第 27 卷 第 6 期
Vol. 27 No. 6

控 制 与 决 策
Control and Decision

2012 年 6 月
Jun. 2012

文章编号: 1001-0920 (2012) 06-0861-05

基于整体判断的多层风险决策模型

杜元伟, 段万春, 孙永河

(昆明理工大学 管理与经济学院，昆明 650093)

摘 要: 针对现有研究难以解决具有一般性的多层风险决策问题, 在分析给出多层决策中知识表达具有整体判断特征命题的基础上, 基于整体判断思想提出了多层风险决策的建模思路及相关原理, 并针对其中的关键问题——决策信息的整合优化与方案前景价值的有机综合, 构建了相应的决策模型和决策定理. 数值模拟验证结果表明, 所提出的决策模型具有科学合理性和应用可行性.

关键词: 多层决策；风险决策；整体判断；决策模型

中图分类号: N94 **文献标识码:** A

Multi-level risk decision model based on holistic judgment

DU Yuan-wei, *DUAN Wan-chun*, *SUN Yong-he*

(Faculty of Management and Economics，Kunming University of Science and Technology，Kunming 650093，China. Correspondent：DU Yuan-wei，E-mail：duyuanwei@gmail.com)

Abstract: The general multi-level risk decision problem is hardly to be solved by current research. In order to overcome above drawbacks, a proposition that, knowledge is usually to be represented by holistic judgment is analyzed and proposed, and the modeling approach and the relative principle for multi-level risk decision are presented in terms of holistic judgment thinking. In modeling approach, corresponding decision models and decision theorems are constructed to resolve some key problems such as decision information integrated optimization or prospect value organic synthesis. Simulation results show that the presented decision models are scientific, reasonable and applicable.

Key words: multi-level decision；risk decision；holistic judgment；decision model

1 引 言

多层决策问题, 即决策单元之间有显著层次结构、决策执行过程有次序性、决策目标为自身利益最大化的排序选择问题, 广泛存在于诸如供应链上下游企业之间的价格谈判、企事业单位中人才的推荐与选拔、电信行业运营商与服务商之间的产品策划等现实经营管理活动之中. 针对该类问题, 已有学者从确定性决策视角开展了前期探索性研究, 如文献 [1-2] 提出了多层满意度交互决策方法; [3-4] 介绍了有/无模糊参数的交互式模糊规划方法; [5-6] 构建了交互补偿和两层交互式的模糊规划方法等.

由于上述研究并没有涉及多层决策中方案结果具有随机性的风险型问题, 文献 [7] 基于决策主体的有限理性特征提出了用于解决两层风险决策问题的交互式决策方法. 值得肯定的是, 文献 [7] 已将多层决策问题的研究方向由确定型决策引领至风险型决策, 并为该领域的进一步研究奠定了一定的理论基础. 但该方法仅能解决具有特殊性的两层决策问题, 而对于更具一般性的多层决策问题却无能为力. 考虑到在多层决策中负责实施决策行为的主体其类型跨度较大, 既可能涵盖掌握组织宏观运行方向的最高层领导, 又可能包括负责组织微观操作执行的最基层员工, 因而试图像其他同类方法一样从各个层次的决策主体中提取完全的、详尽的决策信息并不现实. 鉴于此, 本文基于整体判断思想提出了多层风险决策建模思路, 并针对其中的关键问题构建了相应的决策模型和决策定理.

收稿日期: 2010-11-29；**修回日期:** 2011-01-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71140016)；中国博士后科学基金面上项目(20110491760)；云南省应用基础研究计划项目(2011FZ021)；云南现代化管理与新型工业化研究基地前期研究课题(YNXXJD201101)；昆明理工大学组织行为与复杂行为决策创新团队支持计划.

作者简介: 杜元伟(1981−), 男, 副教授, 博士, 从事管理决策、信息融合的研究；段万春(1956−), 男, 教授, 博士生导师, 从事组织行为学等研究.

