

文章编号: 1001-0920(2012)05-0658-07

近空间飞行器多模型鲁棒保性能软切换控制

王宇飞, 姜长生

(南京航空航天大学 自动化学院, 南京 210016)

摘要: 针对可变机翼后掠角的近空间飞行器, 提出一种多模型鲁棒保性能软切换控制方法. 首先, 将非线性系统的工作空间划分为若干区域, 在每一区域建立局部 T-S 模糊模型; 然后, 根据性能指标利用广义系统的方法, 设计局部鲁棒保性能控制器, 从而大大减少了计算量, 由于控制器在模糊了的边界处进行切换, 保证了系统状态在切换过程中的平滑性; 最后, 对近空间飞行器在变机翼过程中的姿态进行控制, 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

关键词: 鲁棒控制; 保性能; 软切换; 多模型控制; 近空间飞行器

中图分类号: V249.1; TP273.4

文献标识码: A

Multi-model robust guaranteed cost soft switching control for near space vehicle

WANG Yu-fei, JIANG Chang-sheng

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China.

Correspondent: WANG Yu-fei, E-mail: wangyf@nuaa.edu.cn)

Abstract: A multi-model robust guaranteed cost soft switching control method for a near space vehicle with variable wing sweep angle is proposed. The work space of the nonlinear system is divided into multiple regions. Then local T-S fuzzy models are built and local robust guaranteed cost controllers are designed according to the performance index by using descriptor system method in each region. Consequently, the calculated amount is greatly reduced. In addition, the system states are smooth in the switching process due to the blurred boundaries. Finally, the proposed method is adopted to control the attitudes of near space vehicle during its wing morphing, and simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Key words: robust control; guaranteed cost; soft switching; multi-model control; near space vehicle

1 引言

近空间是指距海平面 20 km 至 100 km 的空域^[1], 由于其特殊的物理环境和性质^[2], 具有重大的战略价值. 近空间飞行器 (NSV) 是指运行在该空域的飞行器, 其飞行包络极大. 为了提高飞行的气动效率, 采用鸭翼 (伸缩) 加变后掠三角翼的结构, 可得到很好的亚声速巡航和起飞着陆性能, 且对超声速的性能不会造成损失, 能实现亚声速与超声速性能的适当统一, 这是固定翼飞行器难于达到的. 其具体变形过程为: 亚声速阶段水平全动鸭翼展开, 机翼后掠角为 40°; 超声速阶段水平鸭翼收回机体内, 机翼后掠角增大至 60°; 高超声速阶段水平鸭翼仍完全存于机体内部, 机翼后掠角继续增大至 75°.

多模型方法是一种处理复杂系统的有效方法^[3], 早在 20 世纪 70 年代由 Lainiotis 和 Athans 等人^[4-7]提出, 如今已成为控制领域的研究热点之一. 因为 NSV 的飞行环境复杂, 在飞行过程中存在结构的变化, 采用单一的模型和控制器已无法很好地体现 NSV 的飞行动态以及实现飞行控制, 因此考虑多模型控制方法. 同时又因为 NSV 的高速飞行状态, 若采用硬切换控制, 则可能会产生切换时的瞬态响应, 造成飞行状态不稳定, 甚至产生飞行事故, 因此, 为了保证飞行过程中控制切换的平稳性, 采用软切换的方法.

目前关于软切换的研究成果较少, 有部分学者采用多种方法来实现平滑切换控制, 尽量减少切换控制抖动. 如文献 [8-9] 基于参数化特征结构配置方法, 通

收稿日期: 2010-11-17; 修回日期: 2011-01-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974106, 90716028); 南京航空航天大学博士学位论文创新与创优基金项目(BCX J10-04).

作者简介: 王宇飞(1984-), 男, 博士生, 从事非线性鲁棒自适应控制、飞行控制等研究; 姜长生(1942-), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、智能控制等研究.

过配置系统的特征值与特征向量来改变系统输出响应的速率与形状, 抑制切换时刻的输出跳跃, 但该方法是针对线性系统设计的, 而且仍然存在切换抖动; [10] 讨论了3种切换模式, 并在自然切换点进行切换实现了PI和模糊控制的切换, 但其仍存在抖动, 而且系统在切换过程中的稳定性无法得到保证; [11] 采用增益调度方法实现了对具有输入输出限制的线性变参数系统的控制, 并在控制器的切换过程中利用加权来求解增益以保证控制器的平滑切换, 但其设计繁琐, 无法保证系统的全局稳定性, 具有一定的局限性.

鉴于上述分析, 本文将非线性系统的工作空间划分为若干个模糊区域, 在每一个模糊区域中建立局部T-S模型. 根据性能指标利用广义系统的方法来设计局部鲁棒保性能控制器, 大大减少了控制器求解的复杂度和计算量; 采用模糊分区的方法使区域边界模糊化, 从而使控制器切换在模糊的边界处进行, 实现了控制器的软切换, 避免了切换抖动的发生, 并利用Lyapunov方法证明了系统的全局稳定性; 最后通过对变机翼NSV的切换控制验证了该算法的有效性.

2 问题描述

考虑如下具有不确定以及存在外部干扰的系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u(t) + \\ &\quad \Delta(x) + g_\eta(x(t))\eta(t), \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n, u(t) \in \mathbf{R}^p, y(t) \in \mathbf{R}^q, \Delta(x) \in \mathbf{R}^n, \eta(t) \in \mathbf{R}^p$ 分别为系统的状态、输入、输出、不确定及外部干扰; $f(x) \in \mathbf{R}^n, g(x) \in \mathbf{R}^{n \times p}, g_\eta(x) \in \mathbf{R}^{n \times p}$ 为连续光滑函数; 矩阵 $C \in \mathbf{R}^{q \times n}$ 为常数矩阵.

