

文章编号: 1001-0920(2012)05-0741-06

## 确定性核粒子群的粒子滤波跟踪算法及其 CRLB 推导

刘亚雷, 顾晓辉

(南京理工大学 机械工程学院, 南京 210094)

**摘要:** 针对运动声阵列在有色噪声环境中的非线性滤波跟踪问题, 提出一种确定性核粒子群的粒子滤波算法. 该算法通过确定性初始化核粒子集、确定性后验概率密度函数及粒子群与核粒子集更新方式来跟踪的精度, 并推导出该算法的理论误差性能下界. 与传统的粒子滤波算法相比, 仿真结果表明了所提出算法的有效性和优越性.

**关键词:** 确定性核粒子群; 粒子滤波; 运动声阵列跟踪; 非线性滤波

中图分类号: TP391.4

文献标识码: A

### Deterministic core particle swarm and derivation of CRLB in particle filter tracking algorithm

LIU Ya-lei, GU Xiao-hui

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China.  
Correspondent: LIU Ya-lei, E-mail: liuyalei820@163.com)

**Abstract:** In order to study the nonlinear filter tracking problem of dynamic acoustic array in colored noise environment, the deterministic core particle swarm particle filter algorithm is proposed. The accuracy of the maneuvering target tracking is obviously enhanced by initialized deterministic core particle, deterministic probability density function and the renewed method of particle swarms and core particle, and the Cramér Rao low bound(CRLB) is also deduced. Compared with the traditional particle filter algorithm, the simulation results show the effectiveness and superiority of the presented algorithm.

**Key words:** deterministic core particle swarm; particle filter; dynamic acoustic array tracking; non-linear filter

## 1 引言

运动声阵列跟踪技术属于纯方位目标跟踪技术的一种, 是利用目标在运动过程中本身的声波辐射, 通过机动检测器及滤波算法来估计运动目标方位信息, 再利用这些随时间变化的方位信息序列来估计出目标运动参数(速度、方向、距离)的技术. 运动声阵列在许多领域尤其是在军事领域中具有广泛的应用, 如: 美国陆军生产的一种灵巧弹药——智能子弹药, 即应用运动声阵列实现对二维声目标进行定位跟踪, 以及在智能雷上的应用等. 纯方位目标跟踪系统本质上是非线性的, 因此对目标状态的估计是一个非线性问题. 传统上, 基于扩展 Kalman 滤波器及其各种变形来实现处理纯方位目标跟踪中的非线性问题, 但基于线性化的 EKF 存在线性化误差, 特别是当目标机动时刻发生时造成跟踪效果不理想, 甚至出现滤波发散的现象<sup>[1-3]</sup>. 文献[4]提出了一种将无味卡尔曼滤波(UKF)算法应用到纯方位目标运动分析中的

方法, 其收敛时间及滤波精度都明显高于 EKF, 但随着跟踪时间的延长, 其跟踪精度明显下降. [5-7]提出了更为广义且实用的粒子滤波器, 本质上它是用一组随机样本来表述状态变量的概率密度函数, 因此摆脱了对状态变量的高斯假设, 具有更广的实用范围. 但传统的粒子滤波算法存在以下不足<sup>[8-10]</sup>: 1) 粒子初始化的选取通常只是通过观测值估计目标初始状态, 但在目标初始观测值不准确时会导致初始化粒子选取的不合理, 致使滤波精度降低, 甚至滤波发散; 2) 重要性密度函数并没有考虑当前时刻的观测信息, 导致后验概率密度函数确定性降低; 3) 传统的重采样算法是将少数几个甚至只有一个粒子复制得到一个粒子集, 从而丧失了粒子多样性. 因此本文提出的确定性核粒子群粒子滤波(DCPS-PF)算法在初始化确定性核粒子集、重要密度函数及后验概率密度函数以及核粒子集的更新上都有了相应的改进, 不同程度上克服了上述不足. 目前 CRLB 的推导有: 考虑或不考虑测量源不确定性的线性滤波器<sup>[11-12]</sup>和过程噪声为

收稿日期: 2010-11-16; 修回日期: 2011-03-31.

作者简介: 刘亚雷(1984—), 男, 博士, 从事声目标识别、定位及跟踪技术的研究; 顾晓辉(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事武器弹药精确化、智能化等研究.

零的非线性滤波器<sup>[13]</sup>. [14]给出了包含期望运算的针对叠加零均值高斯白噪声的非线性滤波 CRLB 的最终公式,但目前还没有针对可叠加零均值有色噪声环境下的 CRLB 公式.因此根据本文提出的算法及应用背景,本文推导了针对可叠加零均值有色噪声环境下的 CRLB 公式,并与传统的粒子滤波算法相比进行了 Matlab 仿真,结果表明了本文算法的有效性和优越性.

