文章编号: 1001-0920 (2012) 06-0937-04

具有丢包的非线性奇异系统的网络脉冲控制器设计

赵贤林[1,2], 费树岷[2], 李 涛[2]

(1. 南京农业大学 工学院，南京 210031；2. 东南大学 自动化学院，南京 210096)

摘 要: 针对给定的一类非线性奇异系统, 设计了基于数据丢包的网络脉冲控制器. 首先建立了非线性奇异网络脉冲控制系统的数学模型; 然后根据李亚普诺夫稳定性理论, 分别考虑系统在连续状态和脉冲时刻的指数稳定性条件, 给出了基于数据丢包的网络脉冲控制器的设计方法, 使网络脉冲控制器能够保证具有数据丢包的非线性奇异系统实现指数稳定; 最后, 以洛伦兹混沌系统为例表明了控制器设计方法的正确性.

关键词: 奇异系统；网络控制；脉冲控制；丢包

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Networked impulsive controller design for nonlinear singular system based on data dropouts

ZHAO Xian-lin[1,2], *FEI Shu-min*[2], *LI Tao*[2]

(1. College of Engineering，Nanjing Agricultural University，Nanjing 210031；2. College of Automation，Southeast University，Nanjing 210096，China. Correspondent：ZHAO Xian-lin，E-mail：zhxl@njau.edu.cn)

Abstract: Networked impulsive controller is designed for a class of nonlinear singular system based on data dropouts. Firstly, the mathematic model of nonlinear singular networked impulsive control system is established. Then, according to the Lyapunov stability theory, the design method of networked impulsive controller is proposed via data dropouts considering the stability of the continuous interval and impulsive instant, respectively. By using the given networked impulsive controller, the exponential stability of nonlinear singular system can be ensured based on packet dropouts. Finally, Lorentz system is illustrated to show the effectiveness of the proposed controller design methods.

Key words: singular system；networked control system；impulsive control system；data dropouts

1 引 言

奇异系统经常出现在宇宙飞船姿态控制, 机器人柔性机械臂控制, 大型电网控制, 大型化工系统以及无线传输线路等各种工程系统中[1-2], 由于它们在实际控制系统中的广泛应用而越来越受到人们的重视.

近年来人们对奇异系统的研究取得了许多成果. 文献 [2] 等研究了线性奇异时滞系统的鲁棒控制问题, 两类不确定线性奇异时滞系统的鲁棒镇定问题以及带有未知输入观测器的设计和故障检测与分离问题. [1-6] 对奇异系统进行了广泛和深入的研究, 取得了一系列的研究成果. [7] 研究了奇异脉冲控制系统的稳定性、鲁棒镇定和控制问题, 给出了使奇异脉冲切换系统指数稳定的充分条件, 并且考虑了鲁棒镇定和使系统指数稳定的控制器设计方法. [8] 研究了具有不确定摄动的奇异脉冲系统的鲁棒控制问题. [9] 研究了基于 Internet 的时滞脉冲切换系统的鲁棒无源控制问题. [10] 对基于 Internet 的不确定多时变时滞系统的稳定性问题进行了讨论. [11]则对网络脉冲控制系统 (NICS) 的稳定性问题进行了分析, 给出了具有丢包、传输时滞等条件时使得脉冲系统渐近稳定的条件.

上述文献一般都是单独考虑了奇异系统、网络系统或脉冲系统的特点, 而把三者综合起来考虑的研究还很少. 对此, 本文主要讨论具有网络诱导时延和数据丢包的非线性奇异网络系统的脉冲控制器的设计问题. 运用 Lyapunov 函数理论, 根据比较原理, 得到了系统全局指数稳定的充分条件. 文中给出了脉冲控制器的详细设计过程, 在该控制器的作用下, 系统能

收稿日期: 2010-10-12；**修回日期:** 2011-04-02.

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目(61004032, 60804017).

