

文章编号: 1001-0920(2012)05-0724-07

几何约束下的航天器姿态机动控制

程小军¹, 崔祐涛¹, 徐 瑞², 崔平远²

(1. 哈尔滨工业大学 深空探测基础研究中心, 哈尔滨 150081; 2. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081)

摘 要: 针对航天器姿态机动过程中受几何约束的问题, 提出一种控制方法使系统在满足局部约束的情况下获得较好的全局性能. 为了考虑全局性能并减少全局规划的计算代价, 采用伪谱法以较少节点得到满足几何约束的路径节点. 在局部节点跟踪控制中, 通过分析航天器姿态机动所受的几何约束以及四元数在线性化状态方程中的传递形式, 设计具有保守性的几何约束凸化表达式, 并给出了姿态机动预测控制律. 仿真结果验证了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 姿态控制; 约束姿态; 姿态规划; 姿态机动; 预测控制

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

Attitude maneuver control of spacecraft under geometric constraints

CHENG Xiao-jun¹, CUI Hu-tao¹, XU Rui², CUI Ping-yuan²

(1. Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China. Correspondent: CHENG Xiao-jun, E-mail: xj.cheng@yahoo.cn)

Abstract: A method considering global performance and local constraints is proposed for constraint attitude control problem. The pseudo-spectral method, with few nodes for lower computation burden, is used as global path planner to obtain attitude path nodes with good global performance. The local controller to track path nodes is advanced by using predictive control method, and the convex constraint formulation with conservation is designed through the analysis of property of geometric constraint and quaternion propagation in linearized dynamics. Simulation results show the effectiveness and feasibility of the method.

Key words: attitude control; constraint attitude; attitude planning; attitude maneuver; receding horizon control

1 引 言

航天器在轨运行期间需要进行大量的姿态机动来完成预定的观测、通信等定向任务, 在姿态机动过程中要避免强光天体(如太阳)进入某些光学敏感器(如红外敏感元件或弱光敏感元件等)的视场内, 否则将导致敏感元件的短暂致盲甚至损坏. 同时, 在整个机动过程中需要太阳能电池阵方向矢量达到一定要求来满足能量供给. 这些约束构成了航天器在姿态机动过程中的几何约束^[1]. 另外, 角速度的限制以及执行机构的作用力矩有界也将对姿态机动路径造成影响. 针对这类问题的研究, McInnes 等人^[1-4]将几何约束引入势能函数的构造中, 用 Lyapunov 第二法得出控制输入表达式, 该方法计算简单, 对星上资源要求较少, 但该方法很难得到有界的输入和有意义的性能指标; Frazzoli^[5]应用随机规划理论求解该

问题, 以较快的搜索方式规划出可行姿态路径; 仲维国^[6]在 Frazzoli 工作的基础上将姿态约束映射到罗德里格空间中规划姿态路径, 提高了规划速度, 由于没有考虑姿态动力学, 很难满足实际工程应用; Kim^[7-8]利用半定规划方法进行单步规划, 得到当前时刻系统控制所需要的力矩输入, 能较好地满足约束, 但由于采取的是单步控制方式, 在控制力矩有限的情况下很容易违反几何约束. 然而比较遗憾的是, 以上文献中都未能较好地考虑姿态机动性能指标(时间、能量等). 近年来, 伪谱法以其对微分方程的处理优势在航天器编队重构、轨道优化以及姿态控制等航天领域得到了广泛应用^[9-11]. Cheng 等人^[12]利用伪谱法来求解该问题, 较好地考虑了全局性能, 但由于伪谱法是通过非一致节点离散化处理动力学递推, 很难考虑到节点之间的路径约束, 若处理不当, 则极易违

收稿日期: 2010-11-24; 修回日期: 2011-03-01.

基金项目: 国家 973 计划项目(2012CB720000); 国家自然科学基金项目(60803051, 61174201).

作者简介: 程小军(1984—), 男, 博士生, 从事航天器姿态规划与控制等研究; 崔祐涛(1970—), 男, 教授, 博士生导师, 从事深空探测器自主导航与控制等研究.

反需要满足的约束。

本文利用伪谱法对问题进行全局路径规划, 同时利用预测控制思想对文献[7]进行推广, 改进其几何约束满足的能力, 并利用改进后的算法进行局部路径节点跟踪控制, 从而在优化全局性能指标的情况下, 满足节点间的局部几何约束。

2 约束姿态机动问题描述

2.1 姿态运动状态方程

不失一般性, 本文以刚体航天器为例研究问题. 定义航天器本体固联坐标系 C_B , 坐标原点在航天器质心, 3轴分别与航天器主轴重合. 航天器的姿态可用惯性系 C_I 到本体系 C_B 的单位四元数 q 来表示姿态. 姿态运动学方程和动力学方程^[9]为

$$\dot{q} = \frac{1}{2}Q\omega = \frac{1}{2}\Omega q; \quad (1)$$

$$\begin{cases} J_1\dot{\omega}_1 = T_1 - (J_3 - J_2)\omega_2\omega_3, \\ J_2\dot{\omega}_2 = T_2 - (J_1 - J_3)\omega_1\omega_3, \\ J_3\dot{\omega}_3 = T_3 - (J_2 - J_1)\omega_1\omega_2. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$, 满足归一化约束 $\|q\|^2 = 1$; $\omega = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 表示航天器相对惯性系的角速度在本体系下的表示;

$$Q = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix};$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix};$$

