

文章编号: 1001-0920(2012)07-1015-06

# 时变参数化非线性系统自适应迭代学习控制器设计

李 静, 胡云安

(海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001)

**摘 要:** 针对一类时变参数化非线性系统的控制问题进行深入研究, 提出一种新的迭代神经网络估计器, 并证明了其逼近引理, 实现了对时变不确定性的逼近. 在用迭代神经网络对时变不确定性进行估计的同时, 以 Lyapunov 稳定性理论为基础, 综合运用 Backstepping 和自适应控制技术, 设计了自适应迭代学习控制器, 并进行了稳定性分析, 得到了稳定性定理, 解决了这类时变非线性系统的控制问题. 最后的仿真实验验证了所提出设计方法的正确性.

**关键词:** 时变非线性; 神经网络; 迭代学习; 自适应控制

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

## Adaptive iterative learning controller design for a class of time-varying parameterized nonlinear systems

LI Jing, HU Yun-an

(Department of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China.  
Correspondent: LI Jing, E-mail: lijing7292013@163.com)

**Abstract:** In this paper, a class of nonlinear systems with time-varying uncertainties are studied. A new iterative learning neural network approximator design scheme and corresponding boundedness lemma are proposed to approximate time-varying uncertainties. On the basis of Lyapunov stability theory, the iterative learning controller is designed by using backstepping and adaptive control technique. The stability theorem is obtained according to the stability analysis, which solves the control problem of the time-varying nonlinear system. The simulation results validate the correctness of proposed scheme.

**Key words:** time-varying nonlinearities; neural networks; iterative learning; adaptive control

### 1 引 言

由于时变特性的存在, 时变非线性系统是非常难以控制的. 在时域中, 文献 [1-2] 对几种时变非线性系统的控制问题进行了研究, 但研究对象的特殊性使得其方法不能推广. 相对而言, 文献 [3] 的研究对象更具普遍性, 但文章要求未知时变参数是周期已知的周期函数且充分可导, 假设比较苛刻. 在迭代域中, 一些学者<sup>[4-5]</sup>采用经典理论对非参数化时变非线性系统的控制问题进行了研究, 但 Lipschitz 条件是基本假设. Xu 等<sup>[6]</sup>提出了一种新的 Lyapunov 函数设计方法, 解决了一类时变非线性系统的控制问题, 然而文章所要求的可线性时变参数化假设是难以满足的.

本文的研究对象不要求 Lipschitz 条件、线性时变参数化等苛刻假设, 且未知时变参数是非周期的.

针对这种系统的控制难题, 本文提出一种新的研究思路, 使得该问题从根本上得到了解决.

### 2 系统描述

考虑如下在有限时间段  $[0, T]$  上可重复运行的 SISO 严格反馈型不确定时变参数化非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,k} = f_i(\bar{x}_{i,k}, \theta_i(t)) + x_{i+1,k}, & i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_{n,k} = f_n(x_k, \theta_n(t)) + bu_k; \\ y_k = x_{1,k}. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ ,  $u \in R$  和  $y \in R$  分别为系统的状态量、输入量和输出量; 定义  $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in R^i$ ,  $f_i(\cdot)$  为未知非线性连续函数,  $\theta_i(t) = [\vartheta_i^1(t), \vartheta_i^2(t), \dots, \vartheta_i^{m_i}(t)]^T$  为未知时变参数向量,  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $b$  为未知非零常数, 且符号已知, 不失一

收稿日期: 2010-12-10; 修回日期: 2011-05-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61004002).

作者简介: 李静(1982-), 男, 博士生, 从事迭代学习控制、时变非线性系统控制等研究; 胡云安(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、智能系统等研究.

一般性, 这里假设  $b > 0$ ;  $k$  为迭代标记.