## 2 运动声阵列跟踪系统动态模型

图 1 为运动声阵列声传感器布置图,图 2 为运动声阵列对二维声目标信号检测图.假设阵列与目标之间的距离远远大于阵列及目标的几何尺寸,因此可将声阵列及目标等效为点目标,如图 1 和图 2 所示,  $s_1, s_2, s_3, s_4$  为 4 个声传感器组成的阵列.假设运动声阵列运动状态为  $X_B = [x_B, y_B, z_B, \dot{x}_B, \dot{y}_B, \dot{z}_B, \ddot{x}_B, \ddot{y}_B, \ddot{z}_B]$ ,  $X_B$  分别表示运动声阵列在  $x, y, z$  方向的位置、速度及加速度;目标的运动状态设为  $X_T = [x_T, y_T, 0, \dot{x}_T, \dot{y}_T, 0, \ddot{x}_T, \ddot{y}_T, 0]$ ,  $X_T$  分别表示目标在平面运动中的位置、速度及加速度.因此两者之间的相对运动状态方程为  $X(k) = X_T(k) - X_B(k)$ .在惯性坐标系下,分析运动声阵列系统对二维目标的跟踪情况可知,系统的状态方程为线性方程,而观测方程为非线性方程.

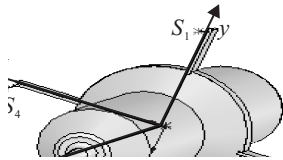


图 1 运动声阵列传感器布置图

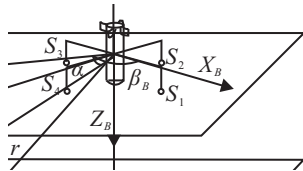


图 2 运动声阵列对二维声目标信号检测

在惯性坐标系中,动态系统在有色噪声环境中的离散状态方程为

$$X(k+1) = F(k)X(k) + \xi_1(k). \quad (1)$$

其中:  $X(k) \in R^n$  为  $k$  时刻目标相对于运动声阵列的相对状态向量;  $F(k) \in R^n$  为状态转移矩阵;  $\xi_1(k)$  为系统状态有色噪声,且有  $\xi_1(k) = D_1(k)\xi_1(k-1) + v(k)$ .这里  $v(k) \in R^n$  是均值为零、协方差为  $Q(k)$  的白噪声,采用扩展状态变量的方法将有色动态系统噪

声转化为白噪声来处理<sup>[15]</sup>.设  $X^a(k)$  为扩维后状态变量,则有

$$X^a(k+1) = \begin{bmatrix} X(k+1) \\ \xi_1(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(k) & 1 \\ 0 & D_1(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(k) \\ \xi_1(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ v(k) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

在惯性坐标系中,动态系统在有色噪声环境中的观测方程为

$$Z(k+1) = h_k(X_{k+1}) + \xi_2(k+1). \quad (3)$$

其中

$$h_k(X_{k+1}) = \begin{cases} \tan^{-1}(r_k/z_k), & x_k > 0, y_k > 0, z_k > 0; \\ \tan^{-1}(r_k/z_k) + \pi/2, & x_k > 0, E_k > 0, z_k > 0; \\ \tan^{-1}(r_k/z_k), & x_k < 0, y_k < 0, z_k > 0. \end{cases}$$

这里  $r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$ .  $\xi_2(k)$  为零均值有色噪声,且有

$$\xi_2(k) = D_2(k)\xi_2(k-1) + w(k),$$

这里  $w(k) \in R^n$  是均值为零,协方差为  $R(k)$  的白噪声.则有

$$Z(k+1) = h(X(k)) + D_2(k)\xi_2(k-1) + w(k). \quad (4)$$

因此式(2)和(4)构成了运动声阵列跟踪系统在有色噪声环境中的状态方程和观测方程.由式(4)可知,运动声阵列跟踪系统的观测方程为非线性方程.

## 3 确定性核粒子群的粒子滤波算法

本文提出的确定性核粒子群粒子滤波算法中的确定性主要体现在初始核粒子集的确、后验概率密度函数的确定、粒子群及核粒子集更新的确定.其基本思想包括以下 3 方面内容: 1) 初始化确定性核粒子集: 利用初始粒子群的粒子权值信息融合确定初始核粒子集; 2) 重要性密度函数: 以当前时刻目标方位谱函数作为重要采样密度函数,并在此基础上推导确定性后验概率密度函数; 3) 粒子群及核粒子集的更新: 根据方位-马尔可夫过渡核函数更新粒子群样本,利用样本内各粒子的权值信息更新核粒子集.