$J = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ 为航天器相对本体系的惯性矩阵; $u = [T_1, T_2, T_3]^T$ 为控制力矩在本体系下的分量. 在实际工程中, 控制力矩有界, 因此其动力学存在约束

$$|T_i| \leq \gamma_{T_i}. \quad (3)$$

在姿态机动过程中, 由于测量元件存在测量范围或为了某些仪器的正常工作, 需要将角速度幅值限定在一定范围内, 即

$$|\omega_i| \leq \gamma_{\omega_i}. \quad (4)$$

2.2 几何约束

设图1中 r_{B1} 表示敏感元件在本体系下的方向矢量, 为了避免航天器在机动过程中, 强光天体光线进入到光学敏感元件的镜头内, 必须保证此类敏感器件的视线方向矢量与太阳方向矢量之间的夹角不能低于某一设定值, 可将这种约束表示为

$$r_{B1}^T(C_{BI}r_I) \leq \cos \theta_1. \quad (5)$$

其中: r_I 为航天器到太阳的方向矢量在惯性系下的分

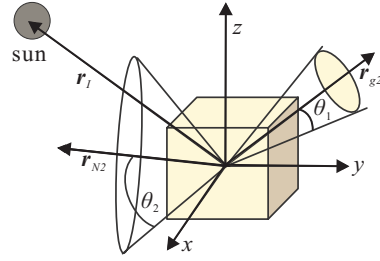


图1 航天器姿态机动所受几何约束示意图

量, C_{BI} 为航天器的姿态余弦矩阵. 将式(3)转换成如下四元数表示形式:

$$C_{BI}r_I = r_I - 2\vec{q}^T\vec{q}r_I + 2\vec{q}\vec{q}^Tr_I + 2q_0([r_I \times] \vec{q}). \quad (6)$$

其中: $\vec{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$ 为四元数矢量部分; $[r_I \times]$ 为叉乘矩阵, 具体形式为

$$[r_I \times] = \begin{bmatrix} 0 & -r_{I3} & r_{I2} \\ r_{I3} & 0 & -r_{I1} \\ -r_{I2} & r_{I1} & 0 \end{bmatrix},$$

以下形式相同. 将式(5)表示成更加紧凑的形式, 可得如下二次约束形式:

$$q^T A q \leq 0, \quad (7)$$

$$A = \begin{bmatrix} W & V^T \\ V & U \end{bmatrix}. \quad (8)$$

其中

$$W = r_I^T r_{B1} - \cos \theta, \quad V = [r_{B1} \times] r_I,$$

$$U = r_I r_{B1}^T + r_{B1} r_I^T - (r_I^T r_{B1} + \cos \theta) I_3.$$

假设 r_{B2} 为太阳电池阵在本体系下的方向矢量, 为了保证能量得到满足, 需要在整个机动过程中该方向矢量与太阳方向矢量之间的夹角不超过某一设定值, 即

$$r_{B2}^T(C_{BI}r_I) \geq \cos \theta_2, \quad (9)$$

通过变形可得

$$-r_{B2}^T(C_{BI}r_I) \leq -\cos \theta_2. \quad (10)$$

最终可以得到和式(7)相似的形式, 处理方式也一样. 因此, 下面的研究只针对式(7)所表示的约束。

3 全局姿态机动规划

首先用 $x = [q_0, q_1, q_2, q_3, \omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 表示姿态和角速度, 那么系统状态方程表示为

$$\dot{x} = f(x) + Bu. \quad (11)$$

在机动过程中考虑能量最省的性能指标, 于是将本文所要解决的问题归纳如下:

$$\min J = \int_{t_0}^{t_f} u^T u dt;$$

$$\text{s.t. } \dot{x} = f(x) + Bu, \quad x(t_0) = x_0,$$

$$x(t_f) = x_f, \quad q^T A q \leq 0,$$

$$q^T q = 1, \quad -\gamma_{\omega_i} \leq \omega_i \leq \gamma_{\omega_i},$$

$$-\gamma_{u_i} \leq u_i \leq \gamma_{u_i}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (12)$$

按照文献[13]中的方法,利用基于 Legendre-Gauss 点的全局插值多项式逼近状态和控制输入.中间插值节点表示为 $\kappa = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_K\}$, $\tau_i \in (-1, 1)$, 以及端点 $\tau_{K+1} = -1$, 共 $K+1$ 个插值节点, 有

$$\mathbf{x}(\tau) \approx \mathbf{X}(\tau) = \sum_{i=0}^K \mathbf{L}_i(\tau) \mathbf{x}(\tau_i), \quad (13)$$

$$\text{其中 } \mathbf{L}_i = \prod_{j=0, j \neq i}^K \frac{\tau - \tau_j}{\tau_i - \tau_j}.$$