作者简介: 赵贤林(1973−), 男, 副教授, 从事奇异系统、网络脉冲控制系统等研究；费树岷(1961−), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制系统、混杂系统等研究.

够按照给定的衰减率实现指数稳定. 最后以洛伦兹系统为数值例子表明了该理论结果的正确性和控制器设计方法的有效性.

2 问题的提出与模型的建立

非线性奇异脉冲控制系统模型可描述为

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + g(t,x),\ t \in (t_{k-1}, t_k]; \\ \Delta x(t) = c\bar{u}(t_k),\ t = t_k^+,\ k = 1,2,\cdots. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n$; A 为有适当维数的常数矩阵; c 为给定常数; $u(t_k) \in R^m$ 为网络脉冲控制器; $E \in R^{n\times n}$ 为奇异矩阵, 即 $0 <$ rank$E = r \leqslant n$; $\{t_k | k = 1,2,\cdots\}$ 为脉冲发生时刻并满足 $0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_k < \cdots$, $\lim\limits_{k\to\infty} t_k = \infty$. 在网络传输过程中, 缓冲区的数学模型可以描述为

$$\bar{u}(t_k) = \begin{cases} u(t_k) = Kx(t_k - \tau),\ k = 1,2,\cdots, \\ \quad \text{if transmitted successfully;} \\ \bar{u}(t_{k-1}) = K\bar{x}(t_{k-1}),\ k = 1,2,\cdots, \\ \quad \text{otherwise.} \end{cases} \tag{2}$$

$$\bar{x}(t_k) = \begin{cases} x(t_k - \tau),\ k = 1,2,\cdots, \\ \quad \text{if transmitted successfully;} \\ \bar{x}(t_{(k-1)}),\ k = 1,2,\cdots, \\ \quad \text{otherwise.} \end{cases} \tag{3}$$

其中: $\tau = \tau_{sc} + \tau_{ca}$ 为网络传输时滞, τ_{sc} 和 τ_{ca} 分别代表从传感器到控制器的时延和从控制器到执行器的时延, 且 $0 \leqslant \tau \leqslant t_k - t_{k-1}$; $x(t_1 - \tau) = \phi(t)$ 为系统的初始值. 对系统 (1) 设计具有丢包的脉冲控制律为

$$\bar{u}(t_k) = K\bar{x}(t_k) = \\ (1 - \sigma(t_k))Kx(t_k - \tau) + c\sigma(t_k)\bar{u}(t_{k-1}). \tag{4}$$

其中: $\sigma(t_k) = 1$ 表示数据丢失, $\sigma(t_k) = 0$ 表示没有数据丢失.

将式 (4) 代入系统 (1), 可得到非线性奇异网络脉冲闭环控制系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + g(t,x),\ t \in (t_{k-1}, t_k]; \\ \Delta x(t) = c(1 - \sigma(t_k))Kx(t_k - \tau) + c\sigma(t_k)\bar{u}(t_{k-1}), \\ \qquad t = t_k^+,\ k = 1,2,\cdots. \end{cases} \tag{5}$$

对于系统 (5) 存在非奇异矩阵 $W, D \in R^{n\times n}$ 且满足

$$\text{WED} = \text{diag}(I_r, 0),\ \text{WAD} = \text{diag}(A_1, I_{n-r}),$$

其中 $A_1 \in R^{r\times r}$. 则非线性奇异网络脉冲控制系统 (5) 可转化为以下系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = A_1 y_1(t) + W_1 g(t,x),\ t \in (t_{k-1}, t_k]; \\ 0 = y_2(t) + W_2 g(t,x); \\ \Delta y_1(t_k^+) = c(1 - \sigma(t_k))K_1 W_{11}^{-1} y_1(t_k - \tau) + \\ \qquad c\sigma(t_k)u_1(t_{k-1}),\ t = t_k^+,\ k = 1,2,\cdots. \end{cases} \tag{6}$$