对于非线性系统(1), 根据系统的可测状态以及外部变量等前提变量, 将系统工作空间划分为多个区域, 相邻区域之间是部分重叠的, 即采用模糊分区的方法使区域边界模糊化, 从而使切换在模糊的边界处进行, 以获得软切换. 划分的各个区域满足如下关系:

$$\begin{aligned} R_1 \cup \dots \cup R_s &= \bigcup_{j=1}^s R_j = X, R_i \cap R_{i+1} \neq \emptyset, \\ i, i+1 &\in S = \{1, 2, \dots, s\}. \end{aligned} \quad (2)$$

其中: R_i 表示第 i 个区域, s 为划分的区域数目, X 表示系统的整体区域. 在每个区域里有一个或多个控制器, 且根据前提变量在它们之间进行切换.

多模型模糊软切换控制具有两级结构, 分别是进行区域切换的模糊规则级和区域内建立局部T-S模型的模糊规则级. 非线性系统的工作空间被分为多个模糊区域, 在每一个模糊区域内又分为若干个模糊区间来设计局部T-S模糊控制系统, 因此在模糊区域 τ 内局部T-S模糊模型可描述如下:

区域规则 τ :

if $z_1(t)$ is $N_{\tau 1}$ and \dots and $z_p(t)$ is $N_{\tau p}$, then

局部模糊规则 i :

if $\bar{z}_1(t)$ is $M_{\tau i 1}$ and \dots and $\bar{z}_q(t)$ is $M_{\tau i q}$, then

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A_{\tau i} + \Delta A_{\tau i})x(t) + \\ &\quad (B_{\tau i} + \Delta B_{\tau i})u(t) + \Phi_{\tau i}\eta(t), \end{aligned}$$

$$y(t) = Cx(t), \tau = 1, 2, \dots, s, i = 1, 2, \dots, r.$$

其中: $z_1(t) \sim z_p(t), \bar{z}_1(t) \sim \bar{z}_p(t)$ 分别为区域模糊前提变量和局部模型的模糊前提变量; s 为模糊区域数, $N_{\tau k} (k = 1, 2, \dots, p)$ 为模糊区域模糊集合; r 为局部模糊规则条数; $M_{\tau im} (m = 1, 2, \dots, q)$ 为模糊区间模糊集合; $\Phi_{\tau i}$ 为具有适当维数的常数矩阵. 不确定参数矩阵

$$[\Delta A_{\tau i} \ \Delta B_{\tau i}] \triangleq U_{\tau i} F_{\tau i}(t) [E_{1\tau i} \ E_{2\tau i}],$$

$U_{\tau i}, E_{1\tau i}$ 和 $E_{2\tau i}$ 为反映不确定性结构的常数矩阵; $F_{\tau i}(t)$ 为时变的不确定矩阵, 且满足

$$F_{\tau i}^T(t) F_{\tau i}(t) \leq I.$$

记 $\bar{A}_{\tau i} = A_{\tau i} + \Delta A_{\tau i}, \bar{B}_{\tau i} = B_{\tau i} + \Delta B_{\tau i}$, 则全局系统模型可描述为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau(z(t)) h_{\tau i}(\bar{z}(t)) [\bar{A}_{\tau i} x(t) + \\ &\quad \bar{B}_{\tau i} u(t) + \Phi_{\tau i} \eta(t)], \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$h_\tau(z(t)) = \prod_{k=1}^p N_{\tau k}(z_k(t)) / \sum_{\tau=1}^s \prod_{k=1}^p N_{\tau k}(z_k(t)),$$

且满足 $h_\tau(z(t)) \geq 0$ 及 $\sum_{\tau=1}^s h_\tau(z(t)) = 1, N_{\tau k}(z_k(t))$ 表示模糊集合 $N_{\tau k}$ 的隶属函数;

$$h_{\tau i}(\bar{z}(t)) = \prod_{k=1}^q M_{\tau ik}(\bar{z}_k(t)) / \sum_{i=1}^r \prod_{k=1}^q M_{\tau ik}(\bar{z}_k(t)),$$

$$\sum_{i=1}^r h_{\tau i}(\bar{z}(t)) = 1,$$

这里 $M_{\tau ik}(\bar{z}_k(t))$ 表示模糊集合 $M_{\tau ik}$ 的隶属函数. 为了书写简便, 以下用 $x, y, u, \eta, h_\tau, h_{\tau i}$ 分别代表 $x(t), y(t), u(t), \eta(t), h_\tau(z(t)), h_{\tau i}(\bar{z}(t))$.

假设系统状态可测, 且各线性子系统可控, 则针对系统(3), 设计并行分配补偿(PDC)模糊控制器, 控制规则如下:

区域规则 τ :

if $z_1(t)$ is $N_{\tau 1}$ and \dots and $z_p(t)$ is $N_{\tau p}$, then

局部模糊规则 i :

if $\bar{z}_1(t)$ is $M_{\tau i 1}$ and \dots and $\bar{z}_q(t)$ is $M_{\tau i q}$, then

$$u_\tau(t) = K_{\tau i} x(t).$$

则系统的模糊状态反馈控制器可表述为

$$u = \sum_{\tau=1}^s h_{\tau} u_{\tau} = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_{\tau} h_{\tau i} K_{\tau i} x. \quad (4)$$

3 鲁棒保性能控制器设计

针对系统(3), 保性能控制的目的是设计控制律(4)

使闭环系统在任意非零初始值下的状态都能趋于稳定, 为此定义一个性能指标

$$J_c = \int_0^{\infty} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] dt, \quad (5)$$

其中 Q, R 为给定的对称正定实矩阵.