2 基本定义及有关命题

设方案集为 $\{A_k|k=1,\cdots,K\}$, 其中 A_k 可能出现的结果及概率为 $\Big\{(x_r^{(k)},p_r^{(k)})|r=1,\cdots,R_k,x_r^{(k)}\geqslant 0,\sum\limits_r p_r^{(k)}=1\Big\}$, 则对应于 A_k 的前景为 $P_k=(x_1^{(k)},p_1^{(k)};\cdots;x_{R_k}^{(k)},p_{R_k}^{(k)})$[7]. 设决策层次个数为 H, 其中第 h 层中的决策者及对应的决策权重可表示为

$$\Big\{(d_{l_h},\lambda_{l_h})|l_h=1,\cdots,L_h,\sum_{l_h=1}^{L_h}\lambda_{l_h}=1\Big\}.$$

由上至下各层对应的权重为 $\pi_1,\cdots,\pi_H\Big(\sum\limits_h\pi_h=1\Big)$. 因为 λ_{l_h} 与 π_h 分别反映的是同一层次内部决策者之间的相对重要程度和各个决策层次之间的相对重要程度, 所以将二者分别称为横向权重和纵向权重. 多层风险决策问题可描述为提取 $d_{l_h}\,(\forall l_h,\forall h)$ 决策信息并对 $P_k\,(\forall k)$ 进行排序的过程.

定义 1 设 $\{x_r|x_1\leqslant\cdots\leqslant x_R\}=\bigcup\limits_k\{x_1^{(k)},\cdots,x_{R_k}^{(k)}\}$, 若 $x_r=x_{r_k}^{(k)}\in\{x_1^{(k)},\cdots,x_{R_k}^{(k)}\}$, 则令 $p_{k\cdot r}=p_{r_k}^{(k)}$; 否则 $p_{k\cdot r}=0$, $\tilde{P}_k=(x_1,p_{k\cdot 1};\cdots;x_R,p_{k\cdot R})$ 称为标准前景.

定义 2 设 $v_r^{(l_h)}$ 和 $w_{k\cdot r}^{(l_h)}$ 是决策者 d_{l_h} 对标准前景 $\tilde{P}_k$ 中 x_r 和 $p_{k\cdot r}$ 确定出的结果价值和概率权重, 则称

$$V_k^{(l_h)}=\sum_r w_{k\cdot r}^{(l_h)}v_r^{(l_h)},\ \forall k,\forall l_h \tag{1}$$

为 d_{l_h} 对 $\tilde{P}_k$ 认知的前景价值. 若 $V_k^{(l_h)}\geqslant V_{k'}^{(l_h)}$, 则从 d_{l_h} 的角度 $\tilde{P}_k$ 不劣于 $\tilde{P}_{k'}$, 记为 $\tilde{P}_k\succeq\tilde{P}_{k'}$. 因 $v_r^{(l_h)}$ 将作为后文提取所有决策者决策信息的中间媒介变量, 故将其简记为 v_r.

定义 3 设 $O_{ij}^{(h)}=\{d_{l_h}|\tilde{P}_i^{(l_h)}\succeq\tilde{P}_j^{(l_h)},l_h=1,\cdots,L_h\}$, 则称 $e_{ij}^{(h)}=\sum\limits_{d_{l_h}\in O_{ij}^{(h)}}\lambda_{l_h}$ 为决策层 h 判断出的 $\tilde{P}_i$ 与 $\tilde{P}_j$ 之间的优势度. 特别地, $\forall\tilde{P}_i$ 与 $\forall\tilde{P}_j$ 之间优势度可表示为优势度矩阵 $E_h=(e_{ij}^{(h)})_{K\times K}$, $\forall h$; H 个决策层中认为 $\tilde{P}_i\succeq\tilde{P}_j$ 的决策者集可表示为 $O_{ij}=\bigcup\limits_h O_{ij}^{(h)}$.

定义 4 设 $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{Y}}'$ 二者为多目标决策问题 $\boldsymbol{P}=\{\min\Im_1(\boldsymbol{Y}),\cdots,\min\Im_H(\boldsymbol{Y})|\boldsymbol{Y}\in S,h=1,\cdots,H\}$ 的可行解, 则当且仅当 $\nexists\tilde{\boldsymbol{Y}}'\in S$ 满足式 (2) 条件时, $\tilde{\boldsymbol{Y}}$ 为该决策问题的 Pareto 最优解.

$$\begin{cases}\Im_h(\tilde{\boldsymbol{Y}}')\leqslant\Im_h(\tilde{\boldsymbol{Y}}),\ \forall h;\\ \Im_h(\tilde{\boldsymbol{Y}}')\neq\Im_h(\tilde{\boldsymbol{Y}}),\ \exists h.\end{cases} \tag{2}$$