控制目标如下: 给定期望轨迹  $y_d(t)$ , 设计迭代学习控制器  $u_k$ , 使得对  $\forall k \in Z^+$ , 系统所有的状态量在  $L_{pe}$ -范数<sup>[7]</sup>意义下有界, 且输出量  $y_k(t)$  对期望轨迹  $y_d(t)$  的跟踪误差在  $L_2^2$ -范数意义下有界, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^T |y_k(\tau) - y_d(\tau)|^2 d\tau < \varepsilon_a,$$

其中  $\varepsilon_a > 0$  为一个少量, 定义为误差允许量.

在进行设计之前先进行如下假设:

**假设 1**  $\theta_i(t) : [0, T] \mapsto \Omega_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为连续函数,  $\Omega_i$  为定义在  $R^{m_i}$  上的紧集; 期望轨迹  $y_d$  及其高阶导数  $y_d^{(i)} (i = 1, 2, \dots, n)$  连续有界, 且  $y_d, \dot{y}_d$  已知.

$\theta_i(t)$  在闭区间  $[0, T]$  上连续, 因此  $\theta_i(t)$  有界, 即存在未知常数  $\varepsilon_{\theta_i} > 0$  使得  $|\theta_i(t)| \leq \varepsilon_{\theta_i}, \forall t \in [0, T]$ .

**假设 2** 在每次迭代学习开始之前, 所重置的状态初值  $x_{i,k}(0)$  与期望初值  $x_d(0)$  之间可能存在偏差<sup>[8]</sup>, 但偏差有界且其上界为已知常数.

假设 2 表明, 存在已知常数  $\varepsilon_{i0} > 0$ , 使得  $|z_{i,k}(0)| \leq \varepsilon_{i0}, \forall k \in Z^+, z_{i,k}$  的定义在后面给出.

### 3 迭代神经网络估计器设计

常用的 RBF 神经网络逼近引理描述如下<sup>[9]</sup>:

**引理 1** 对于定义在  $R^n$  的紧子集上的连续标量函数  $f : \Omega \mapsto R$ , 总存在最优权重向量  $W^* \in R^l$  和一个高斯基函数矢量  $\phi(\cdot) : R^n \mapsto R^l$ , 使得

$$f(x) = W^{*T} \phi(x) + \varepsilon(x).$$

其中:  $l$  为神经元节点数,  $x \in R^n$  为神经网络输入向量,  $\varepsilon(x)$  为重构误差.

**假设 3** 最优神经网络权重向量  $W^*$  及神经网络重构误差均有界<sup>[9]</sup>, 即

$$\|W^*\| \leq \varepsilon_{W^*}, |\varepsilon| \leq \varepsilon_u, |W^*_1|_1 \leq \delta_{W^*},$$

其中  $\varepsilon_{W^*}, \varepsilon_u, \delta_{W^*}$  为未知正常数.

$f(x, \theta(t))$  是一种具有时变特性的函数, 仅用状态量作为输入是无法对其进行逼近的, 但是, 若  $\theta(t)$  已知, 则可采用 RBF 神经网络进行逼近, 其表达式为

$$f(x, \theta(t)) = W^{*T} \phi(Z) + \varepsilon(Z), \quad (2)$$

其中  $Z(t) = [x^T(t), \theta^T(t)]^T$ .

时变参数  $\theta(t)$  无法在时间轴上进行估计. 为消除时变不确定性的影响, 本文提出一种新的迭代神经网络估计器, 在迭代轴上对  $\theta(t)$  进行迭代学习的同时, 在时间轴上用神经网络对未知非线性映射关系进行逼近. 控制系统总体结构如图 1 所示. 其采用的逼近方式可用如下的关系式表达:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_k(t) = U(\hat{\theta}_{k-1}(t), \hat{W}_k, x_k), \\ \hat{f}_k = \hat{W}_k^T \phi(\hat{Z}_k). \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\hat{Z}_k = [x_k^T(t), \hat{\theta}_k^T(t)]^T$ ,  $\hat{\theta}_k, \hat{W}_k$  和  $\hat{f}_k$  分别为第  $k$  次迭代时对  $\theta(t), W^*$  和  $f(x, \theta(t))$  的估计值, 当  $\hat{W}_k(t) \rightarrow W^*, \hat{\theta}_k(t) \rightarrow \theta(t)$  时, 有  $\hat{f}_k \rightarrow f(x, \theta(t))$ . 定义估计误差为  $\tilde{\theta}_k(t) = \hat{\theta}_k(t) - \theta(t), \tilde{W}_k(t) = \hat{W}_k(t) - W^*$ .