式(4)可改写为

$$0 \cdot \dot{u} = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_{\tau} h_{\tau i} (u - K_{\tau i} x). \quad (6)$$

则该模糊系统可写为

区域规则 τ :

if $z_1(t)$ is $N_{\tau 1}$ and \dots and $z_p(t)$ is $N_{\tau p}$, then

局部模糊规则 i :

if $\bar{z}_1(t)$ is $M_{\tau i 1}$ and \dots and $\bar{z}_q(t)$ is $M_{\tau i q}$, then

$$E \dot{\bar{x}} = \bar{G}_{\tau i} \bar{x} + \bar{\Phi}_{\tau i} \eta,$$

$$y = \bar{C} \bar{x}, \quad \tau = 1, 2, \dots, s, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{G}_{\tau i} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{\tau i} & \bar{B}_{\tau i} \\ K_{\tau i} & -I \end{bmatrix},$$

$$\bar{\Phi}_{\tau i} = [\Phi_{\tau i}^T \quad 0]^T, \quad \bar{C} = [C \quad 0], \quad \bar{x} = [x^T, u^T]^T.$$

则原全局模糊系统可化为

$$E \dot{\bar{x}} = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_{\tau} h_{\tau i} (\bar{G}_{\tau i} \bar{x} + \bar{\Phi}_{\tau i} \eta),$$

$$y = \bar{C} \bar{x}. \quad (7)$$

性能指标(5)可转化为

$$J_c = \int_0^{\infty} [\bar{x}^T H \bar{x}] dt, \quad (8)$$

$$\text{其中 } H = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}.$$

考虑外界干扰, 并给出如下假设:

假设 1 干扰 η 有界, 且在其连续区域内满足 $\eta^T \eta \leq x^T D^T D x$, 其中 D 为常数矩阵.

综合考虑保性能控制和 H_{∞} 控制, 有如下定理:

定理 1 对于 $\tau = 1, 2, \dots, s, i = 1, 2, \dots, r$, 模糊系统(3)和性能指标(5), 以及给定的常数 $\rho > 0$, 如果存在满足

$$E^T P = P^T E \geq 0 \quad (9)$$

的可逆实矩阵 P 和标量 $\lambda > 0$, 使下式成立:

$$\begin{bmatrix} \bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + \bar{C}^T \bar{C} & P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \\ \bar{\Phi}_{\tau i}^T P & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + H + \lambda \bar{D}^T \bar{D} & P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \\ \bar{\Phi}_{\tau i}^T P & -\lambda I \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

其中

$$\bar{D} = [D \quad 0], \quad P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}.$$

则

$$u = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_{\tau} h_{\tau i} K_{\tau i} x$$

为闭环系统渐近稳定的 H_{∞} 模糊保性能控制律, 系统的 H_{∞} 性能指标为 ρ , 相应的一个系统性能上界为 $J_c^* = x_0^T P_1 x_0$.

证明 1) 先证明当式(10)成立时, 闭环系统满足 H_{∞} 性能指标 ρ .

针对给定常数 $\rho > 0$, 若存在对称正定实矩阵 P , 使不等式(10)成立, 则必有

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + \bar{C}^T \bar{C} & P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \\ \bar{\Phi}_{\tau i}^T P & -\rho^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix} < 0. \quad (12)$$

经整理可得

$$\bar{x}^T [\bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + \bar{C}^T \bar{C}] \bar{x} + \bar{x}^T P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \eta^T + \eta^T \bar{\Phi}_{\tau i}^T P \bar{x} - \rho^2 \eta^T \eta < 0, \quad (13)$$

则有

$$\sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_{\tau} h_{\tau i} \{ \bar{x}^T [\bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + \bar{C}^T \bar{C}] \bar{x} + \bar{x}^T P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \eta^T + \eta^T \bar{\Phi}_{\tau i}^T P \bar{x} - \rho^2 \eta^T \eta \} < 0. \quad (14)$$

若定义闭环系统的 Lyapunov 函数为 $V(x) = \bar{x}^T E^T P \bar{x}$, 则根据式(9)有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \dot{\bar{x}}^T E^T P \bar{x} + \bar{x}^T E^T P \dot{\bar{x}} = \\ &= \dot{\bar{x}}^T E^T P \bar{x} + \bar{x}^T P^T E \dot{\bar{x}} = \\ &= \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_{\tau} h_{\tau i} \{ \bar{x}^T [\bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i}] \bar{x} + \\ &= \bar{x}^T P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \eta^T + \eta^T \bar{\Phi}_{\tau i}^T P \bar{x} \}. \end{aligned} \quad (15)$$

由上式, 式(14)可整理为

$$\dot{V}(x) + y^T y - \rho^2 \eta^T \eta < 0. \quad (16)$$

若给定 $x(0) = 0$, 对式(16)从 0 到 t_f 积分, 可得

$$V(x(t_f)) + \int_0^{t_f} (y^T y - \rho^2 \eta^T \eta) dt < 0. \quad (17)$$

由 $V(x) \geq 0$ 可得 $V(x(t_f)) \geq 0$, 则由上式可得

$$\|y\|_2 / \|\eta\|_2 < \rho. \quad (18)$$

即闭环系统的 L_2 增益小于 ρ , 其中系统的 L_2 增益定义为

$$\|T_{y\eta}(s)\|_\infty = \sup_{\|\eta\|_2 \neq 0} \|y\|_2 / \|\eta\|_2.$$

根据式(10), 利用 Schur 补性质, 由矩阵 Riccati 方程易知系统是渐近稳定的.