定义 5 设多目标决策问题为 $\boldsymbol{P}$ (同定义 4), $\vec{\Im}_h=\max\{\Im_h(\boldsymbol{Y})|\boldsymbol{Y}\in S\}$, $\overleftarrow{\Im}_h=\min\{\Im_h(\boldsymbol{Y})|\boldsymbol{Y}\in S\}$, 则目标 $\Im_h(\boldsymbol{Y})$ 的满意度函数为

$$\wp_h(\boldsymbol{Y})=\begin{cases}0\,,\ \Im_h(\boldsymbol{Y})<\overleftarrow{\Im}_h;\\ \dfrac{\vec{\Im}_h-\Im_h(\boldsymbol{Y})}{(\vec{\Im}_h-\overleftarrow{\Im}_h)},\ \overleftarrow{\Im}_h\leqslant\Im_h(\boldsymbol{Y})\leqslant\vec{\Im}_h;\\ 1\,,\ \Im_h(\boldsymbol{Y})>\vec{\Im}_h.\end{cases} \tag{3}$$

命题 1 知识表达在多层决策过程中具有整体判断特征.

知识既包括能通过语言、文字、图表等方式明确表达出来的显性知识, 又包括“只能意会不能言传”但能反映经验、直觉等主观感知的隐性知识[8]. 由于显性知识相对于隐性知识仅是“冰山一角”, 人们虽然能够对外界事物作出整体判断 (如对部分方案进行优劣排序), 但却往往无法明确解释推理判断的理由 (如对结果价值大小的认知)[9]. 上述现象在多层决策中体现得尤为明显, 其原因在于内外部环境的复杂性. 决策者所居层次越高, 其决策行为越偏向于系统思考; 决策者所居层次越低, 则越依赖于直觉推断. 如企业总裁通常从长远发展视角制定发展战略, 而基层工人总是主观地评价战略的好坏. 鉴于此, 在多层决策过程中知识表达将具有整体判断特征.

3 建模思路及有关原理

为科学地进行多层风险决策, 首先邀请各层中的决策者 $d_{l_h}\,(\forall l_h,\forall h)$ 基于所掌握的知识对方案前景之间的优劣关系开展整体判断 (如 $\tilde{P}_k^{(l_h)}\succeq\tilde{P}_{k'}^{(l_h)}$); 然后结合横向权重 λ_{l_h} 按照定义 3 构建各层的优势度矩阵 $E_h=(e_{ij}^{(h)})_{K\times K}\,(\forall h)$, 再利用各层纵向权重 $\pi_h\,(\forall h)$ 以结果价值 $v_r\,(\forall r)$ 为中间媒介变量整合优化出能够最优集成各层决策信息且反映决策者风险偏好的前景价值 $\tilde{V}_k^{(l_h)}\,(\forall k,\forall l_h,\forall h)$; 最后通过有机综合所有决策者的前景价值 (称之为综合前景价值并标记为 $\tilde{V}_k^{(\cdot)},\forall k$) 对方案进行优劣排序. 其中, 决策信息的整合优化与前景价值的有机综合将在后文决策模型与决策定理中进行特别探讨. 遵循上述过程, 多层风险决策的建模思路具体可描述为图 1 形式.

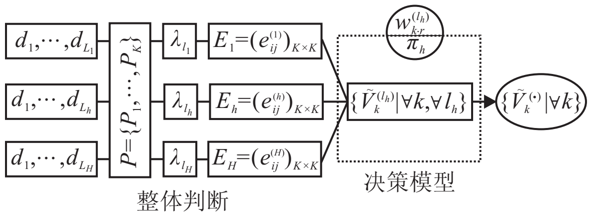

图 1 多层风险决策建模思路

需要注意以下两点:

1) 决策权重的分解. 组织中的权利总是按照由高层向低层的次序授予的, 故建议依据“层权递减、逐层分权”的原则确定横/纵向权重. 具体地, 反映层次之间权利支配关系的纵向权重 $\{\pi_h|\forall h\}$ 应由外部咨询专家结合组织结构状况确定 (显然, 权利总是更多

地掌握在高层手中, 即高层权重一定不小于低层权重, $\pi_1 \geqslant \cdots \geqslant \pi_H$), 而反映层次内部决策者相对重要程度的横向权重 $\{\lambda_{l_h}|\forall l_h, \forall h\}$ 应由其直接上层中的决策者按照任务与工作的重要程度予以确定. 无论是纵向权重还是横向权重, 其授权方法均可考虑采用层次分析法 (AHP), Delphi 法以及逼近理想排序法 (TOPSIS) 等相关的权重确定方法.