动力学等式左边的状态微分可通过对式(13)微分得到, 即

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau_k) \approx \dot{\mathbf{X}}(\tau_k) = \sum_{i=0}^K \dot{\mathbf{L}}_i(\tau_k) \mathbf{x}(\tau_i) = \mathbf{D}\mathbf{X}, \quad (14)$$

其中 \mathbf{D} 的元素 $D_{i,k} = \dot{\mathbf{L}}_i(\tau_k)$. 于是, 微分约束可转换为易于解决的代数约束问题. 终端状态可表示为相对初始状态的积分, 根据状态动力学有

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}(\tau_0) + \int_{-1}^1 (f(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{u}) d\tau. \quad (15)$$

高斯积分离散近似为

$$\mathbf{x}(\tau_f) - \mathbf{x}(\tau_0) - \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^K \omega_k (f(\mathbf{x}_k) + \mathbf{B}\mathbf{u}_k) = 0, \quad (16)$$

其中 ω_k 为高斯积分系数.

对于控制而言, $\mathbf{u}(\tau_i) \in \mathbf{R}^3$ 没有微分形式, 因此任何满足 $\mathbf{u}(\tau_i) = \mathbf{U}(\tau_i)$ 性质的近似都可以, 但为了形式上的统一, 有

$$\mathbf{u}(t) \approx \mathbf{U}(\tau) = \sum_{i=1}^K \tilde{\mathbf{L}}_i(\tau) \mathbf{u}(\tau_i), \quad \tau_i \in \kappa. \quad (17)$$

于是, 目标函数可表示为

$$J = \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{i=1}^K \omega_i \mathbf{u}(\tau_i)^T \mathbf{u}(\tau_i). \quad (18)$$

通过伪谱转换, 可将式(12)中的积分项(a)转换成(18), 微分项转换成(14), 末端状态表示成(16), 加上(12)中原来的代数约束项, 形成一个新的非线性规划问题. 对此, 通过专门的非线性规划工具箱可很容易地求解问题的解.

值得注意的是, 这种伪谱转变方法虽然利用离散逼近将难以解决的优化控制问题转换成了容易求解的非线性规划问题, 但也正是这种非一致离散节点, 引入了另一个问题, 即对于节点之间的约束并未给出合适的处理, 从而导致节点之间不一定满足约束, 特别是中间稀疏节点之间更是如此. 因此, 在进行全局路径初步规划之后, 需要进行满足约束的局部姿态机动控制.

4 局部姿态机动控制

以全局路径规划节点为局部控制目标, 在到达当前目标节点提前设定的邻域内时, 控制目标切换到下

一节点, 依次切换最终达到全局控制目标的邻域内, 从而逐步完成整个机动过程. 这种设计有助于全局性能和局部性能的综合考虑, 使全局方法和局部方法更专注于处理各自擅长的问题, 如: 预测控制可选择较少的预测步数来处理局部控制. 文献[7]利用半定规划方法求解约束姿态机动, 主要问题是性能指标对于姿态机动过程没有实质性意义, 同时一步规划控制极易导致状态违反约束(执行机构控制能力有限, 易进入“必碰区”^[14]). 因此, 本节将利用预测控制思想推广文献[7]的方法, 同时对所受约束进行更深一步的研究.

求式(7)中矩阵 \mathbf{A} 的特征值为

$$\text{eig}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} -1 - \cos \theta \\ -1 - \cos \theta \\ 1 - \cos \theta \\ 1 - \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (19)$$

通过分析矩阵 \mathbf{A} 的特征值可知, 除了 $\theta = \pi$ 的特征值为非负以外, 其他情况都存在负数特征值. 在实际工程中 $\theta < \pi$, 可知矩阵 \mathbf{A} 为不定的. 根据凸函数以及凸约束的判定性质^[15]可知, 式(7)表示的姿态约束为非凸约束. 具有非凸约束的规划问题通常收敛较慢, 且不易收敛到全局解, 若要进行实时局部控制, 需要对其进行凸化处理.

用 $\lambda = \max(\text{eig}(-\mathbf{A}))$ 表示 $-\mathbf{A}$ 阵的最大特征值, 由于 $\|\mathbf{q}\|^2 = 1$, 有 $\mathbf{q}^T((\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4)\mathbf{q} = \lambda + \varepsilon$, 其中 $\varepsilon > 0$. 将其与式(7)两边同时相加, 可得

$$\mathbf{q}^T(\mathbf{A} + (\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4)\mathbf{q} \leq \lambda + \varepsilon. \quad (20)$$

由此可知对称阵 $(\mathbf{A} + (\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4)$ 的全部特征值大于 0, 即 $(\mathbf{A} + (\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4)$ 为正定阵, 于是左侧关于四元数 \mathbf{q} 的函数为凸函数. 根据文献[15]可知该不等式为凸约束. 需要对凸化映射作进一步了解, 可参考文献[7].