2) 下面证明当式(11)成立时, 闭环系统渐近稳定, 且系统性能指标的上界为 $J_c^* = x_0^T P_1 x_0$.

若存在标量 $\tau > 0$ 及可逆实矩阵 P , 使不等式(11)成立, 则必有

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + H & P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \\ H + \lambda \bar{D}^T \bar{D} & \bar{\Phi}_{\tau i}^T P \\ \bar{\Phi}_{\tau i}^T P & -\lambda I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix} \leq 0. \quad (19)$$

上式等价于

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + H & P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \\ \bar{\Phi}_{\tau i}^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \lambda \bar{D}^T \bar{D} & 0 \\ 0 & -\lambda I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix} \leq 0. \quad (20)$$

再由假设1可得

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + H & P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \\ \bar{\Phi}_{\tau i}^T P & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \eta \end{bmatrix} \leq 0. \quad (21)$$

经整理可得

$$\begin{aligned} & \bar{x}^T [\bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i} + H] \bar{x} + \\ & \bar{x}^T P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \eta + \eta^T \bar{\Phi}_{\tau i}^T P \bar{x} \leq 0, \end{aligned} \quad (22)$$

即

$$\begin{aligned} & \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} \{ \bar{x}^T [\bar{G}_{\tau i}^T P + P^T \bar{G}_{\tau i}] \bar{x} + \bar{x}^T P^T \bar{\Phi}_{\tau i} \eta^T + \\ & \eta^T \bar{\Phi}_{\tau i}^T P \bar{x} \} \leq - \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} \bar{x}^T H \bar{x}. \end{aligned} \quad (23)$$

再由式(15), (22)可写为

$$\dot{V}(x) \leq - \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} \bar{x}^T H \bar{x}. \quad (24)$$

由式(23)可得, 当 $x \neq 0$ 时, $\dot{V}(x) < 0$, 即闭环系统渐近稳定. 对式(23)从0到 ∞ 积分可得

$$\int_0^\infty \dot{V}(x) dt \leq -J_c, \quad (25)$$

即闭环系统是可保性能的.

现考察存在正数 J_c^* , 使性能指标 $J_c \leq J_c^*$. 对式(24)两边从 $t = 0$ 到 $t = \infty$ 积分可得

$$\int_0^\infty \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} \bar{x}^T H \bar{x} dt \leq V(x(0)) = x_0^T P_1 x_0. \quad (26)$$

为了使闭环系统渐近稳定, 且同时满足 H_∞ 特性及稳态性能指标的要求, 应令式(10), (11)都成立. 此时, $u = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} K_{\tau i} x$ 为闭环系统渐近稳定的 H_∞ 模糊保性能控制律. \square

注1 实际设计控制器时, 设计者可根据控制

对象的具体情况 & 控制目标合理选择定理1中涉及的部分或全部不等式, 并非必须全部满足, 只需达到满意的控制效果即可.

注意到定理1中的不等式并非 LMI, 难以求解. 为了得到式(10), (11)的 LMI 表达, 给出如下引理和定理:

引理1 给定适当维数的实矩阵 G, U 和 E , 其中 G 是对称的. 则对所有满足 $F^T F \leq I$ 的实矩阵 F , $G + UFE + E^T F^T U^T < 0$ 成立, 当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$, 使得 $G + \varepsilon U U^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0$.

定理2 对于 $\tau = 1, 2, \dots, s, i = 1, 2, \dots, r$, 模糊系统(3)和性能指标(5), 以及给定的常数 $\rho > 0$, 若对所有满足 $F_{\tau i}^T(t) F_{\tau i}(t) \leq I$ 的 $F_{\tau i}(t)$ 存在可逆实矩阵 V , 实矩阵 $W_{\tau i}$, 标量 $\varepsilon, \sigma > 0$, 使如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} S_1 & * & * & * \\ W_{\tau i} - V_2 + V_3^T B_{\tau i}^T & -(V_3 + V_3^T) & 0 & * \\ CV_1 & 0 & -\varepsilon I & 0 \\ E_{1\tau i} V_1 + E_{2\tau i} V_2 & E_{2\tau i} V_3 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} S_2 & * & * \\ W_{\tau i} - V_2 + V_3^T B_{\tau i}^T & -(V_3 + V_3^T) & * \\ DV_1 & 0 & -\sigma I \\ V_1 & 0 & 0 \\ V_2 & V_3 & 0 \\ E_{1\tau i} V_1 + E_{2\tau i} V_2 & E_{2\tau i} V_3 & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ -\varepsilon Q^{-1} & * & * \\ 0 & -\varepsilon R^{-1} & * \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} \rightarrow \leftarrow < 0. \quad (28)$$

其中

$$S_1 = A_{\tau i} V_1 + V_1^T A_{\tau i}^T + B_{\tau i} V_2 + V_2^T B_{\tau i}^T + \varepsilon \rho^{-2} \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T + U_{\tau i} U_{\tau i}^T,$$

$$S_2 = A_{\tau i} V_1 + V_1^T A_{\tau i}^T + B_{\tau i} V_2 + V_2^T B_{\tau i}^T + \sigma \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T + U_{\tau i} U_{\tau i}^T,$$

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & 0 \\ V_2 & V_3 \end{bmatrix}.$$

则 $u = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} W_{\tau i} V_1^{-1} x$ 为闭环系统渐近稳定的 H_∞ 模糊保性能控制律, 系统的 H_∞ 性能指标为 ρ . 相应的一个系统性能上界为 $J_c^* = x_0^T (\varepsilon V_1^{-1}) x_0$, 其中*表示矩阵中对称位置矩阵的转置矩阵.