**Step 1** 初始化确定性核粒子集.图 3 为核粒子集初始化定性示意图.设运动声阵列跟踪系统在第  $k$  时刻的观测值为  $r_k, \theta_k$ ; 观测误差分别为  $\sigma_r, \sigma_\theta$ ;  $i^+$  表示建立的粒子集个数;  $N$  为粒子集内采样粒子数目;  $r_1^{i^+}, \theta_1^{i^+}$  分别为初始时刻粒子集  $i$  的观测值,并设初始观测值为  $Z_1 = (r_1, \theta_1)$ .则有初始粒子集为

$$A_1^{i^+} = \left\{ A_1^{i^+} / A_1^{i^+} = \left( r_1^{i^+} - \frac{i\sigma_r}{N}, \theta_1^{i^+} - \frac{i\sigma_\theta}{N} \right) \right\}. \quad (5)$$

其中:  $i = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm n, i^+ = |i|$ .

初始化粒子群

$$B_1 = \{A_1^1, A_1^2, \dots, A_1^{i^+}\}. \quad (6)$$

根据式(5)和(6)可得初始化粒子群和粒子集. 设  $\omega_k(A_k^{i+}, j) (j = 1, 2, \dots, N)$  表示在  $k$  时刻粒子集  $A_k^{i+}$  内各个粒子的权值, 则将时刻  $\omega_1(A_1^{i+}, j)$  初始化并归一化后为

$$\omega_1(A_1^{i+}, j) = \{a_1^j/N, a_2^j/N, j = 1, 2, \dots, N\}. \quad (7)$$

其中

$$a_1^j = \left( \sum_{j=1}^N \left( r_1^{i+} - \frac{i\sigma_r}{j} \right) / r_1^{i+} \right),$$

$$a_2^j = \left( \sum_{j=1}^N \left( \theta_1^{i+} - \frac{i\sigma_\theta}{j} \right) / \theta_1^{i+} \right).$$

利用各个粒子集内粒子权值信息的差别融合初始确定性核粒子集  $A_1$ , 则有

$$A_1 = \left\{ \omega_1^+(A_1^{i+}, j) / \omega_1^+(A_1^{i+}, j) \right. \\ \left. \omega_1(A_1^{i+}, j) > \frac{1}{N+i^+} \right\}. \quad (8)$$

因此式(5)~(8)组成了初始粒子集、初始粒子群及初始确定性粒子集.

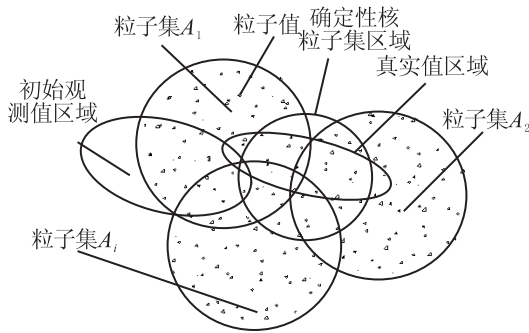


图3 核粒子集初始化定性示意图

**Step 2** 确定重要性密度函数及确定性后验概率密度函数. 本文的采样密度函数包含了当前时刻方位信息  $\theta_{k+1}$  的重要性密度函数  $p(r_{k+1}|r_{1:k}, \theta_{k+1}/Z_{k+1})$ , 由该函数推导出当前时刻确定性后验概率密度函数及粒子样本集  $\{r_{k+1}^j, \theta_{k+1}^j, i^j\}_{j=1}^N$ , 其中  $i^j$  表示  $k$  时刻粒子序列. 根据递推贝叶斯估计方法可得

$$p(r_{k+1}|r_{1:k}, \theta_{k+1}, Z_{k+1}) \propto \\ p(Z_{k+1}/r_{k+1}, r_{1:k}, \theta_{k+1}) \times p(r_{k+1}|r_{1:k}, \theta_{k+1}/Z_k) = \\ p(Z_{k+1}/r_{k+1}, r_{1:k}) p(r_{k+1}/r_{1:k}, \theta_{k+1}) p(\theta_{k+1}/Z_t) = \\ p(Z_{k+1}/r_{k+1}, r_{1:k}) p(r_{k+1}/r_{1:k}, \theta_{k+1}) \cdot \\ p(\theta_{k+1}/\theta_k^i) \omega_1(A_k^{i+}, j), \quad (9)$$

则确定性后验概率密度函数可表示为

$$q(r_{k+1}|r_{0:k}, \theta_{k+1}, Z_{k+1}) = \\ p(Z_{k+1}/\mu_{k+1}^i(\theta_{k+1})) \times p(r_{k+1}/r_{1:k}, \theta_{k+1}) \times \\ p(\theta_{k+1}/\theta_k^i) \omega_1(A_k^{i+}, j). \quad (10)$$

其中:  $\omega_1(A_k^{i+}, j)$  为  $k$  时刻粒子集  $A_k^{i+}$  的粒子权值;  $\mu_{k+1}^i$  为给定  $r_k^i$  时  $r_{k+1}$  的期望值, 可表示为