由于在变换过程是基于 $\|\mathbf{q}\|^2 = 1$ 的, 只要四元数在递推过程中完全满足归一化约束, 那么该凸化变换仅仅只是一个等价变换. 下面分析在四元数不满足归一化约束的情况. 很明显有

$$-\mathbf{q}^T((\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4)\mathbf{q} = -(\lambda + \varepsilon)\|\mathbf{q}\|^2,$$

然后将其代入式(20)的两端可得

$$\mathbf{q}^T \mathbf{A} \mathbf{q} \leq -(\lambda + \varepsilon)(\|\mathbf{q}\|^2 - 1).$$

当 $\|\mathbf{q}\|^2 > 1$ 时, $-(\lambda + \varepsilon)(\|\mathbf{q}\|^2 - 1) < 0$, 即式(20)的凸化变换引入了保守性, 该保守性与 $\|\mathbf{q}\|^2$, λ 以及 ε 的大小有关; 当 $\|\mathbf{q}\|^2 < 1$ 时, 情况与前者相反, 这时有 $-(\lambda + \varepsilon)(\|\mathbf{q}\|^2 - 1) > 0$. 式(20)表示的约束已放大了式(7)的范围, 不再完全满足真实的几何约束.

虽然非凸约束转化成了凸约束, 但状态方程的非线性却同样影响解的收敛情况. 将式(11)在航天器当

前状态处进行线性化, 有

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}_0) + \left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (21)$$

进而离散化可得

$$\mathbf{X}(k+1) = (\mathbf{I} + \Delta T\mathbf{A})\mathbf{X}(k) + \Delta T\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \Delta T\mathbf{F}_0. \quad (22)$$

为了表示动力学方程和运动学方程的级联特性, 将式(22)进一步转换成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}(k+2) \\ \boldsymbol{\omega}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1[\mathbf{q}(k+1), \boldsymbol{\omega}(k+1)]^T + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_1 \\ \boldsymbol{\Phi}_2[\mathbf{q}(k+1), \boldsymbol{\omega}(k)]^T + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_2 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

其中: $\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2$ 分别表示状态转移矩阵 $(\mathbf{I} + \Delta T\mathbf{A})$ 的前4行和后3行; $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ 分别表示控制矩阵 $\Delta T\mathbf{B}$ 的前4行和后3行; $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ 分别表示当前时刻常数矩阵 $\Delta T\mathbf{F}_0$ 的前4行和后3行.

以当前状态为初始状态, 以下一个 Legendre-Gauss 路径节点处状态为末状态. 设计性能目标函数为

$$J(k) = \mathbf{q}_e^T(k+N)\mathbf{R}\mathbf{q}_e(k+N) + \boldsymbol{\omega}_e^T(k+N-1)\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{\omega}_e(k+N-1) + \sum_{i=1}^N \mathbf{u}(k+i-1)^T \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{u}(k+i-1), \quad (24)$$

其中 $\mathbf{R}, \boldsymbol{\Xi}, \boldsymbol{\Gamma}$ 为正定阵. 将上式中的部分表达式转化为

$$J(k) = \mathbf{q}^T(k+N)\mathbf{G}\mathbf{q}(k+N) + \boldsymbol{\omega}_e^T(k+N-1)\boldsymbol{\Xi}\boldsymbol{\omega}_e(k+N-1) + \sum_{i=1}^N \mathbf{u}(k+i-1)^T \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{u}(k+i-1), \quad (25)$$

其中 $\mathbf{G} = \mathbf{Q}^T(\mathbf{q}_{fi})\mathbf{C}^T\mathbf{R}\mathbf{C}\mathbf{Q}(\mathbf{q}_{fi})$. 这里: \mathbf{q}_{fi} 为第 i 个目标节点, $\mathbf{C} = \text{diag}[0, 1, 1, 1]$ 表示对四元数取矢部, $\mathbf{Q}(\mathbf{q}_{fi}) = [\bar{\mathbf{q}}_{fi}, (q_{f0}\mathbf{I}_3 + [\bar{\mathbf{q}}_{fi} \times])^T]^T$.

状态方程约束为

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(k+i+1) &= \boldsymbol{\Phi}_1[\mathbf{q}(k+i), \boldsymbol{\omega}(k+i)]^T + \mathbf{B}_1\mathbf{u}(k+i-1) + \mathbf{F}_1, \\ \boldsymbol{\omega}(k+i) &= \boldsymbol{\Phi}_2[\mathbf{q}(k+i), \boldsymbol{\omega}(k+i-1)]^T + \mathbf{B}_2\mathbf{u}(k+i-1) + \mathbf{F}_2, \\ |\omega_j(k+i)| &\leq \gamma_{\omega_j}, \quad |u_j(k+i-1)| \leq \gamma_{u_j}, \\ j &= 1, 2, 3; \end{aligned} \quad (26)$$

路径约束为

$$\mathbf{q}(k+i+1)^T (\mathbf{A} + (\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4) \mathbf{q}(k+i+1) \leq \lambda + \varepsilon. \quad (27)$$

5 约束表达式的改进

由于状态方程的线性化, 四元数将不再满足归一化约束, 而路径约束不等式(27)是建立在四元数归一化基础之上的, 因此有必要对几何约束是否得到满足进行分析.