证明 1) 对式(10)分别左乘矩阵 $\text{diag}\{(P^{-1})^T, I\}$ 和右乘矩阵 $\text{diag}\{P^{-1}, I\}$, 记 $X = P^{-1}$, 应用 Schur 补性质, 可得

$$\begin{bmatrix} X^T \bar{G}_{\tau i}^T + \bar{G}_{\tau i} X + \rho^{-2} \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T & X^T \bar{C}^T \\ \bar{C} X & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

$$\bar{G}_{\tau i} = G_{\tau i} + \Delta G_{\tau i} = G_{\tau i} + \bar{U}_{\tau i} \bar{F}_{\tau i} \bar{E}_{\tau i}. \quad (30)$$

其中: $\bar{U}_{\tau i} = \begin{bmatrix} U_{\tau i} \\ 0 \end{bmatrix}$, $\bar{F}_{\tau i} = F_{\tau i}$, $\bar{E}_{\tau i} = [E_{1\tau i} \ E_{2\tau i}]$.

根据引理 1, 式(29)可转化为

$$\begin{bmatrix} X^T G_{\tau i}^T + G_{\tau i} X + \rho^{-2} \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T & X^T \bar{C}^T \\ \bar{C} X & -I \end{bmatrix} + \varepsilon^{-1} \begin{bmatrix} \bar{U}_{\tau i} \\ 0 \end{bmatrix} [\bar{U}_{\tau i}^T \ 0] + \varepsilon \begin{bmatrix} X^T \bar{E}_{\tau i}^T \\ 0 \end{bmatrix} [\bar{E}_{\tau i} X \ 0] < 0. \quad (31)$$

利用 Schur 补性质, 并两边同乘 ε , 记 $V = \varepsilon X$, 可得

$$\begin{bmatrix} V^T G_{\tau i}^T + G_{\tau i} V + \varepsilon \rho^{-2} \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T + \bar{U}_{\tau i} \bar{U}_{\tau i}^T & V^T \bar{C}^T & V^T \bar{E}_{\tau i}^T \\ \bar{C} V & -\varepsilon I & 0 \\ \bar{E}_{\tau i} V & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (32)$$

将 V , $\bar{\Phi}_{\tau i}$, $\bar{U}_{\tau i}$, $\bar{E}_{\tau i}$ 代入上式, 即可得式(27), 其中 $W_{\tau i} = K_{\tau i} V_1$. 式(27)为(10)的 LMI 表述, 由定理 1 可知, 当式(27)成立时, 闭环系统满足 H_∞ 性能指标.

2) 下面证明当式(28)成立时, 闭环系统渐近稳定, 且有相应的性能指标上界 J_c^* .

对式(11)分别左乘矩阵 $\text{diag}\{(P^{-1})^T, I\}$ 和右乘矩阵 $\text{diag}\{P^{-1}, I\}$, 记 $X = P^{-1}$, 应用 Schur 补性质, 可得

$$\begin{bmatrix} X^T \bar{G}_{\tau i}^T + \bar{G}_{\tau i} X + \lambda^{-1} \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T & X^T \bar{D}^T & X^T \\ \bar{D} X & -\lambda^{-1} I & 0 \\ X & 0 & -H^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (33)$$

将 $\bar{G}_{\tau i}$ 展开, 并根据引理 1 化简, 两边分别数乘标量 ε , 记 $V = \varepsilon X$, $\sigma = \varepsilon \lambda^{-1}$, 由此可得

$$\begin{bmatrix} V^T G_{\tau i}^T + G_{\tau i} V + \sigma \bar{\Phi}_{\tau i} \bar{\Phi}_{\tau i}^T + \bar{U}_{\tau i} \bar{U}_{\tau i}^T & V^T \bar{D}^T & V^T & V^T \bar{E}_{\tau i}^T \\ \bar{D} V & -\sigma^{-1} I & 0 & 0 \\ V & 0 & -\varepsilon H^{-1} & 0 \\ \bar{E}_{\tau i} V & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (34)$$

将 V , $\bar{\Phi}_{\tau i}$, $\bar{U}_{\tau i}$, $\bar{E}_{\tau i}$ 代入上式, 即可得式(28), 其中 $W_{\tau i} = K_{\tau i} V_1$. 式(28)为(11)的 LMI 表述, 由定理 1 可知, 当式(28)成立时, 闭环系统满足稳态性能指标 J_c 的要求, 且渐近稳定, 相应的一个系统性能上界为 $J_c^* = x_0^T (\varepsilon V_1^{-1}) x_0$.