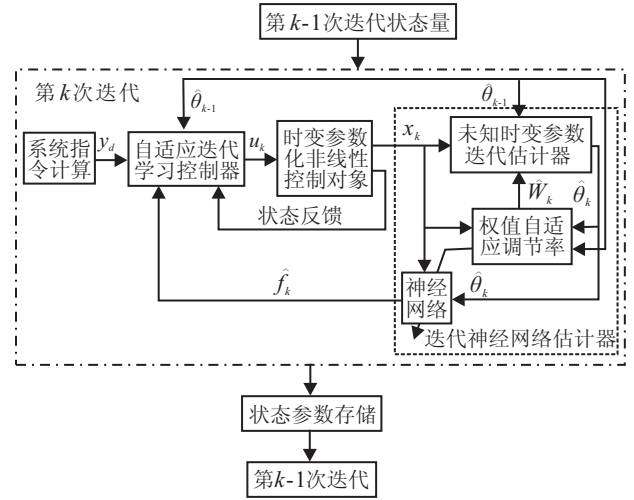


图 1 自适应神经网络迭代学习控制系统结构

**引理 2** 由式 (3) 描述的迭代神经网络估计器的估计误差表达式如下:

$$\hat{W}_k^T \phi(\hat{Z}_k) - W^{*T} \phi(Z_k) =$$

$$\hat{W}_k^T (\phi(\hat{Z}_k) - \hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t)) + \hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k} \tilde{\theta}_k(t) + d_u. \quad (4)$$

其中:  $Z_k = [x_k^T(t), \theta^T(t)]^T$ ,  $\bar{Z}_k(t) = [x_k^T(t), \hat{\theta}_{k-1}^T(t)]^T$ ,  $\hat{\phi}'_{\theta,k}$  和  $d_u$  的定义将在下文给出,  $d_u$  的上界满足

$$|d_u| \leq \|\hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k}\| \varepsilon_{\theta} + \|\hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t)\| \varepsilon_{W^*} + \delta_{W^*}. \quad (5)$$

**证明** 设  $x_k(t) \in R^n, \theta(t) \in R^m$ , 则  $Z_k = [x_k^T(t), \theta^T(t)]^T$  为期望的神经网络输入向量,  $\hat{Z}_k = [x_k^T(t), \hat{\theta}_k^T(t)]^T$  为其估计值. 选取  $l$  个神经元节点构建神经网络, 基函数采用高斯基函数, 可表示为

$$\phi(X) = [\varphi_1(X), \varphi_2(X), \dots, \varphi_l(X)]^T, \quad (6)$$

其中  $X = [X_1, X_2, \dots, X_{n+m}]^T \in R^{n+m}$  为输入向量.

对  $\phi(Z_k)$  和  $\phi(\hat{Z}_k)$  在  $\bar{Z}_k(t) = [x_k^T(t), \hat{\theta}_{k-1}^T(t)]^T$  处进行 Taylor 级数展开, 整理后可得

$$\begin{cases} \phi(Z_k) = \phi(\bar{Z}_k) + \hat{\phi}'_{\theta,k} (\theta(t) - \hat{\theta}_{k-1}(t)) + O_1, \\ \phi(\hat{Z}_k) = \phi(\bar{Z}_k) + \hat{\phi}'_{\theta,k} (\hat{\theta}_k(t) - \hat{\theta}_{k-1}(t)) + O_2. \end{cases} \quad (7)$$