其中

$$y(t) = D^{-1}x(t) = ((y_1(t))^{\mathrm{T}}, (y_2(t))^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},$$
$$y_1(t) \in R^r,\ y_2(t) \in R^{n-r},$$
$$W = (W_1^{\mathrm{T}}, W_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},\ W_1 = (W_{11}^{\mathrm{T}}, W_{12}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},$$
$$W_1 \in R^{r\times n},\ W_2 \in R^{(n-r)\times n},\ W_{11} \in R^{r\times r},$$
$$W_{12} \in R^{r\times(n-r)},\ D = (D_1, D_2),\ D_1 \in R^{n\times r},$$
$$D_2 \in R^{n\times(n-r)},\ u = (u_1^{\mathrm{T}}, u_2^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}},\ u_1 \in R^r,$$
$$u_2 \in R^{n-r},\ K = \text{diag}(K_1, 0),\ K_1 \in R^{r\times r}.$$

在给出主要结论之前, 先给出下列假设和引理:

引理 1 非线性奇异脉冲网络控制系统 (6) 的稳定性等价于以下系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = A_1 y_1(t) + W_1 g(t,x),\ t \in (t_{k-1}, t_k]; \\ \Delta y_1(t_k^+) = c(1 - \sigma(t_k))K_1 W_{11}^{-1} y_1^{\mathrm{T}}(t_k - \tau) + \\ \qquad c\sigma(t_k)u_1(t_{k-1}), \\ \qquad t = t_k^+,\ k = 1,2,\cdots. \end{cases} \tag{7}$$

假设 1 对于 $t \geqslant t_0$, 非线性函数 $g(t,x)$ 满足 Lipchitz 条件, 即存在非负实常数 L, 使得对于所有 $x(t) \in R^n$, 有

$$\|g(t, x_i(t)) - g(t, x_j(t))\| \leqslant L\|x_i(t) - x_j(t)\|.$$

假设 2 当 $\{t_k | k = 1,2,\cdots\}$ 满足 $0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_k < \cdots$, $\lim\limits_{k\to\infty} t_k = \infty$ 时, 存在一个正常数 m 且满足以下不等式:

$$\|x(t - \tau)\| \leqslant m\|x(t)\|,\ 0 < m < +\infty. \tag{8}$$

引理 2[12] 若 $L(t, z(t))$ 和 $U_k(z(t))$ 满足 Lipchitz 条件, 则非线性脉冲微分方程

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = L(t,x),\ t \in (t_{k-1}, t_k]; \\ \Delta z(t) = U_k(z(t)),\ t = t_k^+,\ k = 1,2,\cdots \end{cases}$$

存在唯一解. 其中: $z(t) \in R^n$, $L: R_+ \times R^n \to R^n$, $U_k: R^n \to R^n$. 由假设 1, 假设 2 和引理 2 知, 闭环非线性奇异网络脉冲控制系统 (5) 有唯一解.

3 非线性奇异系统网络脉冲控制器设计

对于非线性奇异网络脉冲控制系统 (7), 有以下定理成立:

定理 1 如果存在 $0 < \rho = \sup\limits_{k\in N}\{t_k - t_{k-1}\} < \infty$ 和非奇异矩阵 $K, Q \in R^{n\times n}$, 使得

$$2\ln\beta/\rho+(2\mu[QA_1Q^{-1}]+\lambda_{\max}(P^{\mathrm{T}})+L\lambda_{\max}(P^{-1}))<0, \tag{9}$$

$$0<\beta<1, \tag{10}$$

其中

$$\beta=\Big(2\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}+2c^2m^2\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\lambda_{\max}^2(K_1W_{11}^{-1})\Big)^{\frac{1}{2}}.$$

则非线性奇异网络脉冲控制系统 (NSINCSs) (7) 是满足以下条件的全局指数稳定的:

$$\|x(t)\|\leqslant\frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}}\sup_{-\bar{\tau}\leqslant\theta\leqslant0}\{\|\phi(\theta)\|\}\mathrm{e}^{-(\lambda/2)t}. \tag{11}$$