将定理 1 中的控制器存在的条件, 即式(10)和(11), 分别用其 LMI 表述(27)和(28)代替. 采用 Matlab

的 LMI 工具箱, 解得矩阵 $W_{\tau i}$, V 和标量 ε , σ , 则控制增益 $K_{\tau i} = W_{\tau i} V_1^{-1}$. 此时

$$u = \sum_{\tau=1}^s \sum_{i=1}^r h_\tau h_{\tau i} W_{\tau i} V_1^{-1} x$$

为闭环系统渐近稳定的 H_∞ 模糊保性能控制律, H_∞ 性能指标为 ρ , 相应的一个系统性能上界为 $J_c^* = x_0^T (\varepsilon V_1^{-1}) x_0$. \square

注 2 从以上分析可以看出, 对于每一个性能指标, 本文只需计算 $\tau = 1, 2, \dots, s$, $i = 1, 2, \dots, r$ 时的 sr 个线性矩阵不等式. 然而采用一般的模糊控制方法, 需同时求解 $\tau = 1, 2, \dots, s$, $i = 1, 2, \dots, r$ 和 $m = 1, 2, \dots, s$, $j = 1, 2, \dots, r$ (τi 和 $m j$ 分别为系统系数矩阵和控制增益矩阵的下标)时的线性矩阵不等式. 按照排列组合的原理可知至少需计算 $sr(sr+1)/2$ 个线性矩阵不等式, 求解的线性不等式数目会随着模糊规则数的增加而急剧“膨胀”. 由此可见, 本文采用广义系统的方法可大大减少需要求解不等式的数目, 尤其当模糊规则越多时, 此方法的优势会越来越明显.

4 仿真实验

为了验证所提出方法的有效性, 本文考虑 NSV 从超声速到高超声速、机翼后掠角 A 从 60° 增大至 75° 时的切换控制, 并与文献[12]的保性能模糊控制方法进行比较.

文献[13]给出的 NSV 飞行仿真模型为

$$\dot{\Omega} = f_\Omega(\Omega) + g_{\Omega 1}(\Omega)\omega + \Delta_\Omega + g_{\Omega 2}(\Omega)d_\Omega, \quad (35)$$

$$\dot{\omega} = f_\omega(\omega) + g_{\omega 1}(\omega)M + \Delta_\omega + g_{\omega 2}(\omega)d_\omega. \quad (36)$$

其中: $\Omega = [\alpha, \beta, \mu]^T$, $\omega = [p, q, r]^T$ 分别为姿态角和姿态角速度向量, 表示系统的慢快状态; $\delta = [\delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_x, \delta_y, \delta_z]^T$ 中的元素表示作动器偏转量, 分别为左、右升降副翼舵、方向副翼舵、沿机体各轴等效矢量喷口偏转; $\Delta_\Omega, d_\Omega, \Delta_\omega$ 和 d_ω 分别为姿态角回路和姿态角速度回路的不确定和复合干扰; M 为 δ 产生的控制力矩.

根据机翼后掠角将 NSV 的工作空间进行区域划分, 其中: 机翼后掠角 $A \approx 60^\circ$ 时为区域 1, 机翼后掠角 $A \approx 75^\circ$ 时为区域 2, 中间为过渡区域, 如图 1 所示.

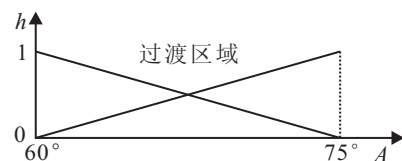


图 1 区域划分示意图

根据所划分的区域, 对存在不确定以及受到干扰的 NSV 的快慢回路进行模糊建模. 快回路的模糊模型如下:

1) 在区域 1 中, 取高度 $H \approx 30\text{km}$, 速度 $V \approx 1.8$

km/s, $\alpha \approx 0^\circ$ 和 $\beta \approx 0^\circ$, 则模糊规则如下:

规则1: 若 $[p, q, r]^T$ 约为 $[-0.5, -0.5, -0.5]^T$ rad/s, 则有

$$\dot{x} = (A_{f11} + \Delta A_{f11})x + (B_{f11} + \Delta B_{f11})u_f + \Phi_{f11}d_\omega;$$

规则2~规则7: 略;

规则8: 若 $[p, q, r]^T$ 约为 $[0.5, 0.5, 0.5]^T$ rad/s, 则有

$$\dot{x} = (A_{f18} + \Delta A_{f18})x + (B_{f18} + \Delta B_{f18})u_f + \Phi_{f18}d_\omega.$$

2) 在区域2中, 取 $H \approx 30$ km, $V \approx 2.0$ km/s, $\alpha \approx 0^\circ$ 和 $\beta \approx 0^\circ$, 模糊规则的选取类似于区域1中的选取, 故不再赘述.

同理, 慢回路的模糊模型如下:

1) 在区域1中, 取 $H \approx 30$ km, $V \approx 1.8$ km/s, 慢回路 T-S 模糊模型规则分别为:

规则1: 若 $[\alpha, \beta, \mu]^T$ 约为 $[-10^\circ, -5^\circ, -10^\circ]^T$, 则有

$$\dot{x} = (A_{s11} + \Delta A_{s11})x + (B_{s11} + \Delta B_{s11})u_s + \Phi_{s11}d_\Omega;$$

规则2~规则7: 略;

规则8: 若 $[\alpha, \beta, \mu]^T$ 约为 $[10^\circ, 5^\circ, 10^\circ]^T$, 则有

$$\dot{x} = (A_{s18} + \Delta A_{s18})x + (B_{s18} + \Delta B_{s18})u_s + \Phi_{s18}d_\Omega.$$

2) 在区域2中, 取 $H \approx 30$ km, $V \approx 2.0$ km/s, 模糊规则的选取类似于区域1中的选取, 故不再赘述.