其中:  $O_1$  和  $O_2$  为 Taylor 展开高阶项之和,  $\hat{\phi}'_{\theta,k}$  定义为

$$\hat{\phi}'_{\theta,k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_{n+1}} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_{n+2}} & \dots & \frac{\partial \varphi_1}{\partial X_{n+m}} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial X_{n+1}} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial X_{n+2}} & \dots & \frac{\partial \varphi_2}{\partial X_{n+m}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \varphi_l}{\partial X_{n+1}} & \frac{\partial \varphi_l}{\partial X_{n+2}} & \dots & \frac{\partial \varphi_l}{\partial X_{n+m}} \end{bmatrix} \Bigg|_{X=\bar{Z}_k(t)}$$

将展开式 (7) 代入 (4) 左侧, 合并同类项, 不难得到等式右侧的表达式, 且可得  $d_u = W^{*T} (O_2 - O_1) + \hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k} \theta(t)$ .  $d_u$  同时也可表示为

$$\begin{aligned}
 d_u &= \hat{W}_k^T \phi(\hat{Z}_k) - W^{*T} \phi(Z_k) - \hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k}(\hat{\theta}_k(t) - \theta(t)) - \\
 &\quad \tilde{W}_k^T (\phi(\hat{Z}_k) - \hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t)) = \\
 &\quad \hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k} \theta(t) - W^{*T} \hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t) + \\
 &\quad W^{*T} (\phi(\hat{Z}_k) - \phi(Z_k)). \tag{8}
 \end{aligned}$$

由于所选取基函数的值域为 [0,1], 则

$$W^{*T} (\phi(\hat{Z}_k) - \phi(Z_k)) \leq |W^*|_1 \leq \delta_{W^*}. \tag{9}$$

考虑到假设 1 和假设 3, 利用范数不等式可得

$$\hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k} \theta(t) \leq \|\hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k}\| \varepsilon_\theta, \tag{10}$$

$$W^{*T} \hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t) \leq \|\hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t)\| \varepsilon_{W^*}. \tag{11}$$

综合式 (9)~(11) 可得

$$|d_u| \leq \|\hat{W}_k^T \hat{\phi}'_{\theta,k}\| \varepsilon_\theta + \|\hat{\phi}'_{\theta,k} \hat{\theta}_k(t)\| \varepsilon_{W^*} + \delta_{W^*}. \tag{12}$$

由此引理 2 得证. □

#### 4 鲁棒自适应迭代学习控制系统设计

定义误差状态量

$$\begin{aligned}
 z_{1,k} &= x_{1,k} - y_d, \quad z_{i,k} = x_{i,k} - \alpha_{i-1,k}, \\
 &\quad i = 2, 3, \dots, n, \tag{13}
 \end{aligned}$$

其中  $\alpha_i$  为各子系统的虚拟控制量.

由假设 2 知初始偏差的界  $\varepsilon_{i0}$  为已知量, 定义<sup>[8]</sup>

$$\begin{cases} s_{i,k}(t) = z_{i,k}(t) - \eta_i(t) \text{sat}(z_{i,k}(t)/\eta_i(t)), \\ \eta_i(t) = \varepsilon_{i0} e^{-k_i t}. \end{cases} \tag{14}$$

饱和函数定义为

$$\text{sat}\left(\frac{z_{i,k}(t)}{\eta_i(t)}\right) = \begin{cases} 1, & z_{i,k}(t) > \eta_i(t); \\ \frac{z_{i,k}(t)}{\eta_i(t)}, & |z_{i,k}(t)| \leq \eta_i(t); \\ -1, & z_{i,k}(t) < -\eta_i(t). \end{cases}$$

其中:  $\eta_i(t)$  为设计边界层函数,  $k_i > 0$  为设计参数,  $i = 1, 2, \dots, n$  为子系统标记. 显然有  $s_{i,k}(0) = 0$ , 本文的稳定性分析将围绕  $s_{i,k}$  展开.