$E(r_{k+1}/r_k^i)$ . 对  $r_{k+1}$  边缘化可得

$$q(r_{k+1}|r_{0:k}, \theta_{k+1}, Z_{k+1}) = \\ p(Z_{t+1}/\mu_{t+1}^i(\theta_{t+1})) \times p(\theta_{t+1}/\theta_t^i) \omega_t^i. \quad (11)$$

因此式(9)~(11)组成了算法的重要性密度函数及确定性后验概率密度函数, 并计算重要性粒子权值. 设  $k := k + 1$ , 采样为

$$\{r_{k+1}^j, \theta_{k+1}^j, i^j\}_{j=1}^N \sim q(r_{k+1}|r_{1:k}, \theta_{k+1}, Z_{k+1}), \quad (12)$$

计算重要性权值为

$$\omega_{k+1}(A_{k+1}^{i+}, j) = \\ \omega_k(A_k^{i+}, j) \times \frac{p(z_{k+1}/r_{k+1}^i) p(\theta_{k+1}/r_{k+1}^i) p(r_{k+1}^i/r_k^i)}{q(r_{k+1}^i|r_{1:k}, \theta_{1:k}, Z_{1:k})}. \quad (13)$$

归一化重要性权值为

$$\tilde{\omega}_{k+1}(A_{k+1}^{i+}, j) = \omega_{k+1}(A_{k+1}^{i+}, j) / \sum_{j=1}^N \omega_{k+1}(A_{k+1}^{i+}, j), \quad (14)$$

粒子群

$$B_{k+1} = \{A_{k+1}^1, A_{k+1}^2, \dots, A_{k+1}^{i^+}\}. \quad (15)$$

**Step 3** 重采样, 从粒子群  $B_{k+1}$  中根据重要性权值  $\tilde{\omega}_{k+1}$  重新采样得到新的粒子群集合  $\bar{B}_{k+1}$ , 并重新分配粒子权值.

**Step 4** 粒子群及核粒子集的更新. 为了防止重采样后产生粒子数退化的现象, 在  $k + 1$  时刻利用方位-马尔可夫过渡核函数  $T(A_{k+1}^{i+}/\bar{A}_{k+1}^{i+})$  更新粒子群样本, 并利用样本内各粒子的权值信息更新核粒子集, 从而恢复了粒子的多样性. 核函数满足

$$\int_{\bar{A}_{k+1}^{i+}} T(A_{k+1}^{i+}/\bar{A}_{k+1}^{i+}) p(\bar{A}_{k+1}^{i+}/\bar{A}_{1:k}^{i+}, r_{1:k}, \theta_{1:k}) d\bar{A}_{k+1}^{i+} = \\ p(A_{k+1}^{i+}/\bar{A}_{1:k}^{i+}, r_{1:k}, \theta_{1:k}), \quad (16)$$

因此, 粒子集  $A_{k+1}^{i+}$  仍然近似服从分布  $p(r_{k+1}|r_{1:k}, \theta_{k+1}, Z_{k+1})$ . 参考文献[16]引入符号定义

$$\omega^*(X_{k+1}^{i+}) = \\ \frac{N(Z_{k+1}^{i+} - h(X_{k+1}^{i+}), R) N(X_{k+1}^{i+} - F(\bar{X}_k^{i+}), Q)}{N(X_{k+1}^{i+} - m_{k+1}^{i+}, \Sigma_{k+1}^{i+})}. \quad (17)$$

其中

$$m_{k+1}^{i+} = (\Sigma_{k+1}^{i+}) \{Q^{-1} F(X_k^{i+}) + (h_k^{i+})^T R^{-1} [Z_{k+1}^{i+} - \\ h(X_{k+1}^{i+}) + (h_k^{i+})^T F(X_k^{i+})]\}, \\ \Sigma_{k+1}^{i+} = [Q^{-1} + (h_k^{i+})^T R^{-1} (h_k^{i+})].$$

因此, 根据式(17)可更新粒子群及核粒子集.