其中

$$-\lambda=p=2\ln\beta/\rho+2\mu[QAQ^{-1}]+\lambda_{\max}(P^{\mathrm{T}})+\lambda_{\max}(W_1^{\mathrm{T}}W_1)L\lambda_{\max}(D^{\mathrm{T}}D)\Big(1+\frac{2L\lambda_{\max}(D_1^{\mathrm{T}}W_2^{\mathrm{T}}W_2D_1)}{1-2L\lambda_{\max}(D_2^{\mathrm{T}}D_2)}\Big)^2\lambda_{\max}(P^{-1}). \tag{12}$$

证明　取 Lyapunov 函数 $V(t)=y_1^{\mathrm{T}}(t)Py_1(t)$, 其中 P 为对称矩阵并且 $P=Q^{\mathrm{T}}Q$. 当 $t\in(t_{k-1},t_k]$ 时, $V(t)$ 的导数为

$$\dot V(t)\leqslant 2\mu[QAQ^{-1}]y_1^{\mathrm{T}}(t)Py_1(t)+\lambda_{\max}(P^{\mathrm{T}})y_1^{\mathrm{T}}(t)\times Py_1(t)+\lambda_{\max}(W_1^{\mathrm{T}}W_1)Lx^{\mathrm{T}}(t)x(t). \tag{13}$$

由于

$$x^{\mathrm{T}}(t)x(t)\leqslant\lambda_{\max}(D^{\mathrm{T}}D)\Big(\frac{2L\lambda_{\max}(D_1^{\mathrm{T}}W_2^{\mathrm{T}}W_2D_1)}{1-2L\lambda_{\max}(D_2^{\mathrm{T}}D_2)}+1\Big)^2\times\lambda_{\max}(P^{-1})y_1^{\mathrm{T}}(t)Py_1(t), \tag{14}$$

将式 (14) 代入 (13), 则有

$$\dot V(t)\leqslant\Big\{2\mu[QAQ^{-1}]+\lambda_{\max}(P^{\mathrm{T}})+\lambda_{\max}(W_1^{\mathrm{T}}W_1)\times L\lambda_{\max}(D^{\mathrm{T}}D)\Big(1+\frac{2L\lambda_{\max}(D_1^{\mathrm{T}}W_2^{\mathrm{T}}W_2D_1)}{1-2L\lambda_{\max}(D_2^{\mathrm{T}}D_2)}\Big)^2\times\lambda_{\max}(P^{-1})\Big\}V(t). \tag{15}$$

因此当式 (9) 成立时, 系统在 $t\in(t_{k-1},t_k]$ 是稳定的. 当 $t=t_k^+$ 时, $V(t_k^+)=y_1^{\mathrm{T}}(t_k^+)Py_1(t_k^+)$, 分别取 $\sigma(t_k)=0,\sigma(t_k)=1$, 有

$$V(t_k^+)\leqslant2\lambda_{\max}(P)y_1^{\mathrm{T}}(t_k)y_1(t_k)+2\lambda_{\max}(P)\times\lambda_{\max}[(cK_1W_{11}^{-1})^{\mathrm{T}}cK_1W_{11}^{-1}]y_1(t_k-\tau)^{\mathrm{T}}\times y_1(t_k-\tau). \tag{16}$$

由假设 2 知

$$V(t_k^+)\leqslant\Big[2\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}+2c^2m^2\frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(P)}\times\lambda_{\max}^2(K_1W_{11}^{-1})\Big]V(t_k)=\beta^2V(t_k), \tag{17}$$

故当式 (10) 成立时系统在 $t=t_k^+$ 是稳定的.