**Step 1** 将式 (13) 的第 1 个子系统转化为

$$\dot{z}_{1,k} = f_1(x_{1,k}, \theta_1(t)) - \dot{y}_d + z_{2,k} + \alpha_{1,k}. \tag{15}$$

根据引理 1 和引理 2, 存在最优权重向量  $W_1^* \in R^{l_1}$  和神经元基函数向量  $\phi_1(\cdot) : R^{m_1+1} \mapsto R^{l_1}$ , 使得

$$f_1(x_{1,k}, \theta_1(t)) = W_1^{*T} \phi_1(Z_{1,k}) + \varepsilon_1(Z_{1,k}), \tag{16}$$

其中  $Z_{1,k} = [x_{1,k}(t), \theta_1^T(t)]^T$  为期望的神经网络输入.

设计虚拟控制量为

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1,k} &= -k_1 z_{1,k} - \hat{W}_{1,k}^T \phi_1(\hat{Z}_{1,k}) + \dot{y}_d - \\
 &\quad \rho_{1,k}^T \hat{\xi}_{1,k} - \text{sat}\left(\frac{z_{1,k}(t)}{\eta_1(t)}\right) \varepsilon_{20}, \tag{17}
 \end{aligned}$$

其中  $\hat{Z}_{1,k} = [x_{1,k}(t), \hat{\theta}_{1,k}^T(t)]^T$ .  $\hat{\xi}_{1,k}(t) \in R^3$  用于估计未知参数向量  $[\varepsilon_{\theta_1}, \varepsilon_{W_1^*}, (\delta_{W_1^*} + \varepsilon_{1u})]^T$ , 且

$$\rho_{1,k} = \text{sat}\left(\frac{z_{1,k}(t)}{\eta_1(t)}\right) [ \|\hat{W}_{1,k}^T \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}\|, \|\hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(t)\|, 1 ]^T.$$

设计参数迭代学习律及自适应律为

$$\begin{cases} \hat{\theta}_{1,k}(t) = \hat{\theta}_{1,k-1}(t) + \beta_{11} s_{1,k} \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}^T \hat{W}_{1,k}, \\ \hat{\theta}_{1,0}(t) = 0, \quad t \in [0, T]; \end{cases} \tag{18}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{W}}_{1,k} = \beta_{12} s_{1,k} (\phi_1(\hat{Z}_{1,k}) - \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(t)), \\ \hat{W}_{1,k}(0) = \hat{W}_{1,k-1}(T), \quad \hat{W}_{1,1}(0) = 0; \end{cases} \tag{19}$$

$$\begin{cases} (1 - \gamma_1) \dot{\hat{\xi}}_{1,k} = \\ -\gamma_1 \hat{\xi}_{1,k} + \gamma_1 \hat{\xi}_{1,k-1} + \\ \beta_{13} |s_{1,k}| [ \|\hat{W}_{1,k}^T \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}\|, \|\hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(t)\|, 1 ]^T; \\ \hat{\xi}_{1,k}(0) = \hat{\xi}_{1,k-1}(T), \quad \hat{\xi}_{1,0}(t) = 0, \quad t \in [0, T]. \end{cases} \tag{20}$$

其中:  $\beta_{11}, \beta_{12}, \beta_{13} > 0, 0 < \gamma_1 < 1$  为设计参数.

选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}
 V_{1,k} &= \frac{1}{2} s_{1,k}^2 + \frac{1}{2\beta_{11}} \int_0^t \tilde{\theta}_{1,k}^T(\tau) \tilde{\theta}_{1,k}(\tau) d\tau + \\
 &\quad \frac{1}{2\beta_{12}} \tilde{W}_{1,k}^T(t) \tilde{W}_{1,k}(t) + \frac{\gamma_1}{2\beta_{13}} \int_0^t \tilde{\xi}_{1,k}^T(\tau) \tilde{\xi}_{1,k}(\tau) d\tau + \\
 &\quad \frac{(1 - \gamma_1)}{2\beta_{13}} \tilde{\xi}_{1,k}^T(t) \tilde{\xi}_{1,k}(t), \tag{21}
 \end{aligned}$$

其中:  $\tilde{\theta}_{1,k}(t), \tilde{W}_{1,k}(t), \tilde{\xi}_{1,k}(t)$  为参数估计误差.