假设 $\boldsymbol{\Theta}$ 和 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}$ 分别为如下形式的反对称阵:

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \omega_0 & -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 \\ \omega_1 & \omega_0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_3 & \omega_0 & \omega_1 \\ \omega_3 & \omega_2 & -\omega_1 & \omega_0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\bar{\boldsymbol{\Theta}} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_0 & -\bar{\omega}_1 & -\bar{\omega}_2 & -\bar{\omega}_3 \\ \bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_3 & -\bar{\omega}_2 \\ \bar{\omega}_2 & -\bar{\omega}_3 & \bar{\omega}_0 & \bar{\omega}_1 \\ \bar{\omega}_3 & \bar{\omega}_2 & -\bar{\omega}_1 & \bar{\omega}_0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

这两个反对称阵之和仍为反对称阵, 而其乘积也为同形式的反对称阵. 由此可得, 形如 $\boldsymbol{\Theta}$ 和 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}$ 的反对称阵的加法和乘法运算仍为相同形式的反对称阵. 为了方便, 本文称对角线元素为零, 形如 $\boldsymbol{\Theta}$ 的反对称阵为零反对称阵; 对角线元素不为零, 形如 $\bar{\boldsymbol{\Theta}}$ 的反对称阵为非零反对称阵.

由式(22)和(23)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{k+2} &= (\mathbf{I} + \Delta T\mathbf{A}) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_{k+1} \end{bmatrix} + \Delta T \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{q}_{k+1} - \boldsymbol{\Lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} \right) = \\ &= \mathbf{q}_{k+1} + \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{q}_{k+1} + \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{k+1} - \mathbf{q}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_{k+1} - \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{q}_{k+1} + \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_{k+1} \mathbf{q}_{k+1}. \end{aligned} \quad (30)$$

同样,

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{k+3} &= (\mathbf{I} + \Delta T\mathbf{A}) \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{k+2} \\ \boldsymbol{\omega}_{k+2} \end{bmatrix} + \Delta T \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{q}_{k+1} - \boldsymbol{\Lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} \right) = \\ &= \mathbf{q}_{k+2} + \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{q}_{k+1} + \Delta T \boldsymbol{\Lambda} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{k+2} - \mathbf{q}_{k+1} \\ \boldsymbol{\omega}_{k+2} - \boldsymbol{\omega}_k \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{q}_{k+1} + \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_{k+1} \mathbf{q}_{k+1} + \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_k \mathbf{q}_{k+1} + \\ &= \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_k (\mathbf{q}_{k+2} - \mathbf{q}_{k+1}) + \\ &= \frac{1}{2} \Delta T \boldsymbol{\Omega}_{k+1} (\boldsymbol{\omega}_{k+2} - \boldsymbol{\omega}_k) = \\ &= \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2} \Delta T (\boldsymbol{\Omega}_{k+1} + \boldsymbol{\Omega}_{k+2}) \right) + \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}\Delta T^2\Omega_k\Omega_{k+1})\mathbf{q}_{k+1}. \quad (31)$$

假设

$$\mathbf{q}_{k+N-1} = \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2}\Delta T\mathbf{C}_1 + \frac{1}{4}\Delta T^2\Omega_k\mathbf{C}_2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\Delta T\right)^{N-2}\Omega_k^{N-3}\mathbf{C}_{N-2} \right)\mathbf{q}_{k+1}. \quad (32)$$

其中: $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \dots, \mathbf{C}_{N-1}$ 分别为 $\Delta T/2, (\Delta T/2)^2\Omega_k, \dots, (\Delta T/2)^{N-2}\Omega_k^{N-3}$ 的系数阵;

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{k+N} = & (\mathbf{I} + \Delta T\mathbf{A})[\mathbf{q}_{k+N-1}\boldsymbol{\omega}_{k+N-1}] + \\ & \Delta T\left(\frac{1}{2}\Omega_k\mathbf{q}_{k+1} - \mathbf{A}[\mathbf{q}_{k+1}\boldsymbol{\omega}_k]\right) = \\ & \mathbf{q}_{k+N-1} + \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k\mathbf{q}_{k+1} + \\ & \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k(\mathbf{q}_{k+N-1} - \mathbf{q}_{k+1}) + \\ & \frac{1}{2}\Delta T\Omega_{k+N-1}\mathbf{q}_{k+1} - \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k\mathbf{q}_{k+1} = \\ & \mathbf{q}_{k+N-1} + \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k\mathbf{q}_{k+N-1} + \\ & \frac{1}{2}\Delta T\Omega_{k+N-1}\mathbf{q}_{k+1} - \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k\mathbf{q}_{k+1} = \\ & \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k\right)\left(\mathbf{I} + \frac{1}{2}\Delta T\mathbf{C}_1 + \frac{1}{4}\Delta T^2\Omega_k\mathbf{C}_2 + \dots + \right. \\ & \left.\left(\frac{1}{2}\Delta T\right)^{N-2}\Omega_k^{N-3}\mathbf{C}_{N-2}\right)\mathbf{q}_{k+1} + \\ & \frac{1}{2}\Delta T\Omega_{k+N-1}\mathbf{q}_{k+1} - \frac{1}{2}\Delta T\Omega_k\mathbf{q}_{k+1} = \\ & \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2}\Delta T(\mathbf{C}_1 + \Omega_{k+N-1}) + \frac{1}{4}\Delta T^2\Omega_k(\mathbf{C}_2 + \mathbf{C}_1) + \right. \\ & \left.\left(\frac{1}{2}\Delta T\right)^3\Omega_k^2(\mathbf{C}_3 + \mathbf{C}_2) + \dots + \right. \\ & \left.\left(\frac{1}{2}\Delta T\right)^{N-2}\Omega_k^{N-3}(\mathbf{C}_{N-2} + \mathbf{C}_{N-3}) + \right. \\ & \left.\left(\frac{1}{2}\Delta T\right)^{N-1}\Omega_k^{N-2}\mathbf{C}_{N-2}\right)\mathbf{q}_{k+1}. \quad (33) \end{aligned}$$