2) 概率权重的确定. 决策者风险偏好是通过概率权重反映的, 而概率权重实际上是结果出现概率对前景价值影响的主观感知程度, 通常固定不变[7, 10]. 概率权重可以使用参数法或非参数法予以确定, 具体可参照有关文献并结合决策实际情景选择合适的方法进行测度[10].

4　决策模型及决策定理

设各层决策者通过整体判断所得到的优势度矩阵为 $E_h = (e_{ij}^{(h)})_{K\times K}(\forall h)$, 则从最小化认知分歧视角构造获取最优结果价值的多层风险决策初始模型为

$$\min \Im_1(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{V}) = \sum_{i,j} e_{ij}^{(1)} x_{ij},$$

$$\vdots$$

$$\min \Im_H(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{V}) = \sum_{i,j} e_{ij}^{(H)} x_{ij}.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) v_r \geqslant 0, \\ \quad \forall d_{l_h},\ \sum_h e_{ij}^{(h)} = H; \\ \sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) v_r + M x_{ij} \geqslant 0, \\ \quad d_{l_h} \in O_{ij},\ \sum_h e_{ij}^{(h)} < H; \\ \sum_r v_r = C; \\ v_r \geqslant v_{r-1},\ r \neq 1;\ x_{ij} = 0, 1. \end{cases} \tag{4}$$

其中: x_{ij} 用于寻求并剔除最不重要的分歧信息; M 为相当大的正数 ($M \to \infty$); $\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)}$ 为 d_{l_h} 对 $p_{i\cdot r}$ 感知的概率权重常量; v_r 为 x_r 的结果价值变量; $v_r \leqslant v_{r+1}$ 反映结果价值递增关系. 记 $X = (x_{ij}|\forall i, \forall j)$, $V = (v_r|\forall r)$, 初始模型所有约束为 S. 特别地, 类似于多属性决策中属性权重归一化思想, 构建 $\sum_r v_r = C$, 其中 C 是用于消除量纲影响的正常数 (当然 C 可以等于 1).

定理 1　C 的取值会使初始模型最优结果价值发生常数倍变化, 但对最优目标函数值并无影响.

证明　假设当 $\sum_r v_r = C$ 与 $\sum_r v_r = C'(C, C' > 0$ 且 $C \neq C')$ 时初始模型结果价值最优解分别为 $\tilde{\boldsymbol{V}} = (\tilde{v}_r|\forall r)$ 和 $\tilde{\boldsymbol{V}}' = (\tilde{v}_r'|\forall r)$. 令 $v_r = (C/C')v_r'$, 则当 $\sum_h e_{ij}^{(h)} = H$ 时, 有

$$\sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) v_r =$$
$$\sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) \frac{C}{C'} v'_r \geqslant 0 \Leftrightarrow$$
$$\sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) v'_r \geqslant 0,\ \forall d_{l_h}.$$

因 $M' = (C'/C)M \to \infty$, 故当 $\sum_h e_{ij}^{(h)} < H$ 时, 存在

$$\sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) v_r + M x_{ij} =$$
$$\sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) \frac{C}{C'} v' + \frac{C}{C'}\Big(\frac{C'}{C} M\Big) x_{ij} \Leftrightarrow$$
$$\sum_r (\tilde{w}_{i\cdot r}^{(l_h)} - \tilde{w}_{j\cdot r}^{(l_h)}) v'_r + M' x_{ij},\ d_{l_h} \in O_{ij}.$$

另外, 有

$$\sum_r v_r = \sum_r \frac{C}{C'} v'_r = C \Leftrightarrow \sum_r v'_r = C',$$

$$\Big(v_r = \frac{C}{C'} v'_r\Big) \geqslant \Big(v_{r-1} = \frac{C}{C'} v'_{r-1}\Big) \Leftrightarrow v'_r \geqslant v'_{r-1},\ r \neq 1.$$

因此, 当 $\sum_r v_r = C$ 与 $\sum_r v_r = C'$ 时, 二者初始模型等价, 且 $v_r = (C/C')v'_r, \forall r$. □

由定义 5 得各层目标满意度函数 $\wp_h(\Im_h)(\forall h)$, 则各层关于 $v_r(\forall r)$ 的满意度平衡关系[5-7]可构建为

$$\wp_1(\Im_1)/\pi_1 \cong \wp_2(\Im_2)/\pi_2 \cong \cdots \cong \wp_H(\Im_H)/\pi_H. \tag{5}$$

