准结果. 因此, 利用HMM/KF滤波能够平均高频噪声的特点对陀螺和加速度计输出信息进行预处理, 为下一步粗对准提供更为纯净的原始信息, 提高对准精度. 整个标定方案的设计流程如图1所示.

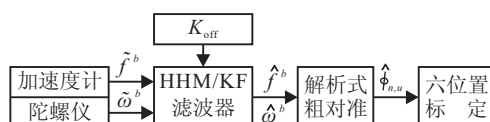


图1 基于HMM/KF滤波的捷联惯组快速标定流程

4 实验与分析

本文采用自研的光纤SINS进行转台六位置静态实验. 实验时先用传统分立标定法完成陀螺和加速度计的初步标定和补偿, 然后进行本实验. 实验的目的有2个: 1) 通过多次转台实验, 验证HMM/KF滤波前后对于改善捷联系统粗对准精度的有效性; 2) 利用基于HMM/KF滤波的解析式粗对准进行捷联惯组快速标定, 通过2h纯惯导实验比较标定前后的静态导航误差, 以验证本文提出的六位置标定方法的有效性. 实验中选用SGT-3型三轴惯导测试转台作为姿态参考基准, 其性能参数如表2所示.

表2 SGT-3型三轴测试转台主要技术指标

参数项	参数值
台体回转精度/($''$)	± 2
台体转角范围	$0 \sim \infty$
测角精度/($''$)	± 3
测角重复性/($''$)	± 2
定位精度/($''$)	± 3

实验条件设置如下: 将陀螺和加速度计安装在SGT-3型三轴惯导测试转台的三轴旋转的中心, 如图2所示. 利用GPS测得转台所处的地理位置为北纬45.7796°, 东经126.6705°. 每个位置的实验时间为1 min, 共6 min, 采样周期为0.01 s.



图2 三轴惯导测试转台

通过分析表3~表5的数据可知, 传统解析式粗对准在引入HMM/KF滤波器后, 水平对准精度相当, 但对于方位对准, 不论在对准精度还是稳定性上, 基于滤波的粗对准法的精度都有很大的提高. 因此, 选择利用基于HMM/KF滤波的粗对准法进行捷联惯组六位置标定, 将表3~表5所得数据分别代入式(15)~(17), 便可求解出3个方向的陀螺常值漂移和加速度

表3 滤波前后东向对准效果的比较 ($^{\circ}$)

转台方位	传统解析式法	基于HMM/KF滤波法
(0, 0, 0)	0.000 92	0.000 77
(0, 0, 180)	0.001 52	0.001 71
(0, 0, 90)	0.000 43	0.000 25
(0, 0, 270)	0.001 30	0.001 40
(0, 90, 0)	0.000 22	0.000 18
(0, 270, 0)	0.011 98	0.012 01
均值	0.002 7	0.002 7
方差	2.08 e-5	2.10 e-5

表4 滤波前后北向对准效果的比较 (°)

转台方位	传统解析式法	基于HMM/KF滤波法
(0, 0, 0)	0.004 00	0.004 02
(0, 0, 180)	0.006 47	0.006 03
(0, 0, 90)	0.005 31	0.005 30
(0, 0, 270)	0.004 41	0.004 26
(0, 90, 0)	0.001 34	0.001 77
(0, 270, 0)	0.002 67	0.002 83
均值	0.004 0	0.004 00
方差	3.37 e-6	2.48 e-6

表5 滤波前后方位对准效果的比较 (°)

转台方位	传统解析式法	基于HMM/KF滤波法
(0, 0, 0)	-0.108 54	-0.014 97
(0, 0, 180)	0.047 09	0.013 03
(0, 0, 90)	-0.198 54	-0.125 35
(0, 0, 270)	0.194 84	0.134 63
(0, 90, 0)	0.039 45	0.005 34
(0, 270, 0)	-0.124 76	-0.057 35
均值	-0.025 1	-0.007 4
方差	0.020 9	0.007 4

计零偏。为了验证该方法的标定效果,设计2h的静态纯惯导实验,比较标定前后的导航误差对比曲线如图3所示。

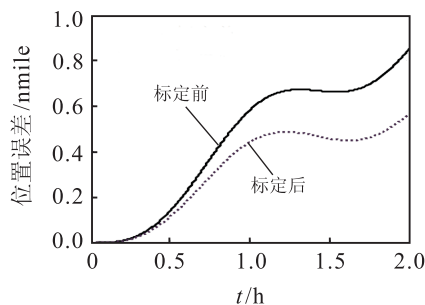


图3 2h纯惯导结果对比

从图3可见,标定后的导航精度明显高于标定前的导航精度,说明该方法能进一步标定和补偿陀螺常值漂移和加速度计零偏,改善系统的导航性能。

5 结论

本文首先在传统解析式粗对准的基础上引入HMM/KF滤波器,用以滤除对准环境中的干扰噪声,从而提高方位对准精度,使其具有更好的稳定性;然后利用基于HMM/KF滤波的粗对准方法完成捷联惯

组常值偏差的快速标定。实验结果表明,该方法能快速有效地标定和补偿上一标定阶段残留的陀螺常值漂移和加速度计零偏,提高捷联系统的导航性能。刻度因数和安装误差角也是惯性器件主要的标定参数,将此方法应用于惯性器件刻度因数和安装误差角的标定是下一步要研究的问题。

参考文献(References)

- [1] Titterton D H, Weston J L. Strapdown inertial navigation technology[M]. London: Peter Peregrinus Ltd, 2004: 148-173.
- [2] Lv Shaolin, Xie Ling, Chen Jiabin. New techniques for initial alignment of strapdown inertial navigation system[J]. J of the Franklin Institute, 2009, 346(10): 1021-1037.
- [3] Schimelevich L, Naor R. New approach to coarse alignment[C]. Proc of IEEE Int Symposium on Intelligent Control. New York: IEEE Press, 1994: 129-134.
- [4] Britting K R. Inertial navigation systems analysis[M]. New York: Wiley Interscience, 1971: 198-203.
- [5] Cappé O, Moulines E, Rydén T. Inference in hidden Markov models[M]. Berlin: Springer, 2005: 6-46.
- [6] Elliott R J, Aggoun L, Moore J B. Hidden Markov models[M]. Berlin: Springer, 1995: 3-20.
- [7] Chui C K, Chen G. Kalman filtering with real time applications[M]. 3rd ed. Berlin: Springer, 1999: 68-75.
- [8] Sun Feng, Sun Wei, Wu Lin. Coarse alignment based on IMU rotational motion for surface ship[C]. IEEE Position Location and Navigation Symposium Position Location and Navigation Symposium. Palm Springs, 2010: 151-156.
- [9] Fang Jiancheng. Error analysis of analytic coarse alignment methods[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(1): 334-337.
- [10] 魏春玲, 张洪钺. 捷联惯导系统粗对准方法比较[J]. 航天控制, 2003, 18(3): 16-21.
(Wei C L, Zhang H Y. Comparison of analytic coarse alignment methods in SINS[J]. Aerospace Control, 2003, 18(3): 16-21.)
- [11] Salychev Oleg S. Applied inertial navigation: Problems and Solutions[M]. Moscow: BMSTU Press, 2004: 94-111.