由式(33)可知,除了 $\Delta T/2$ 的系数为每次加上上一预测步角速度形成的零反阵以及最后一项 $(\Delta T/2)^{N-1}\Omega_k^{N-2}$ 的系数总为 Ω_{k+1} 外,下一预测步各个系数矩阵可根据上一预测步的相邻系数矩阵相加得到.由式(30)和(31),根据式(33)中系数关系顺次往下递推,可得出系数矩阵 $\mathbf{C}_i(i=1,2,\dots,N-1)$ 皆为零反阵.

值得注意的是, Ω_k 的奇数次连乘仍为零反阵,偶数次连乘为对角阵,且对角线上的值相等.对角阵与零反阵相乘仍为零反阵.两个不同的零反阵相乘,结果为非零反阵,而非零反阵可表示为对角阵与零反阵之和.因此,导致非零反阵出现的情况为存在 Ω_k 的奇数次连乘的项.最终可将 \mathbf{q}_{k+N} 表示成

$$\mathbf{q}_{k+N} = (\mathbf{I} - \rho\mathbf{I} + \bar{\Omega}_{k+N})\mathbf{q}_{k+1}. \quad (34)$$

其中: $\bar{\Omega}_{k+N}$ 为零反阵, ρ 为一标量.则有

$$\|\mathbf{q}_{k+N}\|^2 =$$

$$\begin{aligned} & (1-\rho)^2\|\mathbf{q}_{k+1}\|^2 + \mathbf{q}_{k+1}^T\bar{\Omega}_{k+N}^T\bar{\Omega}_{k+N}\mathbf{q}_{k+1} \geq \\ & (1-\rho)^2\|\mathbf{q}_{k+1}\|^2. \quad (35) \end{aligned}$$

因此需要找到 ρ 的上界,并将式(27)更改为

$$\mathbf{q}^T(\mathbf{A} + (\lambda + \varepsilon)\mathbf{I}_4)\mathbf{q} \leq (\lambda + \varepsilon)(1 - \rho)^2 \quad (36)$$

才能真正满足实际约束.根据当前状态可以得到 Ω_k ,进而求出 $\Omega_k^n, n=1,2,\dots,N-2$.结合式(33)中的递推系数,可很容易计算出 ρ 的上界.

6 仿真与分析

假设航天器上安装有一个红外望远镜和一个星敏感器,在本体系下的方向矢量分别为 $\mathbf{r}_{B1}, \mathbf{r}_{B2}$;太阳方向矢量在惯性系下的分量为 \mathbf{r}_I .要求 \mathbf{r}_{B1} 与 \mathbf{r}_I 之间的最小夹角为 θ_1 , \mathbf{r}_{B2} 与 \mathbf{r}_I 之间的最小夹角为 θ_2 .航天器初始姿态和角速度分别为 $\mathbf{q}_{\text{init}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{init}}$;目标姿态和角速度分别为 $\mathbf{q}_f, \boldsymbol{\omega}_f$.所选择初末状态均满足姿态几何约束,初末状态之间的直接欧拉旋转路径违反姿态约束.星体惯性矩阵为 \mathbf{J} ,机动角速度的最大幅值为 ω_{max} ,控制力矩的最大幅值为 u_{max} .具体数值如表1所示.

表 1 仿真条件

变量	值
ω_{max}	0.01 rad/s
u_{max}	1 Nm
\mathbf{q}_f	[0.025 8, 0.025 8, 0.025 8, 0.999] ^T
$\boldsymbol{\omega}_f$	[0, 0, 0] ^T rad/s
\mathbf{q}_{init}	[0.5, 0.5, 0.5, 0.5] ^T
$\boldsymbol{\omega}_{\text{init}}$	[0, 0, 0] ^T rad/s
\mathbf{J}	diag [100, 200, 300] kg · m ²
θ_1	20°
θ_2	20°
\mathbf{r}_I	[0, 0, 1] ^T
\mathbf{r}_{B1}	[0.483, 0.837, 0.255 8] ^T
\mathbf{r}_{B2}	[0, 0.5, 0.866] ^T
\mathbf{R}	diag [1, 1, 1]
$\boldsymbol{\Xi}$	diag [10, 10, 10]
$\boldsymbol{\Gamma}$	diag [0.001, 0.001, 0.001]