为将初始模型转化为单目标决策问题, 采用 “max-min” 算子集成各层目标满意度. 该算子是为解决多目标决策问题而提出的一种已为众多学者广泛接受的目标综合集成函数[11], 它既能在集成过程中有效反映各个目标满意度的相对重要性权重 (纵向权重), 又不用像其他补偿算子一样必须主观判断出补偿度信息, 从而更有利于多层风险决策的科学客观地开展. 遵循 “max-min” 算子的构建思想, 设 $\kappa = \max\limits_{X\in S}\{\min\limits_{X\in S}\{\wp_h(\Im_h)/\pi_h\}\}$, $\kappa_h (\geqslant 0)$ 为 $\wp_h(\Im_h)$ 可提高幅度, 令 $\wp_h(\Im_h)/\pi_h = \kappa + \kappa_h$, δ 为一充分小的正数. 基于上述参数, 集成 $\wp_h(\Im_h)/\pi_h$ 的补偿算子 $\ell = \min\{\wp_1(\Im_1)/\pi_1, \cdots, \wp_H(\Im_H)/\pi_H\} + \delta \sum_h [\pi_h \wp_h(\Im_h)/\pi_h] = (1+\delta)\kappa + \delta \sum_h \pi_h \kappa_h$. 基于算子 ℓ 构建求解初始模型某一可行解的中间模型为

$$\max\ \ell = (1+\delta)\kappa + \delta \sum_h \pi_h \kappa_h.$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i,j} e_{ij}^{(h)} x_{ij} = \vec{\Im}_h - (\vec{\Im}_h - \overleftarrow{\Im}_h)(\kappa + \kappa_h),\ \forall h; \\ \pi_h(\kappa + \kappa_h) \leqslant 1,\ \forall h; \\ (\boldsymbol{X}, \boldsymbol{V}) \in S,\ \kappa \geqslant 0,\ \kappa_h \geqslant 0, \forall h. \end{cases} \tag{6}$$

其中: 前两项约束是结合 $\wp_h(\Im_h)/\pi_h = \kappa + \kappa_h$ 与式 (3) 构造的.

定理 2 记 $\tilde{\boldsymbol{Q}}=(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 为中间模型最优解向量, 则 $(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 必为初始模型可行解. 其中: $\tilde{\boldsymbol{X}}=(\tilde{x}_{ij}|\forall i,\forall j)$, $\tilde{\boldsymbol{R}}=(\tilde{\kappa},\tilde{\kappa}_1,\cdots,\tilde{\kappa}_H)$, $\tilde{\boldsymbol{V}}=(\tilde{v}_r|\forall r)$.

证明 假设 $(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 并非初始模型的可行解, 则必有 $(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{V}})\notin S$. 而 $(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 为中间模型最优解, 必然满足其约束条件中所有约束, 其中包括约束 $(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{V}})\in S$. 这与假设矛盾. □

定理 3 记 $\tilde{\varepsilon}^*$ 和 $\tilde{\boldsymbol{T}}^*=(\tilde{\boldsymbol{X}}^*,\tilde{\boldsymbol{V}}^*)$ 分别为如下计算模型的最优目标函数值与最优解:

$$\max\ \varepsilon=\sum_{h,i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-x_{ij}).$$
$$\text{s.t.}\begin{cases}\displaystyle\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-x_{ij})\geqslant 0,\ \forall h;\\ (\boldsymbol{X},\boldsymbol{V})\in S.\end{cases}\tag{7}$$

$\tilde{\boldsymbol{Q}}=(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 为中间模型最优解, 则 $(\tilde{\boldsymbol{X}}^*,\tilde{\boldsymbol{V}}^*)$ 必为初始模型 Pareto 最优解. 其中: $\tilde{\boldsymbol{X}}^*=(\tilde{x}_{ij}^*|\forall i,\forall j)$, $\tilde{\boldsymbol{V}}^*=(\tilde{v}_r^*|\forall r)$.