对于快回路, 选取 $Q_f = I_3, R_f = 0.001 \times I_3, \Delta A_{f\tau i} = 0.3A_{f\tau i}, \Delta B_{f\tau i} = 0.5B_{f\tau i}$, 根据式(27) 计算得到 $K_{f\tau i}$; 同理对于慢回路, 选取 $Q_s = I_3, R_s = I_3, \Delta A_{s\tau i} = 0.3A_{s\tau i}, \Delta B_{s\tau i} = 0.5B_{s\tau i}$, 根据式(27) 计算得到 $K_{s\tau i} (\tau = 1, 2, i = 1, 2, \dots, 8)$. 限于篇幅, 本文给出以下部分控制器参数矩阵:

$$K_{f11} = 10^6 \times \begin{bmatrix} -4.5381 & -0.0742 & -0.7083 \\ 0.1698 & -0.5087 & 0.2479 \\ -0.6433 & -0.2465 & -0.3225 \end{bmatrix},$$

$$K_{f18} = 10^6 \times \begin{bmatrix} -4.5321 & -0.0745 & -0.7068 \\ 0.1725 & -0.5088 & 0.2479 \\ -0.6403 & -0.2465 & -0.3222 \end{bmatrix},$$

$$K_{s11} = \begin{bmatrix} -2.7706 & 3.2696 & -22.8830 \\ -18.8092 & -0.3812 & -0.8645 \\ 0.9014 & 20.1028 & 4.3195 \end{bmatrix},$$

$$K_{s18} = \begin{bmatrix} 0.3534 & -3.6853 & -22.4943 \\ -19.0933 & 0.2157 & -1.0215 \\ -0.1045 & 19.9961 & -3.8213 \end{bmatrix}$$

按照文献[12]中方法设计控制器: 快回路的模糊模型为: 取 $H \approx 30$ km, $V \approx 1.8$ km/s, $\alpha \approx 0^\circ$ 和 $\beta \approx 0^\circ$,

模糊规则与文中的区域1相同; 慢回路的模糊模型为: 取 $H \approx 30$ km, $V \approx 1.8$ km/s, 模糊规则与文中的区域1相同. 系统稳定区域中给定圆盘的中心为 $-3+j0$, 半径为0.5, 其他参数选择与本文方法一致.

NSV 初始状态为: 机翼后掠角为 60° , 飞行高度 $H = 30$ km, 速度 $V = 1.8$ km/s, 初始姿态 $\alpha_0 = 4^\circ, \beta_0 = 3^\circ, \mu_0 = -2^\circ$, 推力为 210 KN, 初始角速率为 $p = q = r = 0$ rad/s. NSV 从 $t = 2$ s 时变形, 变形时间为 10 s, $t = 12$ s 时变形完毕, 此时机翼后掠角为 75° . 假设气动参数存在 30% 的不确定, 且 p, q, r 通道分别受到 $3.0 \times 10^5 \cos(3t)$ N·m, $5.0 \times 10^5 \cos(2t)$ N·m, 以及 $5.0 \times 10^5 \cos(2t)$ N·m 的力矩干扰. 仿真结果如图2和图3所示. 图中: 实线代表本文方法, 虚线代表文献[12]方法.