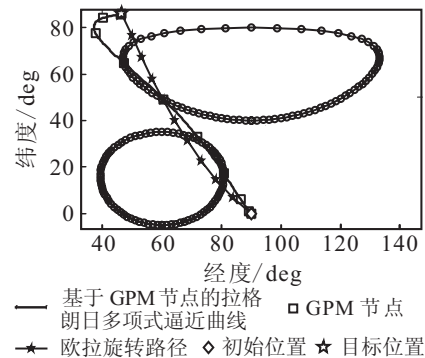


图 2 利用伪谱法得到的星下点轨迹

首先进行全局规划,结果如图2所示.图2中:上方区域为星敏感器视场,下方区域为红外敏感器视场.图2描绘了太阳在航天器质心天球上的星下点轨

迹, 包括初始状态和终端状态之间的直接欧拉旋转结果和利用伪谱法进行全局规划的结果. 将伪谱法规划出来的 Legendre-Gauss 路径节点按式(13)进行拉格朗日插值, 得到中间路径. 可以看到, 该路径在 Legendre-Gauss 节点上满足约束, 但 Legendre-Gauss 节点之间存在不满足约束的情况.

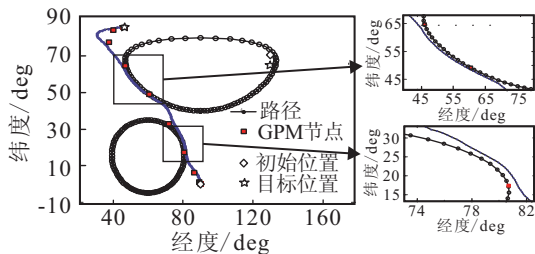


图3 局部节点跟踪控制下的星下点轨迹

局部节点跟踪控制仿真结果如图3所示, 采样周期为2s, 控制时域 $N = 6$. 图3中: 上方区域为星敏感器视场, 下方区域为红外敏感器视场. 从局部放大图可以看出, 太阳矢量在整个机动过程中, 并未进入到红外望远镜和星敏感器要求的视场范围内, 即在整个机动过程中满足几何约束.

接下来采用下式计算整个机动过程中的能量消耗:

$$P = \sum_{i=1}^K T(i)^T T(i).$$

其中: $T(i)$ 为每一控制周期上的输入力矩, K 为总的控制步数.

在相同条件下, 用文献[7]方法和本文方法仿真后得到的能量消耗分别为17.5889和5.4497, 后者仅为前者的30.98%.

图4为利用文献[7]方法得到的太阳中心在航天器质心天球上的星下点轨迹. 图4中: 上方区域为星敏感器视场, 下方区域为红外敏感器视场. 从局部放大图可以看出其存在进入红外敏感器视场的姿态节点, 即存在违反几何约束的情况, 在控制力矩幅值设置更小的情况下这种违反会更明显. 而本文方法能较好地满足几何约束, 如图3所示.

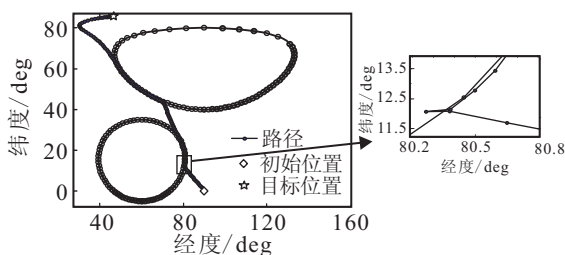


图4 文献[7]方法下的星下点轨迹

采样周期的选择对离散控制的控制品质影响较大. 采样周期越小, 控制越趋近于连续控制, 但有限的

星上计算资源期望控制周期不能太小, 而当控制周期增大到一定值后, 系统将会发散. 为了便于分析, 选择第6个伪谱法规划节点作为预测控制目标, 进行阶跃仿真, 姿态四元数标部时间历程曲线如图5所示. 从图5可知, 在表1中的权重矩阵 R , Ξ 和 Γ 下, 当采样周期为0.5s时, 存在较大的超调, 在采样周期为2.5s时, 控制品质较好; 而当持续增大采样周期到2.95s时, 曲线将出现较大振荡, 继续增大将出现失稳现象. 在控制周期为2.5s的情况下, 调整 $R = \text{diag}[10, 10, 10]$, $\Xi = \text{diag}[1, 1, 1]$, 则出现强烈振荡. 由此可知, 控制品质的好坏不但与采样周期有关, 还与权重矩阵相关, 需要根据实际情况进行合理的配置以达到较好的控制目的.

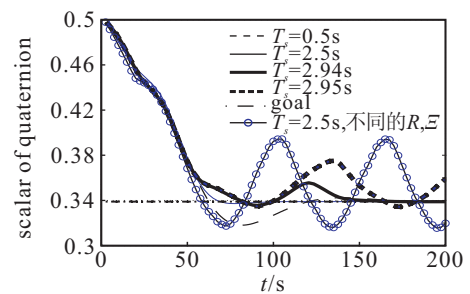


图5 在不同采样周期下的四元数标部时间历程曲线

7 结论

本文针对航天器姿态机动受几何约束的问题, 提出了全局规划与局部控制相结合的方法. 利用伪谱法求解全局姿态机动路径节点, 并用基于预测控制思想的控制方法顺次跟踪姿态节点. 此方法可在考虑姿态机动全局性能的同时, 保证局部约束的较好满足, 从而充分发挥全局和局部方法的优势. 预测控制思想的引入大大减小了姿态进入“禁区”的可能性. 仿真结果表明, 在改进局部约束满足的情况下, 本文方法在能量耗费上仅为文献[7]方法的1/3.