证明 假设 $(\tilde{\boldsymbol{X}}^*,\tilde{\boldsymbol{V}}^*)$ 并非初始模型 Pareto 最优解, 则由定义 4 可推知必存在 $(\tilde{\boldsymbol{X}}',\tilde{\boldsymbol{V}}')\in S$ 且满足

$$\begin{cases}\displaystyle\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}'_{ij}-\tilde{x}^*_{ij})\leqslant 0,\ \forall h;\\ \displaystyle\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}'_{ij}-\tilde{x}^*_{ij})<0,\ \exists h.\end{cases}$$

其中: $\tilde{\boldsymbol{X}}'=(\tilde{x}'_{ij}|\forall i,\forall j)$, $\tilde{\boldsymbol{V}}'=(\tilde{v}'_r|\forall r)$. 将上式与计算模型第 1 个约束进行比较可知

$$\begin{cases}\displaystyle\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-\tilde{x}'_{ij})\geqslant\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-\tilde{x}^*_{ij})\geqslant 0,\ \forall h;\\ \displaystyle\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-\tilde{x}'_{ij})>\sum_{i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-\tilde{x}^*_{ij})\geqslant 0,\ \exists h.\end{cases}$$

由此可见, $(\tilde{\boldsymbol{X}}',\tilde{\boldsymbol{V}}')$ 能满足计算模型的所有约束. 此时有

$$\sum_{h,i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-\tilde{x}'_{ij})>\sum_{h,i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-\tilde{x}^*_{ij}).$$

故对应于 $(\tilde{\boldsymbol{X}}',\tilde{\boldsymbol{V}}')$ 的计算模型最优目标函数值 $\tilde{\varepsilon}'>\tilde{\varepsilon}^*$. 因此, $\tilde{\varepsilon}^*$ 并非计算模型最优目标函数值, 与假设矛盾. □

推论 1 记 $\tilde{\varepsilon}^*$ 和 $\tilde{\boldsymbol{T}}^*=(\tilde{\boldsymbol{X}}^*,\tilde{\boldsymbol{V}}^*)$ 分别为计算模型的最优目标函数值与最优解, $\tilde{\boldsymbol{Q}}=(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{R}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 为中间模型最优解, 则当 $\tilde{\varepsilon}^*=0$ 时 $(\tilde{\boldsymbol{X}}^*,\tilde{\boldsymbol{V}}^*)$ 与 $(\tilde{\boldsymbol{X}},\tilde{\boldsymbol{V}})$ 等价且均为初始模型 Pareto 最优解.

由 $\displaystyle\sum_{h,i,j}e_{ij}^{(h)}(\tilde{x}_{ij}-x_{ij})=0$ 即可证得推论 1, 此略.

由上述定理和推论求解出能够平衡各层满意度关系的最优结果价值, 在此基础上, 结合概率权重, 由式 (2) 计算出反映决策者风险偏好的前景价值 $\tilde{V}_k^{(l_h)}$ $(\forall k,\forall l_h,\forall h)$. 显然, 欲对所有方案前景进行全排序, 还须通过有机整合 $\tilde{V}_k^{(l_h)}$ $(\forall k,\forall l_h,\forall h)$ 算得综合前景价值 $\tilde{V}_k^{(\cdot)}$ $(\forall k)$. 考虑到综合 d_{l_h} 横向与纵向权重的全局权重为 $\pi_h\lambda_{l_h}$, 以寻求令所有决策者对前景价值认知偏差最小为目标的综合前景价值集成函数为

$$\min\ \aleph=\sum_{h,l_h,k}[\pi_h\lambda_{l_h}(\tilde{V}_k^{(\cdot)}-\tilde{V}_k^{(l_h)})]^2.\tag{8}$$

定理 4 能够系统整合各层决策者前景价值信息的综合前景价值为

$$\tilde{V}_k^{(\cdot)}=\sum_{h,l_h}[(\pi_h\lambda_{l_h})^2\tilde{V}_k^{(l_h)}]\Big/\sum_{h,l_h}(\pi_h\lambda_{l_h})^2,\ \forall k.\tag{9}$$

由式 (8) 对变量求一阶偏导为 0 即可证明定理 4 成立, 此略.

5 数值模拟分析

为验证多层风险决策模型的有效性, 引入一数值模拟例子. 设方案集为 $\{A_k|k=1,\cdots,6\}$, 决策者集为 $\{d_{l_h}|l_h=1,\cdots,4;h=1,\cdots,4\}$, 横向权重为 $\lambda_{l_h}=0.25\,(\forall l_h,\forall h)$, 纵向权重为 $\pi_1=\pi_2=0.3$, $\pi_3=\pi_4=0.2$. 各个方案对应的前景信息如表 1 所示.