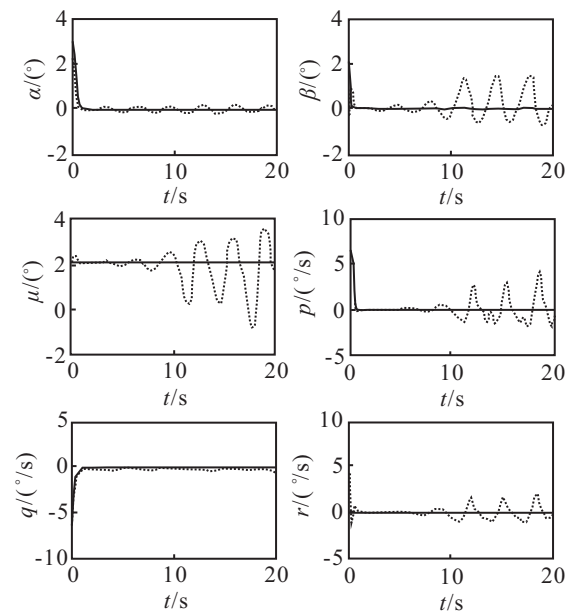


图2 NSV 姿态响应曲线

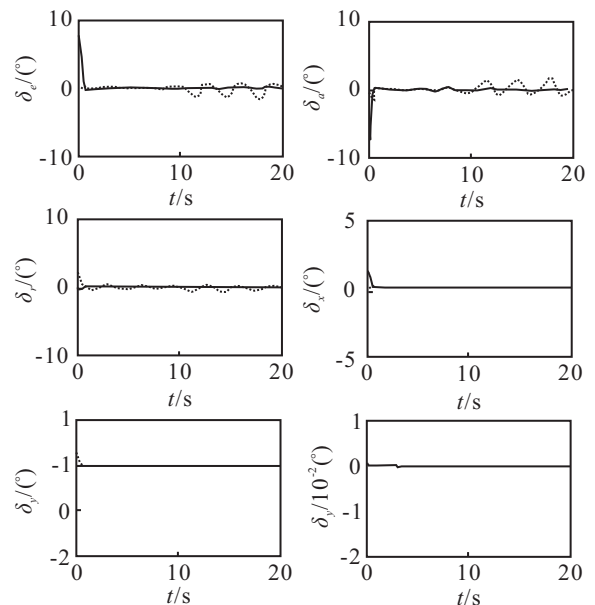


图3 NSV 作动器响应曲线

从仿真曲线可以看出,在NSV机翼变形开始后,按照文献[12]中的控制方法,由于没有考虑多模型控制方法,控制器已无法很好地实现NSV的姿态控制.而采用本文设计的多模型软切换控制方法,在机翼变形过程中,姿态控制平稳,舵面和发动机偏转也很平滑.因此,本文设计的控制方法是有效的.同时,通过比较可发现,本文只需求解 $sr = 16$ 个线性矩阵不等式.而若采用文献[12]中方法在不考虑分区的情况下,则需求解 $r(r + 1)/2 = 36$ 个线性矩阵不等式,若在与本文同样的模糊规则条件下,则需求解 $sr(sr + 1)/2 = 136$ 个线性矩阵不等式.由此可见,本文方法可有效降低计算量和复杂度.

5 结 论

本文所提出的多模型软切换保性能鲁棒控制方法,采用模糊分区的方法将系统工作空间划分为若干区域,使控制器切换在模糊的边界处进行,实现了控制器的软切换,从而保证了系统状态轨迹的平滑性.另外,采用广义系统的方法来求解控制器的参数矩阵,可大大减少计算量.最后,通过对NSV机翼变形过程中姿态角控制的仿真算例,验证了本文控制方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] 崔尔杰. 近空间飞行器研究发展现状及关键技术问题[J]. 力学进展, 2009, 39(6): 658-672.
(Cui E J. Research statutes, development trends and key technical problems of near space flying vehicles[J]. Advances in Mechanics, 2009, 39(6): 658-672.)
- [2] 尹志忠, 李强. 近空间飞行器及其军事应用分析[J]. 装备指挥技术学院学报, 2006: 17(5): 64-68.
(Yin Z Z, Li Q. Analysis of near space vehicle and its military application[J]. J of the Academy of Equipment Command & Technology, 2006: 17(5): 64-68.)
- [3] 王世虎, 沈炯, 李益国. 多模型控制方法及其研究进展[J]. 工业仪表与自动化装置, 2008, (1): 13-17.
(Wang S H, Shen J, Li Y G. Multi-model control and its study progress[J]. Industrial Instrumentation & Automation, 2008,(1): 13-17.)
- [4] Lainiotis D G. Optimal adaptive estimation structure and

- parameter adaption[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1971, 16(2): 160-170.
- [5] Lainiotis D G, Deshpande J G, Upadhyay T N. Optimal adaptive control: A non-linear separation theorem[J]. Int J of Control, 1972, 15(5): 877-888.
- [6] Lainiotis D G. Partitioning a unifying framework for adaptive system-I: Estimation[C]. Proc of IEEE. New York, 1976: 1126-1143.
- [7] Athans M. The stochastic control of the f-8c aircraft a multiple model adaptive control(MMAC) method - I: Equilibrium flight[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1977, AC-22(5): 768-780.
- [8] 段广仁, 王好谦, 张焕水. 平滑切换控制律的参数化设计及其在倾斜转弯导弹中的应用[J]. 航天控制, 2005, 23(2): 41-46.
(Duan G R, Wang H Q, Zhang H S. Parameter design of smooth switching controller and application for bank-to-turn missiles[J]. Aerospace Control, 2005, 23(2): 41-46.)
- [9] Duan G R, Tan F. A new smooth switching strategy for multi-model control and its application on a BTT missile[C]. 1st Int Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics. Harbin, 2006: 1392-1395.
- [10] He F, Zhao S H, Tong W M, et al. The smooth switching of fuzzy-PI control[C]. Proc of the 6th Int Conf on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. Tianjin, 2009: 345-349.
- [11] Chen P C, Wu S L, Chuang H S. The smooth switching control for TORA system via LMIs[C]. 8th IEEE Int Conf on Control and Automation. Xiamen, 2010: 1338-1343.
- [12] 王玉惠, 吴庆宪, 姜长生, 等. 具有闭环极点约束的空天飞行器再入姿态的模糊保性能控制[J]. 航空学报, 2007, 28(3): 654-660.
(Wang Y H, Wu Q X, Jiang C S, et al. Fuzzy guaranteed cost control for aerospace vehicle's re-entry attitude control with pole placement constraints[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(3): 654-660.)
- [13] 张军, 姜长生, 方炜. 变结构近空间飞行器大飞行包络控制特性研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(2): 543-549.
(Zhang J, Jiang C S, Fang W. Variable structure near space vehicle control characteristics of large flight envelope[J]. J of Astronautics, 2009, 30(2): 543-549.)

(上接第657页)

- [15] 祝晓才. 轮式移动机器人的运动控制[D]. 长沙: 国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 2006: 24-26.
(Zhu X C. Motion control of wheeled mobile robots[D]. Changsha: Mechatronic Engineering and Automation,

- National University of Defense Technology, 2006: 24-26.)
- [16] Goldstein H. Classical mechanics[M]. 2nd ed. New York: Addison-Wesley, 1980: 35-42.
- [17] Hassan K Khalil. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. New York: Electronics Industry, 2005: 61.