参考文献(References)

- [1] Mengali G, Quarta A A. Spacecraft control with constrained fast reorientation and accurate pointing[J]. The Aeronautical J, 2004, 108(1080): 85-91.
- [2] McInnes C R. Large-angle slew maneuvers with autonomous sun vector avoidance[J]. J of Guidance Control and Dynamics, 1994, 17(4): 875-877.
- [3] Avanzini G, Radice G, Ali I. Potential approach for constrained autonomous manoeuvres of a spacecraft equipped with a cluster of control moment gyroscopes[J]. J of Aerospace Engineering, 2009, 223(3): 285-296.
- [4] Wisniewski R, Kulczycki P. Slew maneuver control for spacecraft equipped with star camera and reaction wheels[J]. Control Engineering Practice, 2005, 13(3): 349-356.

- [5] Frazzoli E, Dahleh M A, Feron E, et al. A randomized attitude slew planning algorithm for autonomous spacecraft in AIAA guidance[C]. Navigation, and Control Conf and Exhibit. Montreal: AIAA, 2001: 1-8.
- [6] 仲维国, 崔平远, 崔祜涛. 航天器复杂约束姿态机动的自主规划[J]. 航空学报, 2007, 25(5): 1091-1097. (Zhong W G, Cui P Y, Cui H T. Autonomous attitude maneuver planning for spacecraft under complex constraints[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(5): 1091-1097.)
- [7] Kim Y, Mesbahi M. Quadratically constrained attitude control via semidefinite programming[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(5): 731-735.
- [8] Kim Y, Mesbahi M, Singh G, et al. On the convex parameterization of constrained spacecraft reorientation[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2010, 46(3): 1097-1109.
- [9] Huntington G T, Rao A V. Optimal reconfiguration of spacecraft formations using the Gauss pseudospectral method[J]. J of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(3): 689-698.
- [10] Ross I M, Gong Q, Sekhvat P. Low-thrust, high-accuracy trajectory optimization[J]. J of Guidance Control and Dynamics, 2007, 30(4): 921-933.
- [11] Fleming A, Sekhvat P, Ross I M. Minimum-time reorientation of a rigid body[J]. J of Guidance Control and Dynamics, 2010, 33(1): 160-170.
- [12] Cheng X J, Cui H T, Cui P Y, et al. Large angular attitude maneuver of spacecraft under complex constraints[C]. The 3rd Int Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics. Harbin: ISSCAA, 2010: 1510-1514.
- [13] Shuster M D. A survey of attitude representations[J]. The J of the Astronautical Science, 1993, 41(4): 439-517.
- [14] LaValle S M. Planning algorithms[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2006: 796-797.
- [15] Boyd S, Vandenberghe L. Convex optimization[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 29-71.

(上接第718页)

- [13] San Roweis. Data for Matlab hackers[EB/OL]. [2010-5]. <http://cs.nyu.edu/~roweis/data.html>
- [14] Michael J Lyons, Shigeru Akamatsu, Miyuki Kamachi, et al. Coding facial expressions with gabor wavelets[C]. Proc of the 3rd IEEE Int Conf on Automatic Face and Gesture Recognition. Washington DC: IEEE Computer Society, 1998: 200-205.
- [15] Yang J, Frangi A F, Yang J Y, et al. KPCA plus LDA: A complete kernel fisher discriminant framework for feature extraction and recognition[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(2): 230-244.
- [16] He X F, Yan S C, Hu Y X, et al. Face recognition using laplacianfaces[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 328-340.
- [17] Kohavi R. A study of cross-validation and bootstrap for accuracy estimation and model selection[C]. Proc of Int Joint Conf on Artificial Intelligence. San Francisco: Morgan Kaufmann Publisher, 1995: 1137-1143.

(上接第723页)

- [6] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm: Explosion, stability and convergence in a multidimensional complex space[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [7] Sun J, Xu W B, Feng B. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization[C]. Proc of IEEE Conf on Cybernetics and Intelligent Systems. Singapore, 2004: 111-116.
- [8] Sun J, Xu W B, Feng B. Adaptive parameter control for quantum-behaved particle swarm optimization on individual level[C]. Proc of the 2005 IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics. Hawaii, 2005, 4: 3049-3054.
- [9] Liang J J, Qin A K. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2006, 10(3): 281-295.
- [10] Mikki S M, Kishk A A. Investigation of the quantum particle swarm optimization for electromagnetic application[C]. IEEE Antennas and Propagation Society Int Symposium. Washington, 2005, 2A: 45-48.
- [11] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm[C]. Proc of 1998 IEEE Int Conf on Evolutionary Computation. Piscataway, 1998: 1945-1950.