构建系统 (7) 的比较系统如下:

$$\begin{cases}\dot v(t)=\Big[2\mu(QAQ^{-1})+\lambda_{\max}(P)+\lambda_{\max}(W_1^{\mathrm{T}}W_1)L\lambda_{\max}(D^{\mathrm{T}}D)\times\Big(1+\dfrac{2L\lambda_{\max}(D_1^{\mathrm{T}}W_2^{\mathrm{T}}W_2D_1)}{1-2L\lambda_{\max}(D_2^{\mathrm{T}}D_2)}\Big)^2\times\lambda_{\max}(P^{-1})+\varepsilon\Big]v(t),\ t\neq t_k;\\ v(t_k^+)=\beta v(t_k),\ t=t_k;\\ v(\theta)=\lambda_{\max}(P)\|\varphi(\theta)\|^2,\ -\bar{\tau}\leqslant\theta\leqslant0.\end{cases}$$

其中 ε 为正常数. 根据比较原理有

$$v(t)\leqslant\gamma\mathrm{e}^{-\lambda t}-\frac{\varepsilon}{\beta^2p},\ t\geqslant0, \tag{18}$$

其中 $\gamma=\beta^{-2}\lambda_{\max}(P)\sup\limits_{-\bar{\tau}\leqslant s\leqslant0}\|\varphi(s)\|^2$. 故当 $\varepsilon\to0$ 时, 有 $V(t)\leqslant v(t)\leqslant\gamma\mathrm{e}^{-\lambda t}$, $t\geqslant0$; $V(t)\geqslant\lambda_{\min}(P)\times\|x(t)\|^2$, $t\geqslant0$. 因此式 (11) 成立. □

注 1　若在系统 (5) 中只取 $\sigma(t_k)=0$, 代表网络传输过程没有数据丢包, 则此时系统变为奇异时滞脉冲控制系统, 对于该系统仍然可以按照定理 1 设计时滞脉冲控制器以保证系统的指数稳定性.

注 2　若在系统 (5) 中取 $E=I$, 此时系统退化为一般的非奇异网络脉冲控制系统, 对于该系统, 只需令系统 (5) 中的状态 $y_2(t)=0$, 并取 $y_1(t)=x(t)$, 则定理 1 对于非奇异网络脉冲控制系统仍然成立.

注 3　对于任意 $\beta\geqslant1$, 可以用 $0<\varsigma=\inf\limits_{k\in N}\{t_k-t_{k-1}\}<\infty$ 替换 $0<\rho=\sup\limits_{k\in N}\{t_k-t_{k-1}\}<\infty$, 此时定理 1 仍成立.

4　仿真算例

对于给定的非线性奇异脉冲网络控制系统 (SINCSs) (5), 参数分别为

$$E=\begin{bmatrix}0.2128&1.0106&0&0\\1.0638&0.0532&0&0\\0&0&1&2\\0&0&0&0\end{bmatrix},\ c=0.2,$$

$$A=\begin{bmatrix}8.5106&-9.5745&0&0\\4.8936&28.2447&0&0\\0&0&-4&-6\\0&0&2&1\end{bmatrix},$$

$$g(t,x)=(0\quad(-x_1x_3)^{\mathrm{T}}\quad(x_1x_2)^{\mathrm{T}}\quad2x_3)^{\mathrm{T}}.$$

当 $K=0$ 时, 该系统退化为一个洛伦兹系统. 由引理 1 可取 W,D 分别为

$$W=I_4,\ D=\begin{bmatrix}-0.05&0.95&0&0\\1&-0.2&0&0\\0&0&-0.3333&0.6667\\0&0&0.6667&-0.3333\end{bmatrix}.$$

则得系统(6)的相应参数为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 8.5106 & -9.5745 & 0 \\ 4.8936 & 28.2447 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix},$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, W_2 = [\,0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\,], W_{11} = I_3.$$

混沌系统的相应参数界取为 $L = 78, m = 2$. 根据定理 1 可取 $P = I, \Delta T = t_{k+1} - t_k = 0.005$, 则得 $K_1 = \mathrm{diag}(-0.5, -0.5, -0.5)$. 当数据丢包率为 $\mathrm{Pr}(\sigma(k) = 0\,|\,0.8)$, 初始状态 $\phi(t) = [\,3\ \ 2\ \ -1\ \ -2\,]^{\mathrm{T}}$, $t \in (-\tau, 0)$ 时, 系统的状态轨迹如图 1 所示.

