

文章编号: 1001-0920(2012)06-0891-04

## 基于SINS的杆臂效应误差补偿方法研究

孙伟<sup>1</sup>, 孙枫<sup>2</sup>

(1. 辽宁工程技术大学 测绘与地理科学学院, 辽宁 阜新 123000; 2. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对捷联惯性导航系统(SINS)中杆臂效应误差补偿的实时性问题, 提出一种新的杆臂效应误差补偿方法. 将杆臂长度扩充为系统的状态变量, 通过实时估计杆臂长度来补偿杆臂效应误差; 分析了杆臂误差效应产生的原因, 并对该方案进行了理论推导、分析和仿真. 与传统杆臂效应误差补偿法相比, 所提出的方法不仅能准确实时地估计出杆臂长度, 而且能有效地提高惯导系统的对准精度.

**关键词:** 捷联惯导系统; 初始对准; 杆臂效应; 误差补偿

中图分类号: U666.12

文献标识码: A

## Research on error compensation methods of lever arm effect based on SINS

SUN Wei<sup>1</sup>, SUN Feng<sup>2</sup>

(1. School of Geomatics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China; 2. Automation College, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China. Correspondent: SUN Wei, E-mail: sunwei-3775235@163.com)

**Abstract:** According to the real time of the lever arm error compensation in strapdown inertial navigation system, a novel lever arm effect error compensation method is proposed in this paper. The length of lever arm is used as the state variable, and the lever arm effect error is compensated by estimating the lever arm length in real time. The cause of lever arm effect is analyzed, derived and analyzed theoretically, and demonstrated via simulation. The simulation results show that, compared with the conventional error compensation method, the presented scheme not only can estimate the lever arm length precisely, but also can improve the accuracy of alignment effectively.

**Key words:** strapdown inertial navigation system; initial alignment; level arm effect; error compensation

### 1 引言

杆臂效应是捷联惯导系统(SINS)中由于惯性测量组件的安装位置与载体摇摆运动中心不重合产生离心加速度和切向加速度, 导致加速度计产生测量误差<sup>[1]</sup>. 文献[2-3]对杆臂效应产生的机理进行了详细的推导, 并深入地研究了惯导系统中的杆臂效应误差. 文献[4-5]给出了杆臂效应力学补偿法的模型并利用实验验证了力学补偿法的可行性. 杆臂效应力学补偿法的前提是杆臂长度已知, 但在实际中由于船体变形、惯导系统设计的安装参数与实际情况有差异等原因, 杆臂矢量的数值会发生变化<sup>[6-7]</sup>. 因此, 需要对杆臂的长度进行实时估计, 获得较为精确的杆臂长度以实现杆臂效应误差的实时补偿. 对此, 本文提出一种通过实时估计杆臂长度的杆臂误差补偿方法. 仿真

结果表明了该方法的有效性.

### 2 杆臂效应误差

为了详细地阐述捷联惯导系统中杆臂效应误差产生的原因, 引入惯性坐标系( $O_i X_i Y_i Z_i$ )和载体坐标系( $O_b X_b Y_b Z_b$ )构建如图1所示的杆臂效应原理. 其中 $\omega_{ib}$ 为载体相对惯性空间的转动角速度.

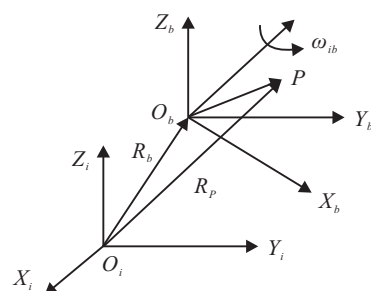


图1 杆臂效应原理图

收稿日期: 2010-11-28; 修回日期: 2011-02-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60834005, 60775001).

作者简介: 孙伟(1984—), 男, 讲师, 博士, 从事捷联惯性导航系统的研究; 孙枫(1944—), 男, 教授, 博士生导师, 从事捷联惯性导航系统等研究.

设定  $O_b$  为载体的摇摆运动中心, 加速度计安装在载体坐标系中的固定点  $P$  处.  $R_o$  为载体坐标系的原点位置矢量,  $R_p$  为  $P$  点相对于惯性坐标系原点的位置矢量.