**Step 5** 输出状态估计及方差估计, 即

$$\hat{X}(k+1) = \sum_{j=1}^N \tilde{\omega}_{k+1}(A_{k+1}^{i+}, j) \bar{X}(k+1), \quad (18)$$

$$P(k+1) =$$

$$\sum_{j=1}^N \tilde{\omega}_{k+1}(A_{k+1}^{j+}, j) \times (\hat{X}(k+1) - \bar{X}(k+1)) \times (\hat{X}(k+1) - \bar{X}(k+1))^T. \quad (19)$$

**Step 6** 判断跟踪是否结束,若结束则退出本算法,否则返回 Step 2.

## 4 确定性核粒子群粒子滤波算法 CRLB 推导

### 4.1 确定性核粒子群粒子滤波 CRLB 的定义

克拉美罗下限 (CRLB) 对于确定一种最小方差无偏估计量的下限而言是最容易确定的,且非常有效. 考虑跟踪系统的状态方程 (2) 和观测方程 (4), 设  $Z_k$  为一组在  $k$  时刻的观测数据,  $\theta$  为一个  $r$  维随机待估参数,  $P_{Z,\theta}(Z, \theta)$  为  $(Z, \theta)$  的联合概率分布, 则在  $k$  时刻的观测集为  $Z_k = \{z_i\}_{i=1}^k$ .  $g(z)$  为  $z$  的函数, 并作为对  $\theta$  的估计, 状态  $X_k$  的无偏估计为  $\hat{X}_{k/k}$ , 其协方差矩阵为  $P_{k/k}$ ,  $P(X_k, Z_k)$  为  $(X_k, Z_k)$  的联合概率分布. 矩阵的下限记为 CRLB, 它们满足

$$P \triangleq E\{[g(z) - \theta][g(z) - \theta]^T\} \geq J^{-1}, \quad (20)$$

$$P_{k/k} \triangleq E\{[\hat{X}_{k/k} - X_k][\hat{X}_{k/k} - X_k]^T\} \geq J_k^{-1}. \quad (21)$$

其中: 式 (20) 表示观测数据与待估参数误差的 CRLB, 式 (21) 表示状态值与状态估计误差的 CRLB,  $J$  为信息矩阵. 根据上述假设可得

$$J_{i,j} = E\left[-\frac{\partial^2 \ln P_{Z,\theta}(Z, \theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\right], \quad i, j = 1, 2, \dots, r.$$

引入算子  $\nabla_\theta = \left[\frac{\partial}{\partial \theta_1}, \frac{\partial}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial \theta_r}\right]^T$ , 则有

$$\Delta_\varphi^\theta = \nabla_\varphi \nabla_\theta^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \varphi_1 \partial \theta_1} & \frac{\partial^2}{\partial \varphi_1 \partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial \varphi_1 \partial \theta_r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2}{\partial \varphi_k \partial \theta_1} & \frac{\partial^2}{\partial \varphi_k \partial \theta_2} & \cdots & \frac{\partial^2}{\partial \varphi_k \partial \theta_r} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

式 (20) 可转化为

$$P \triangleq E\{[g(z) - \theta][g(z) - \theta]^T\} \geq E[-\Delta_\theta^\theta \ln P_{Z,\theta}(Z, \theta)]^{-1}. \quad (23)$$

同理式 (21) 可转化为

$$P_{k/k} \triangleq E\{[\hat{X}_{k/k} - X_k][\hat{X}_{k/k} - X_k]^T\} \geq \{E\{[\nabla_{X_k} \ln P(X_k, Z_k)][\nabla_{X_k} \ln P(X_k, Z_k)]^T\}\}^{-1}. \quad (24)$$

若将  $\theta$  分为两个部分, 即  $\theta = [\theta_\alpha, \theta_\beta]^T$ , 信息矩阵可表示为  $J = \begin{bmatrix} J_{\alpha\alpha} & J_{\alpha\beta} \\ J_{\beta\alpha} & J_{\beta\beta} \end{bmatrix}$ , 则有

$$P_\beta = E\{[g_\beta(z) - \theta_\beta][g_\beta(z) - \theta_\beta]^T\} \geq [J_{\beta\beta} - J_{\beta\alpha} J^{-1} J_{\alpha\beta}]^{-1}, \quad (25)$$

其中  $J_{\beta\beta} - J_{\beta\alpha} J^{-1} J_{\alpha\beta}$  为参数  $\theta_\beta$  的信息子矩阵.

令  $X_k = (x_0, x_1, \dots, x_k)$ ,  $Z_k = (z_0, z_1, \dots, z_k)$ ,  $\theta_k = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$ , 将  $P(X_k, Z_k)$ ,  $P_{Z,\theta}(Z, \theta)$  简写成  $p_k$ , 则有

$$P(Z_{k+1}, \theta_{k+1}) = P_k P(z_{k+1}|z_k) P(\theta_{k+1}|z_{k+1}), \quad (26)$$

$$P(X_{k+1}, Z_{k+1}) = P_k P(x_{k+1}|x_k) P(z_{k+1}|x_{k+1}). \quad (27)$$

从而有

$$\begin{aligned} -\ln P(Z_{k+1}, \theta_{k+1}) &= \\ -\ln(Z_k, \theta_k) - \ln P(z_{k+1}|z_k) - \ln P(\theta_{k+1}|z_{k+1}), \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} -\ln P(X_{k+1}, Z_{k+1}) &= \\ -\ln(X_k, Z_k) - \ln P(x_{k+1}|x_k) - \ln P(z_{k+1}|x_{k+1}) - \\ \ln P(z_{k+1}|x_{k+1}). \end{aligned} \quad (29)$$