表 1 方案前景中的结果与概率

方案前景	结果与前景			
	$(x_1^{(k)},\ p_1^{(k)})$	$(x_2^{(k)},\ p_2^{(k)})$	$(x_3^{(k)},\ p_3^{(k)})$	$(x_4^{(k)},\ p_4^{(k)})$
P_1	(0.10, 0.10)	(0.40, 0.30)	(0.70, 0.40)	(1.00, 0.20)
P_2	(0.20, 0.20)	(0.30, 0.30)	(0.60, 0.40)	(0.90, 0.10)
P_3	(0.10, 0.30)	(0.50, 0.20)	(0.70, 0.30)	(0.80, 0.20)
P_4	(0.10, 0.10)	(0.60, 0.70)	(0.80, 0.10)	(1.00, 0.10)
P_5	(0.20, 0.30)	(0.40, 0.20)	(0.70, 0.30)	(0.90, 0.20)
P_6	(0.20, 0.40)	(0.30, 0.10)	(0.50, 0.30)	(0.80, 0.20)

假设各层决策者的概率权重均遵从如下函数关系:

$$w_{k\cdot r}=(p_{k\cdot r})^{\upsilon}/[(p_{k\cdot r})^{\upsilon}+(1-p_{k\cdot r})^{\upsilon}]^{1/\upsilon},\ \forall k,\ \forall r,\tag{10}$$

并且与 $\upsilon=0.66$ 所对应的为最优反映决策群体风险偏好的标准概率权重, 最优反映结果贡献程度的标准结果价值遵从 $v_r=(x_r)^{0.88}$ 关系.

基于标准概率权重与标准结果价值计算可得到标准前景价值 $(\bar{V}_1,\cdots,\bar{V}_6)$ 及标准排序 (见表 4 中第 1 和第 2 行). 之所以虚拟给出上述标准信息, 既是为生成具有一般性的模拟决策信息, 也是为与模型模拟求解结果进行对比分析.

设各层决策者的概率权重同样满足式 (10) 形式, 但参数 υ 是在 $[0.66\pm 0.15]$ 偏差内服从均匀分布的随机值, 故利用 Matlab 中 unifrnd 函数模拟生成如表 2 所

表 2 决策者的概率权重参数

决策层次	概率权重参数 (υ)			
	$l_h=1$	$l_h=2$	$l_h=3$	$l_h=4$
$h=1$	0.75	0.77	0.57	0.76
$h=2$	0.67	0.68	0.60	0.57
$h=3$	0.62	0.70	0.65	0.58
$h=4$	0.79	0.69	0.58	0.56

示的各层决策者概率权重参数, 在此基础上, 结合式(10) 即可得到相应的概率权重.

为模拟现实决策中整体判断行为, 由下述程序生成存在认知偏差和局限的优势度矩阵:

1) 利用 $\hat{V}_k^{(l_h)} = \gamma_{l_h} \bar{V}_k$ 生成可能由决策者 d_{l_h} 整体判断出的前景价值;

2) 随机抽取 $(\hat{V}_k^{(l_h)} | k = 1, \cdots, 6)$ 中的 3 个元素, 并将其数值大小关系作为由 d_{l_h} 判断出的方案前景之间的优劣关系;

3) 按照定义 3 得到如表 3 所示的各层优势度矩阵 $E_h = (e_{ij}^{(h)})_{6\times 6}, h = 1, \cdots, 4$.

γ_{l_h} 是位于 $[1 - h/12, 1 + h/12]$ 内的随机数, 用于反映纵向权重中高层权重不小于低层权重的授权思想 (由 rand 函数生成).

表 3　优势度矩阵

$E_1 =$	$E_2 =$
$\begin{bmatrix} 1.00, 0.75, 0.25, 0.00, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.50, 1.00, 0.00, 0.00, 0.25 \\ 0.25, 0.25, 0.00, 1.00, 0.00, 0.00 \\ 0.25, 0.25, 0.00, 0.00, 1.00, 0.00 \\ 0.00, 0.25, 0.00, 0.00, 0.00, 1.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.00, 0.25, 0.00, 0.25, 0.50, 0.00 \\ 0.00, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.00, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.00, 0.00, 1.00, 0.25, 0.50 \\ 0.00, 0.25, 0.00, 0.50, 1.00, 0.50 \\ 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 1.00 \end{bmatrix}$
$E_3 =$	$E_4 =$
$\begin{bmatrix} 1.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.25 \\ 0.00, 1.00, 0.25, 0.00, 0.25, 0.00 \\ 0.00, 0.25, 1.00, 0.00, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.50, 0.25, 1.00, 0.25, 0.00 \\ 0.25, 0.25, 0.25, 0.00, 1.00, 0.25 \\ 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 0.00, 1.00 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.00, 0.25, 0.00, 0.50, 0.00, 0.25 \\ 0.00, 1.00, 0.00, 0.25, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.25, 1.00, 0.25, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.25, 0.25, 1.00, 0.00, 0.00 \\ 0.00, 0.00, 0.25, 0.25, 1.00, 0.00 \\ 0.00, 0.00, 0.00, 0.25, 0.00, 1.00 \end{bmatrix}$