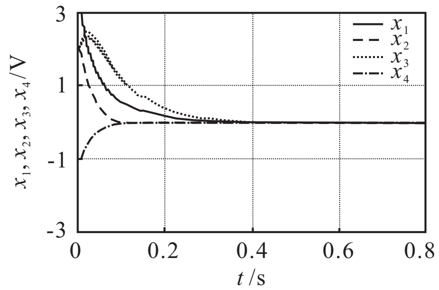

图 1　SINCSs 脉冲控制状态响应曲线

由图 1 可以看出, 在给定的脉冲控制器的作用下, 该系统能够实现指数收敛.

5　结　论

本文主要研究了具有数据丢包的非线性奇异系统的网络脉冲控制器的设计问题, 建立了具有数据丢包的非线性奇异网络脉冲控制系统的数学模型, 并给出了网络脉冲控制器的详细设计方法. 根据给定方法设计的网络脉冲控制器能够保证非线性奇异系统在具有数据丢失的情况下仍然保持指数稳定. 最后, 选择 Lorenz 系统作为仿真算例, 仿真结果表明, 利用本文方法设计的网络脉冲控制器能够使得 Lorenz 系统指数稳定, 进而表明了所提出的方法是有效的.

参考文献(References)

[1] Dongmei Yang, Chengman Sha, Qingling Zhang. H_2 analysis and parameterized H_2 observer design for descriptor systems[C]. The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006, (1): 2370-2374.

[2] 朱淑倩. 线性奇异时滞系统的鲁棒控制[D]. 济南: 山东大学数学学院, 2005.
(Zhu S Q. Robust control for linear singular time-delay systems[D]. Ji'nan: School of Mathmetics, Shandong University, 2005.)

[3] Zhihua Zhao, Guoshan Zhang, Qingling Zhang. Dynamic output feedback control for descriptor systems with time-delay[C]. The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. Dalian, 2006, (1): 631-635.

[4] Zhanzhi Qiu, Qingling Zhang, Chenghai Diao, et al. Robust stability of a class of networked control systems based on descriptor system[C]. The 1st Int Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics. Harbin, 2006: 1166-1170.

[5] Peiyong Liu, Qingling Zhang, Xiaoguang Yang, et al. Passivity and optimal control of descriptor biological complex systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(S): 122-125.

[6] Chong Jiang, Dexin Zou, Qingling Zhang, et al. Optimal tracking control for a class of large-scale interconnected system with time-varying delay[C]. IEEE Int Conf on Control and Automation. Hong Kong, 2007: 2529-2534.

[7] Jing Yao, Zhihong Guan, Guanrong Chen, et al. Stability, robust stabilization and H_∞ control of singular-impulsive systems via switching control[J]. Systems and Control Letters, 2006, 55(11): 879-886.

[8] Zhihong Guan, Jing Yao, David J Hill. Robust H_∞ control of singular impulsive systems with uncertain perturbations[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2005, 52(6): 293-298.

[9] Zhihong Guan, Hao Zhang, Shuanhua Yang. Ronbust passive control for Internet-based switching systems with time-delay[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2008, 36(2): 479-486.

[10] Zhihong Guan, Hao Zhang, Shuanghua Yang. Stability of internet-based control systems with uncertainties and multiple time-varying delays[C]. The 45th IEEE Conf on Decision and Control. San Diego, 2006: 6419-6424.

[11] Zhihong Guan, Jian Huang, Guanrong Chen. Stability analysis of networked impulsive control systems[C]. Chinese Control Conf. Harbin, 2006: 2041-2044.

[12] Yang T. Impulsive control theory[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001: 149-150.