将式 (28) 和 (29), 代入式 (23) 和 (24), 并简化可得

$$J_k = D_k^{22} - D_k^{21} [C_k + D_k^{11} - B_k^T A_k^{-1} B_k]^{-1} D_k^{12}, \quad (30)$$

$$J_{k+1} = D_k^{22} - (D_k^{12})^T (J_k + D_k^{11})^{-1} D_k^{12}. \quad (31)$$

其中

$$D_k^{22} = E\{-\Delta_{x_k}^{x_k} \ln P_k\} + E\{-\Delta_{x_k}^{x_k} \ln P(x_{k+1}|x_k)\},$$

$$D_k^{11} = E\{-\Delta_{x_k}^{x_k} \ln P_k(x_{k+1}|x_k)\},$$

$$D_k^{12} = E\{-\Delta_{x_k}^{x_{k+1}} \ln P(x_{k+1}|x_k)\},$$

$$D_k^{21} = E\{-\Delta_{x_{k+1}}^{x_k} \ln P(x_{k+1}|x_k)\},$$

$$A_k = E\{-\Delta_{x_{k-1}}^{x_k} \ln P_k\},$$

$$B_k = E\{-\Delta_{x_{k-1}}^{x_k} \ln P_k\},$$

$$C_k = E\{-\Delta_{x_k}^{x_k} \ln P_k\}.$$

因此式 (30) 和 (31) 为最终的信息子矩阵, 组成了 CRLB 的递归公式.

### 4.2 可叠加零均值有色噪声的确定性核粒子群粒子滤波算法 CRLB 推导

当噪声为可叠加零均值有色噪声时, 式 (2) 和 (4) 转化为

$$X_{k+1} = f_k(X_k) + \xi_1(k),$$

$$Z_{k+1} = h_k(X_{k+1}) + \xi_2(k+1). \quad (32)$$

其中

$$\xi_1(k) = D_1(k) \xi_1(k-1) + v(k),$$

$$\xi_2(k) = D_2(k) \xi_2(k-1) + w(k),$$

这里  $\xi_1(k)$ ,  $\xi_2(k)$  为零均值有色噪声. 从而式 (32) 可转化为

$$X_{k+1} = f_k(X_k) + D_1(k) \xi_1(k-1) + v(k),$$

$$Z_{k+1} = h_k(X_{k+1}) + D_2(k+1) \xi_2(k) + w(k+1). \quad (33)$$

设  $v(k)$ ,  $w(k+1)$  的概率密度函数分别为  $P_v$ ,  $P_w$ .

则有

$$\begin{aligned} & P(X_{k+1}/X_k) = \\ & P_v(X_{k+1} - f_k(X_k) - D_1(k)\xi_1(k-1)), \\ & P(Z_{k+1}/X_{k+1}) = \\ & P_w(Z_{k+1} - h_{k+1}(X_{k+1}) - D_2(k+1)\xi_2(k)). \end{aligned} \quad (34)$$

根据粒子滤波下系统的输出方差矩阵为  $P_k$ , 并由式(31)和(34)可得

$$\begin{aligned} & \nabla_{X_k} \cdot \ln[P(X_{k+1}/X_k)] = \\ & [\nabla_{X_k} f_k^T(X_k)] \times P_k^{-1} \times \\ & [X_{k+1} - f_k(X_k) - D_1(k)\xi_1(k-1)], \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} & D_k^{11} = E\{[\nabla_{X_k} f_k^T(X_k)] P_k^{-1} \times \\ & [X_{k+1} - f_k(X_k) - D_1(k)\xi_1(k-1)] \times \\ & [X_{k+1} - f_k(X_k) - D_1(k)\xi_1(k-1)]^T \times \\ & (P_k^{-1})^T [\nabla_{X_k} f_k^T(X_k)]^T\} = E(\tilde{F}_k^T P_k^{-1} \tilde{F}_k), \end{aligned} \quad (36)$$

$$D_k^{12} = -E[\tilde{F}_k^T] P_k^{-1}, \quad (37)$$

$$D_k^{22} = P_k^{-1} + E[\tilde{H}_{k+1}^T P_k^{-1} \tilde{H}_{k+1}].$$

其中

$$\tilde{F}_k^T = \{\nabla_{X_k} [f_k(X_k) + D_1(k)\xi_1(k-1)]\}^T,$$

$$\tilde{H}_{k+1}^T = \{\nabla_{X_{k+1}} [h_{k+1}(X_{k+1}) + D_2(k+1)\xi_2(k)]\}^T,$$