对第  $k$  次与第  $k-1$  次的 Lyapunov 取差分得

$$\begin{aligned}
 \Delta V_{1,k} &= \\
 &\quad \frac{1}{2} (s_{1,k}^2 - s_{1,k-1}^2) + \\
 &\quad \frac{1}{2\beta_{12}} (\tilde{W}_{1,k}^T \tilde{W}_{1,k} - \tilde{W}_{1,k-1}^T \tilde{W}_{1,k-1}) + \\
 &\quad \frac{1}{2\beta_{11}} \int_0^t (\tilde{\theta}_{1,k}^T(\tau) \tilde{\theta}_{1,k}(\tau) - \tilde{\theta}_{1,k-1}^T(\tau) \tilde{\theta}_{1,k-1}(\tau)) d\tau + \\
 &\quad \frac{\gamma_1}{2\beta_{13}} \int_0^t (\tilde{\xi}_{1,k}^T(\tau) \tilde{\xi}_{1,k}(\tau) - \tilde{\xi}_{1,k-1}^T(\tau) \tilde{\xi}_{1,k-1}(\tau)) d\tau + \\
 &\quad \frac{(1 - \gamma_1)}{2\beta_{13}} (\tilde{\xi}_{1,k}^T(t) \tilde{\xi}_{1,k}(t) - \tilde{\xi}_{1,k-1}^T(t) \tilde{\xi}_{1,k-1}(t)). \tag{22}
 \end{aligned}$$

对式 (22) 进行逐项展开, 将第 1 项进行分部积分得

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2} (s_{1,k}^2 - s_{1,k-1}^2) = \\
 &\quad -\frac{1}{2} (s_{1,k-1}^2 - s_{1,k}^2(0)) + \int_0^t s_{1,k} \dot{z}_{1,k} - \text{sgn}(s_{1,k}) \dot{\eta}_1(\tau) d\tau \leq \\
 &\quad -\int_0^t s_{1,k} \tilde{W}_{1,k}^T (\phi_1(\hat{Z}_{1,k}) - \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(\tau)) d\tau - \\
 &\quad \int_0^t s_{1,k} \tilde{\theta}_{1,k}^T(\tau) \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}^T \hat{W}_{1,k} d\tau - \frac{1}{2} s_{1,k-1}^2 - \\
 &\quad \int_0^t |s_{1,k}| [ \|\hat{W}_{1,k}^T \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}\|, \|\hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(\tau)\|, 1 ] \tilde{\xi}_{1,k}(\tau) d\tau + \\
 &\quad \int_0^t (s_{1,k} z_{2,k} - |s_{1,k}| \varepsilon_{20}) d\tau - \int_0^t k_1 s_{1,k}^2 d\tau, \tag{23}
 \end{aligned}$$

其中  $\tilde{\xi}_{1,k}(t) = \hat{\xi}_{1,k}(t) - \xi_1^*$ .

考虑到  $(a-b)^T(a-b) - (a-c)^T(a-c) = (c-b)^T[2(a-b) + (b-c)]$ , 式 (22) 的第 3 项可以转化为

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{2\beta_{11}} \int_0^t (\tilde{\theta}_{1,k}^T(\tau) \tilde{\theta}_{1,k}(\tau) - \tilde{\theta}_{1,k-1}^T(\tau) \tilde{\theta}_{1,k-1}(\tau)) d\tau = \\
 &\quad -\frac{1}{2\beta_{11}} \int_0^t \tilde{\theta}_{1,k}^T(\tau) \tilde{\theta}_{1,k}(\tau) d\tau + \\
 &\quad \int_0^t s_{1,k} \tilde{\theta}_{1,k}^T(\tau) \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}^T \hat{W}_{1,k} d\tau, \tag{24}
 \end{aligned}$$

其中  $\tilde{\theta}_{1,k}(t) = \hat{\theta}_{1,k}(t) - \hat{\theta}_{1,k-1}(t)$ .