杆臂效应可以表示为<sup>[2]</sup>

$$\begin{aligned} (d^2 R_P / dt^2)_i = & \\ (d^2 R_o / dt^2)_i + (d^2 r_P / dt^2)_b + \dot{\omega}_{ib} \times r_P + & \\ 2\omega_{ib}(r_P / dt)_b + \omega_{ib} \times (\omega_{ib} \times r_P). & \end{aligned} \quad (1)$$

考虑载体为刚体<sup>[8]</sup>, 对式 (1) 进行化简, 有

$$\begin{aligned} (d^2 R_P / dt^2)_i = (d^2 R_o / dt^2)_i + \dot{\omega}_{ib} \times r_P + & \\ \omega_{ib} \times (\omega_{ib} \times r_P). & \end{aligned} \quad (2)$$

因此, 杆臂效应引起的干扰加速度在载体坐标系的投影可以表示为

$$\delta f^b = \dot{\omega}_{ib}^b \times r_P^b + \omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_P^b). \quad (3)$$

在捷联惯导系统中, 特别是当载体处于大动态环境条件时, 杆臂效应的影响非常严重. 对舰船而言, 当摇摆不严重时, 杆臂效应误差引起的系统水平对准误差可达  $2^\circ \sim 3^\circ$ . 因此在高精度捷联惯导系统中, 杆臂效应误差是不容忽视的, 必须对其进行补偿<sup>[9]</sup>.

### 3 杆臂效应误差的力学补偿法

力学补偿法是根据载体摇摆的角速率和姿态角信息估计出杆臂长度, 再根据动力学原理计算出干扰加速度, 最后对加速度计的输出生进行补偿. 力学补偿法的关键是如何精确地测量出杆臂长度. 杆臂矢量通常可以根据安装参数测得. 但由于不确定性杆臂<sup>[10]</sup>的存在, 杆臂矢量的数值会发生变化. 需要对杆臂长度进行重新估计.

载体处于系泊状态时, 加速度计敏感的比力包括重力分量和杆臂效应引起的干扰加速度 (近似认为舰船没有线运动), 即

$$f^b = -C_n^b g^n + \delta f^b. \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \delta f^b = \dot{\omega}_{ib}^b \times r_P^b + \omega_{ib}^b \times (\omega_{ib}^b \times r_P^b) = & \\ \{[\dot{\omega}_{ib}^b \times] + [\omega_{ib}^b \times][\omega_{ib}^b \times]\} r_P^b, & \end{aligned}$$

$[\dot{\omega}_{ib}^b \times]$  和  $[\omega_{ib}^b \times]$  分别为  $\dot{\omega}_{ib}^b$  和  $\omega_{ib}^b$  的反对称矩阵. 记  $M = \{[\dot{\omega}_{ib}^b \times] + [\omega_{ib}^b \times][\omega_{ib}^b \times]\}$ , 则有

$$\delta f^b = M r_P^b. \quad (5)$$

利用两个不同时刻  $t_1$  和  $t_2$  解算得到的捷联矩阵  $C_{b1}^n$  和  $C_{b2}^n$ , 将加速度计测量的比力值  $f_1$  和  $f_2$  转换到导航坐标系, 即

$$C_{b1}^n f_1^b = -g_1^n + C_{b1}^n \delta f_1^b, \quad (6)$$

$$C_{b2}^n f_2^b = -g_2^n + C_{b2}^n \delta f_2^b. \quad (7)$$

忽略地球自转的影响, 系泊状态下重力加速度在导航坐标系的大小和方向不变, 即仍为  $g_1^n$  和  $g_2^n$ . 结合式 (6) 和 (7), 有

$$C_{b1}^n f_1^b - C_{b2}^n f_2^b = C_{b1}^n \delta f_1^b - C_{b2}^n \delta f_2^b, \quad (8)$$

将式 (5) 代入 (8), 得

$$C_{b1}^n f_1^b - C_{b2}^n f_2^b = (C_{b1}^n M_1 - C_{b2}^n M_2) r_P^b. \quad (9)$$

对式 (9) 进行变换, 得

$$r_P^b = (C_{b1}^n M_1 - C_{b2}^n M_2)^{-1} (C_{b1}^n f_1^b - C_{b2}^n f_2^b). \quad (10)$$

先由式 (10) 计算得到杆臂长度, 然后即可按式 (3) 对杆臂效应误差引起的干扰加速度进行补偿.

### 4 改进的杆臂效应补偿方法

受舰船外形和有效荷载的影响, 舰船摇摆中心相对船体的位置是变化的, 所以在对准和导航过程中对杆臂长度进行实时估计以补偿杆臂效应具有重要意义<sup>[11]</sup>.