将粒子代入式(36)和(37)可得

$$\begin{aligned} & D_k^{11} = E(\tilde{F}_k^T P_k^{-1} \tilde{F}_k) = \\ & \sum_{i=1}^N \omega_k^i \{ \nabla_{X_k} [f_k(X_k) + D_1(k)\xi_1(k-1)] \}^T \times \\ & P_k^{-1} \{ \nabla_{X_k} [f_k(X_k) + D_1(k)\xi_1(k-1)] \}, \\ & D_k^{12} = -E[\tilde{F}_k^T] P_k^{-1} = \\ & - \sum_{i=1}^N \omega_k^i \{ \nabla_{X_k} [f_k(X_k) + D_1(k)\xi_1(k-1)] \}^T P_k^{-1}. \end{aligned} \quad (38)$$

状态一步预测的概率密度函数可由加权粒子集合  $\{X_{k+1}^i, \omega_k^i\}_{i=1}^N$  近似表示, 其中  $X_{k+1} = X_{k+1/k}^i = f_k(X_k^i)$ . 因此有

$$\begin{aligned} & D_k^{22} = P_k^{-1} + E[\tilde{H}_{k+1}^T P_k^{-1} \tilde{H}_{k+1}] = \\ & P_k^{-1} + \sum_{i=1}^N \omega_k^i \{ \nabla_{X_{k+1}} [h_{k+1}(X_{k+1}) + \\ & D_2(k+1)\xi_2(k)]^T \} \times P_k^{-1} \{ \nabla_{X_{k+1}} [h_{k+1}(X_{k+1}) + \\ & D_2(k+1)\xi_2(k)] \}. \end{aligned} \quad (39)$$

将式(38)和(39)代入式(31), 并取  $J_0 = P_0^{-1}$  便可计算出确定性核粒子群的CRLB.

## 5 仿真及结果分析

为了验证本文算法的有效性, 以目标中心为坐标

系原点, 假设初始时刻运动声阵列的状态为  $X_B = [-200, -500, 15, -25]$ , 目标状态为  $X_T = [0, 0, 15, -10]$ , 则初始时刻相对运动状态为  $X = [200, 500, 0, 15]$ , 过程噪声方差为  $10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , 测量模型中方位角的测量误差为  $0.1 \text{ m/rad}$ , 采样周期为  $1 \text{ s}$ , 重采样周期为  $2 \text{ s}$ , 初始协方差矩阵为  $\text{diag}(10^{-4}x[4, 0.25, 4, 0.25])$ ,  $D_1 = 0.04$ ,  $D_2 = 0.8$ , 初始粒子数目  $N = 1000$ , 初始粒子集数  $i^+ = 10$ , 目标运动时间为  $100 \text{ s}$ . 分别作下列运动:  $1 \sim 20 \text{ s}$  作匀速运动;  $21 \sim 40 \text{ s}$  分别在  $x, y$  方向作加速度为  $2 \text{ m/s}^2$  和  $-2 \text{ m/s}^2$  的弱加速运动;  $41 \sim 60 \text{ s}$  作匀速运动;  $61 \sim 80 \text{ s}$  分别在  $x, y$  方向作加速度为  $10 \text{ m/s}^2$  和  $-10 \text{ m/s}^2$  的强加速运动;  $81 \sim 100 \text{ s}$  作匀速运动. 分别采用传统的粒子滤波算法和DCPS-PF算法进行50次蒙特卡罗仿真实验, 实验结果如表1及图4所示.

表1 蒙特卡罗仿真数据统计

算法	$E_{x-RMS}$	$E_{y-RMS}$	$\sigma_{x-RMS}$	$\sigma_{y-RMS}$
粒子滤波算法	35.79	53.60	2.78	6.60
DCPS-PF算法	30.55	34.68	1.51	3.37
相对精度/%	14.64	35.30	45.68	48.94



图4 两种算法的位置误差比较

根据目标的运动轨迹, 在相同的仿真条件下, 结合matlab仿真图及表1可知, DCPS-PF算法在  $x, y$  轴的位置均值标准差分别为  $30.55 \text{ m}$  和  $34.68 \text{ m}$ , 传统的粒子滤波算法在  $x, y$  轴的位置均值标准差分别为  $35.79 \text{ m}$  和  $53.60 \text{ m}$ , DCPS-PF算法的相对精度分别提高了  $14.64\%$  和  $35.30\%$ ; 在  $x, y$  方向的均值方差方面, 本文算法分别提高了  $45.68\%$  和  $48.94\%$ , 从而证实了本文算法在精度及稳定性等方面有了较大提高. 然而, 在本文的仿真过程中发现, 由于DCPS-PF算法增

加了对粒子初始群的确定及利用方位-马尔可夫过渡核函数来更新粒子群及核粒子集,与传统的粒子滤波算法相比,本文算法在计算量上有所增加,为了达到实时处理跟踪的目的,在工程应用上可采用并行处理和多分辨率处理的方式提高计算效率.