特别地, 为与标准信息在同一量纲下进行对比, 令模型中 $C = \sum\limits_r v_r = \sum\limits_r (x_r)^{0.88} = 5.8$. 参照文献 [6], 令中间模型中算子 $\delta = 0.001$. 遵循前文思路, 首先基于表 1 和表 2 得到对应于各层决策者的概率权重 $w_{k\cdot r}^{(l_h)}$; 然后将 $w_{k\cdot r}^{(l_h)}$ 和表 3 中的优势度矩阵 E_h 代入中间模型和计算模型得到模拟最优结果价值, 并由此推知对应于各层决策者的模拟前景价值 $\tilde{V}_k^{(l_h)}$ $(\forall k, \forall l_h, \forall h)$; 最后由定理 4 算得模拟综合前景价值 $\tilde{V}_k^{(\cdot)}$ $(\forall k)$ 及模拟前景排序 (详见表 4 中第 3 和第 4 行).

表 4　标准排序与模拟排序的结果对比

方案前景	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
$\bar{V}_k$	0.709	0.582	0.635	0.708	0.712	0.544
标准排序	2nd	5th	4th	3rd	1st	6th
$\tilde{V}_k^{(\cdot)}$	0.698	0.621	0.622	0.623	0.773	0.620
模拟排序	2nd	5th	4th	3rd	1st	6th

由上述模拟决策过程可知, 虽然方案的模拟前景价值与标准前景价值之间存在一定偏差, 但从整体效果上看这些偏差都位于较小邻域内, 能够保证模拟排序与标准排序具有一致性. 更进一步, 只要各层决策者基于所掌握的知识以整体判断的方式给出部分方案之间的优劣排序, 利用本文决策模型一定能够得到较为合理甚至完全科学的方案排序.

需要说明的是:

1) 方案排序的科学合理程度与由决策者给出的决策信息的完善程度有关. 当决策信息足够完善时, 依据本文决策模型能够得到完全科学的方案排序; 而当决策信息完善程度有所下降时, 本文模型亦能从系统整体优化的视角得到在特定信息条件下最为合理的方案前景排序 (见文中定理与推论).

2) 本文仅简单地以含有 6 个方案的数值例子从理论上对提出的决策模型予以有效性验证, 而现实决策中, 组织内外部环境的复杂性可能导致备选方案数量众多, 在此种情景下本文模型因能够充分融合显性/隐性知识的整体判断优势而更具实用性. 因此, 本文模型不仅从理论层面具有科学合理性, 而且从实践层面也具有应用的可行性.

6　结　论

针对多层决策问题, 已有学者从确定性决策及两层风险性决策视角开展了探索性研究, 但均难以解决更具一般性的多层风险决策问题. 对此, 本文首先分析并给出了多层决策中知识表达具有整体判断特征的命题; 然后基于整体判断思想提出了多层风险决策的建模思路和相关原理, 并针对决策信息的整合优化与前景价值的有机综合构建了相应的决策模型 (初始模型、中间模型以及计算模型) 和决策定理; 最后通过引入一数值模拟例子验证了本文模型的科学合理性和应用可行性. 值得说明的是, 本文模型虽然侧重于解决各层决策者对部分方案以大小排序方式给出整体判断信息的普遍性决策问题, 但其亦能处理决策者整体判断信息较为详细 (即不仅能够给出方案之间的优劣排序信息, 而且还可以给出与全部或部分优劣排序相对应的优劣程度信息) 的特殊性决策问题, 处理方法是将优劣程度决策信息融入优势度矩阵即可.

参考文献(References)

[1] Lai Y J. Hierarchical optimization: A satisfactory solution[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 77(3): 321-35.

[2] Shih H S, Lai Y J, Lee E S. Fuzzy approach for multi-level mathematical programming problems[J]. Computers and Operational Research, 1996, 23(1): 73-91.

[3] Sakawa M, Nishizaki I, Uemura Y. Interactive fuzzy programming for multi-level linear programming problems with fuzzy parameters[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 109(1): 3-19.

[4] Sakawa M, Nishizaki I. Interactive fuzzy programming for decentralized two-level linear programming problems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 125(3): 301-15.

(下转第870页)