#### 4.1 系泊状态下的系统误差方程

舰船处于系泊状态时, 载体的线速度和线加速度均为零. 将惯导系统的误差方程<sup>[12]</sup>进行简化得到系统误差方程为

$$\begin{cases} \delta \dot{V}^{n'} = g^{n'} \times \phi - 2\omega_{ie}^{n'} \times \delta V^{n'} + \\ C_b^{n'} \delta f^b + C_b^{n'} \nabla^b, \\ \dot{\phi} = -\omega_{ie}^{n'} \times \phi + \delta \omega_{ie}^{n'} + C_b^{n'} \varepsilon^b, \\ \dot{\nabla}^b = 0, \dot{\varepsilon}^b = 0, \dot{r}^b = 0. \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $n'$  为计算导航坐标系;  $b$  为载体坐标系;  $\delta V$  和  $\phi$  分别为载体的速度和姿态误差;  $\omega_{ie}^{n'}$  为地球自转角速率在  $n'$  系中的投影;  $\delta \omega_{ie}^{n'}$  为计算误差;  $g^{n'}$  为重力加速度在  $n'$  系中的投影;  $\delta f^b$  为杆臂干扰加速度;  $\nabla^b$ ,  $\varepsilon^b$ ,  $r^b$  分别为加速度计常值零偏、陀螺常值漂移和杆臂长度在  $b$  系的投影;  $C_b^{n'}$  为捷联矩阵.

#### 4.2 滤波模型的建立

在捷联惯导系统的解算过程中, 采用卡尔曼滤波器完成杆臂长度的最优估计<sup>[13]</sup>. 为了使捷联惯导系统的误差方程适合卡尔曼滤波模型, 将加速度计误差和陀螺漂移扩充为状态变量. 此时系统状态方程可以写成如下形式:

$$\dot{X} = AX + BW. \quad (12)$$

其中: 状态变量和噪声向量分别为

$$\begin{aligned} X = [\delta V_e \quad \delta V_n \quad \phi_e \quad \phi_n \quad \phi_u \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \rightarrow \\ \leftarrow \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad r_x \quad r_y \quad r_z]^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W = [a_x \quad a_y \quad \omega_x \quad \omega_y \quad \omega_z \quad \rightarrow \\ \leftarrow 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T; \end{aligned}$$

系统矩阵

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & C_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & A_{15} \\ A_{21} & A_{22} & 0_{2 \times 2} & C_b^{n'} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{8 \times 2} & 0_{8 \times 3} & 0_{8 \times 2} & 0_{8 \times 3} & 0_{8 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_{ie} \sin \varphi \\ -2\omega_{ie} \sin \varphi & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -g & 0 \\ g & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & -1/R_e \\ 1/R_e & 0 \\ \tan \varphi / R_e & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{ie} \sin \varphi & -\omega_{ie} \cos \varphi \\ -\omega_{ie} \sin \varphi & 0 & 0 \\ \omega_{ie} \cos \varphi & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{15} = \begin{bmatrix} -(\omega_n^2 + \omega_u^2) & \omega_e \omega_n - \dot{\omega}_u & \omega_n \omega_u + \dot{\omega}_n \\ \omega_e \omega_n + \dot{\omega}_u & -(\omega_e^2 + \omega_u^2) & \omega_u \omega_n - \dot{\omega}_e \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} C_{2 \times 2} & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 8} \\ 0_{3 \times 2} & C_b^{m'} & 0_{3 \times 8} \\ 0_{8 \times 2} & 0_{8 \times 3} & 0_{8 \times 8} \end{bmatrix},$$

$$C_b^{m'} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}, C_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}.$$

这里:  $\varphi$  为当地纬度,  $R_e$  为地球半径,  $\omega_{ib}^b = [\omega_e, \omega_n, \omega_u]^T$  为陀螺输出的角速度,  $\dot{\omega}_{ib}^b = [\dot{\omega}_e, \dot{\omega}_n, \dot{\omega}_u]^T$  为角加速度。

选取两个水平速度误差  $\delta V_e$  和  $\delta V_n$  为观测量, 系统量测方程为

$$Z = HX. \tag{13}$$

其中:  $Z = [\delta V_e \ \delta V_n]^T$  为观测向量, 量测矩阵  $H = [I_{2 \times 2} \ 0_{2 \times 11}]$ 。

## 5 仿真结果及分析

### 5.1 仿真条件

假设陀螺常值漂移为  $0.01^\circ/\text{h}$ , 随机漂移为  $0.005^\circ/\text{h}$ ; 加速度计的常值零偏为  $10^{-4}g$ , 随机偏差为  $10^{-5}g$ ; 当地纬度为  $\varphi = 45.7796^\circ$ ; 初始失准角为  $\phi = [0.1^\circ \ 0.1^\circ \ 0.5^\circ]^T$ ; 仿真时间为400s。