## 6 结 论

本文建立了运动声阵列及二维目标所组成的跟踪系统在有色噪声环境中系统的动态模型,从理论上分析了初始化确定性核粒子集的具体方法.根据当前时刻目标方位谱函数推导出确定性后验概率密度函数,给出了以方位-马尔可夫过渡核函数为基础的粒子群及核粒子集更新方法,提出了一种确定性核粒子群的粒子滤波算法,并推导出该算法在本文环境中的理论误差性能下界. Matlab 仿真结果表明了 DCPS-PF 算法比传统的粒子滤波算法在精度及稳定性等方面有了较大提高,但计算量有所增加,工程应用上可采用并行处理和多分辨率处理的方式来增强 DCPS-PF 算法的实时性.

## 参考文献(References)

- [1] Kirubarajan T, Bar-Shalom Y. Kalman filter versus IMM estimator: When do we need the latter[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1452-1457.
- [2] 吕娜, 冯祖仁. 非线性交互粒子滤波算法[J]. *控制与决策*, 2007, 22(4): 378-383.  
(Lv N, Feng Z R. Nonlinear interacting particle filter algorithm[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(4): 378-383.)
- [3] 胡振涛, 潘泉, 梁彦, 等. 基于粒子滤波的模型自适应机动目标跟踪算法[J]. *控制与决策*, 2008, 22(9): 1333-1337.  
(Hu Z T, Pan Q, Liang Y. Model adaptive maneuvering target tracking algorithm based on particle filtering[J]. *Control and Decision*, 2008, 22(9): 1333-1337.)
- [4] 刘健, 刘忠. UKF 算法在纯方位目标运动分析中的应用[J]. *南京理工大学学报: 自然科学版*, 2008, 32(2): 222-223.  
(Liu J, Liu Z. Application of UKF in bearings-only target motion analysis[J]. *J of Nanjing University of Science and Technology: Natural Science*, 2008, 32(2): 222-223.)
- [5] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to non-linear/non-gauss Bayesian state estimation[J]. *IEE Proc on Radar Signal Processing*, 1993, 140(2): 107-113.
- [6] Arnaud Doucet. On the sequential simulation-based methods for Bayesian filtering[R]. Cambridge: Cambridge University, 1998.
- [7] Rudolph van der Merwe, Arnaud Doucet, Nando de Freitas, et al. The unscented Particle filter[R]. Cambridge: Cambridge University, 2000.
- [8] 刘云龙, 林宝军. 一种基于小生境技术的群智能粒子滤波算法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(2): 316-320.  
(Liu Y L, Lin B J. Swarm intelligence particle filtering based on niching technique[J]. *Control and Decision*, 2010, 32(6): 316-320.)
- [9] Wang Jian, Jin Yong-gao, Dai Ning-zhang, et al. Particle filter initialization in non-linear non-Gaussian target tracking[J]. *J of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(3): 491-496.
- [10] 刘亚雷, 顾晓辉. 改进的辅助粒子滤波当前统计模型跟踪算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(6): 1206-1209.  
(Liu Y L, Gu X H. Current statistical model tracking algorithm based on improved auxiliary particle filter[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(6): 1206-1209.)
- [11] Ristic B, Arulampalam S, Gordon N. Beyond the Kalman filter[M]. London: Artech House, 2004: 45-55.
- [12] Zhang Xin, Willett P, Bar-Shalom Y. Dynamic cramer-Rao bound for target tracking in clutter[J]. *IEEE Trans on AES*, 2005, 41(4): 1154-1167.
- [13] Ristic B, Arulampalam M S. Tracking a moving target using angle-only measurements: Algorithms and performance[J]. *Signal Processing*, 2003, 83(6): 1223-1238.
- [14] 郭云飞, 韦巍, 薛安克. 非线性滤波 CRLB 推导及在目标跟踪中的应用[J]. *光电工程*, 2007, 34(4): 26-29.  
(Guo Y F, Wei W, Xue A K. Derivation of the CRLB in nonlinear filter and application to target tracking[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007, 34(4): 29-29.)
- [15] 赵长胜, 陶本藻. 有色噪声作用下的卡尔曼滤波[J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2008, 33(2): 180-182.  
(Zhao C S, Tao B Z. Kalman filtering of linear system with colored noises[J]. *Wuhan University: J of Geomatics and Information Science*, 2008, 33(2): 180-182.)
- [16] 权太范. 目标跟踪新理论与技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009: 228-234.  
(Quan T F. Target tracking advanced theory and techniques[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2009: 228-234.)