系泊状态下, 舰船受到风浪影响产生摇摆运动, 其摇摆模型为<sup>[14-15]</sup>

$$\begin{cases} \theta = \theta_m \sin(2\pi/T_\theta + \phi_\theta), \\ \gamma = \gamma_m \sin(2\pi/T_\gamma + \phi_\gamma), \\ \psi = \psi_m \sin(2\pi/T_\psi + \phi_\psi) + k. \end{cases} \tag{14}$$

舰船纵摇、横摇、艏摇的幅值分别为  $\theta_m = 5^\circ$ ,  $\gamma_m = 6^\circ$ ,  $\psi_m = 5^\circ$ ; 摇摆周期分别为  $T_\theta = 6\text{s}$ ,  $T_\gamma = 9\text{s}$ ,  $T_\psi = 8\text{s}$ ; 初始航向  $k = 30^\circ$ ; 初始相位  $\phi_\theta = \phi_\gamma = \phi_\psi = 0$ 。为了验证本文提出杆臂误差补偿方法的有效性, 载体系泊状态下分别使用不同方案进行仿真, 仿真条件如表1所示。

表1 仿真环境

方案	杆臂长度/m	补偿方法
1	$[1 \ 1 \ 0.5]^T$	无杆臂效应误差补偿
2	$[1 \ 1 \ 0.5]^T$	反求杆臂长度补偿法
3	$[1 \ 1 \ 0.5]^T$	改进的补偿法

### 5.2 结果及分析

根据以上设定的仿真环境, 在不同实验方案下利

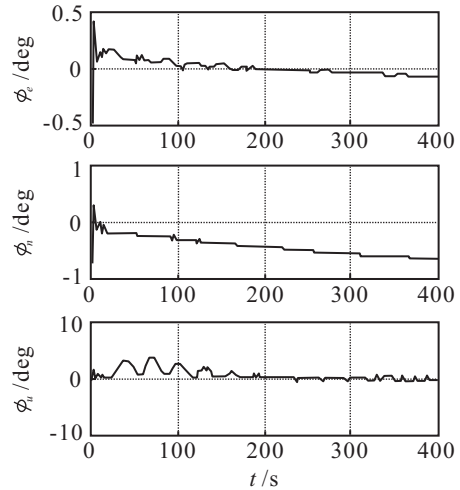


图2 方案1失准角的估计误差曲线

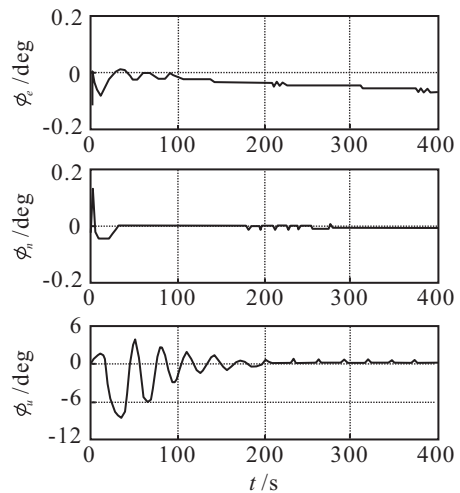


图3 方案2失准角的估计误差曲线

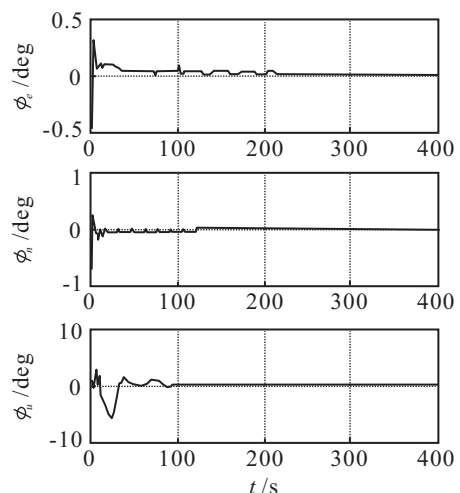


图4 方案3失准角的估计误差曲线

用滤波估计的失准角误差曲线分别如图2~图4所示。对准结束时各方案的失准角误差见表2。

表2 失准角估计误差 (°)

方案	东向失准角	北向失准角	天向失准角
1	-0.0777	-0.6613	-0.1478
2	-0.0562	-0.0822	0.1022
3	0.0078	-0.0320	0.0279

从仿真结果可以看出,对于较高精度的捷联惯导系统而言,杆臂效应所引起的误差不能忽视。方案1未对杆臂效应误差进行补偿,东向和北向失准角发散,方位失准角收敛较慢。通过方案2和方案3的对比,改进的杆臂效应误差补偿方法的精度高于传统的反求杆臂长度补偿法。

杆臂长度的估计误差曲线如图5所示。

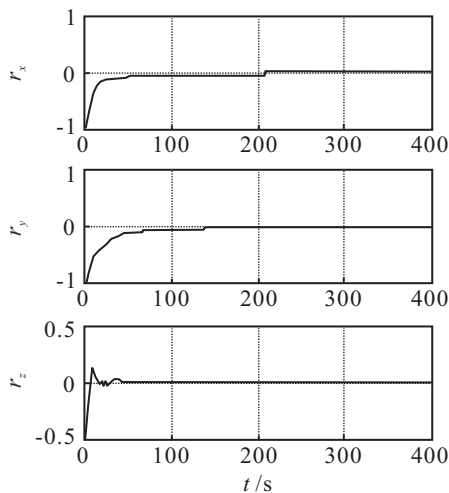


图5 杆臂长度估计误差曲线

取时间段200s~400s进行统计,各个轴向杆臂长度估计的均值及标准差如表3所示。

表3 杆臂长度估计的效果 m

名称	X轴方向	Y轴方向	Z轴方向
均值	0.9750	0.9861	0.4949
标准差	0.0068	0.0041	0.0042

通过对图4和表1的分析可知,在时间点为200s时,3个敏感轴方向上的杆臂长度可以被估计且估计精度达到cm级。因此,在导航过程中可以根据实时估计出的杆臂长度对杆臂效应引起的误差进行补偿。

## 6 结 论

本文研究了载体系泊状态下杆臂效应对捷联惯导系统初始对准的影响,提出了一种改进的杆臂效应误差补偿方案。在传统捷联惯导系统误差模型的基础上,将杆臂长度扩充为系统的状态变量,在利用卡尔曼滤波实现杆臂长度估计的同时,消除了杆臂效应对捷联系统初始对准的影响。仿真结果表明,本方案能

够有效地解决载体系泊状态下捷联惯导系统初始对准过程中杆臂效应误差补偿的问题。目前该方法的研究尚处于理论阶段,如何利用实验进一步验证本文提出的杆臂效应误差补偿方法的可行性是下一步的主要工作。

## 参考文献(References)

- [1] 严恭敏. 捷联惯导系统动基座初始对准及其他相关问题研究[D]. 西安: 西北工业大学自动化学院, 2008: 83-88. (Yan G M. On SINS in-movement initial alignment and some other problems[D]. Xi'an: School of Automation, Northwestern Polytechnical University, 2008: 83-88.)
- [2] 徐晓苏, 万德钧. 舰载捷联惯性系统中杆臂效应误差的研究[J]. 东南大学学报, 1994, 24(2): 122-126. (Xu X S, Wan D J. A study on dimension effect error of strapdown inertial system[J]. J of Southeast University, 1994, 24(2): 122-126.)
- [3] 何秀凤, 袁信. 平台惯导系统中杆臂效应误差的研究与分析[J]. 航天控制, 1995, 2(2): 22-30. (He X F, Yuan X. Research and analysis on error caused by lever arm effect in platform inertial navigation system[J]. Aerospace Control, 1995, 2(2): 22-30.)
- [4] Seo J, Lee J G, Park C G. Lever arm compensation for integrated navigation system of land vehicles[C]. Proc of 2005 IEEE Conf. Canada, 2005: 523-528.
- [5] Hong Sinpyo, Lee M H, Chun H, et al. Experimental study on the estimation of lever arm in GPS/INS[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2006, 55(2): 431-448.
- [6] 任思聪, 雷宝权. 一种在摇摆基座上补偿平台干扰加速度的有效方案[J]. 西北工业大学学报, 1990, 8(4): 446-452. (Ren S C, Lei B Q. Scheme of compensation for acceleration disturbance for platform on swing base[J]. J of Northwestern Polytechnical University, 1990, 8(4): 446-452.)
- [7] 江红. 基于光纤陀螺仪的舰载捷联惯导系统的关键技术研究[D]. 上海: 上海交通大学机械与动力工程学院, 2006. (Jiang H. The research on the shipboard strapdown inertial navigation system based on fiber optic gyroscope[D]. Shanghai: School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, 2006.)
- [8] 江红, 张炎华, 赵忠华. 捷联惯性导航系统传递对准的杆臂效应分析[J]. 中国造船, 2006, 47(4): 71-75. (Jiang H, Zhang Y H, Zhao Z H. Analysis on the lever-arm effect in transfer alignment of strapdown inertial navigation System[J]. Shipbuilding of China, 2006, 47(4): 71-75.)

(下转第903页)