采用分部积分法, 则式 (22) 的第 2 项可转化为

$$\frac{1}{2\beta_{12}}(\tilde{W}_{1,k}^T \tilde{W}_{1,k} - \tilde{W}_{1,k-1}^T \tilde{W}_{1,k-1}) = \int_0^t s_{1,k} \tilde{W}_{1,k}^T(\tau)(\hat{Z}_{1,k} - \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(\tau))d\tau + \frac{1}{2\beta_{12}}(\tilde{W}_{1,k}^T(0)\tilde{W}_{1,k}(0) - \tilde{W}_{1,k-1}^T(t)\tilde{W}_{1,k-1}(t)). \quad (25)$$

式 (22) 的第 4 项和第 5 项可以一同转化为

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma_1}{2\beta_{13}} \int_0^t (\tilde{\xi}_{1,k}^T(\tau)\tilde{\xi}_{1,k}(\tau) - \tilde{\xi}_{1,k-1}^T(\tau)\tilde{\xi}_{1,k-1}(\tau))d\tau + \\ & \frac{(1-\gamma_1)}{2\beta_{13}} (\tilde{\xi}_{1,k}^T(t)\tilde{\xi}_{1,k}(t) - \tilde{\xi}_{1,k-1}^T(t)\tilde{\xi}_{1,k-1}(t)) = \\ & \int_0^t |s_{1,k}| [|\tilde{W}_{1,k}^T \hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}}|, \|\hat{\phi}'_{1\theta_{1,k}} \hat{\theta}_{1,k}(\tau)\|, 1] \tilde{\xi}_{1,k}(\tau) d\tau + \\ & \frac{(1-\gamma_1)}{2\beta_{13}} [\tilde{\xi}_{1,k}^T(0)\tilde{\xi}_{1,k}(0) - \tilde{\xi}_{1,k-1}^T(t)\tilde{\xi}_{1,k-1}(t)] - \\ & \frac{\gamma_1}{2\beta_{13}} \int_0^t (\tilde{\xi}_{1,k}(\tau) - \tilde{\xi}_{1,k-1}(\tau))^T (\tilde{\xi}_{1,k}(\tau) - \tilde{\xi}_{1,k-1}(\tau)) d\tau. \quad (26) \end{aligned}$$

将式 (23)~(26) 代入 (22), 并整理可得

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,k} \leq & - \int_0^t k_1 s_{1,k}^2 d\tau - \frac{1}{2\beta_{11}} \int_0^t \bar{\theta}_{1,k}^T(\tau)\bar{\theta}_{1,k}(\tau) d\tau + \\ & \frac{1}{2\beta_{12}} (\tilde{W}_{1,k}^T(0)\tilde{W}_{1,k}(0) - \tilde{W}_{1,k-1}^T(t)\tilde{W}_{1,k-1}(t)) + \\ & \frac{(1-\gamma_1)}{2\beta_{13}} [\tilde{\xi}_{1,k}^T(0)\tilde{\xi}_{1,k}(0) - \tilde{\xi}_{1,k-1}^T(t)\tilde{\xi}_{1,k-1}(t)] + \\ & \int_0^t (s_{1,k} z_{2,k} - |s_{1,k}| \varepsilon_{20}) d\tau - \frac{1}{2} s_{1,k-1}^2. \quad (27) \end{aligned}$$

**Step 2** 将式 (13) 的第 2 个子系统转化为

$$\dot{z}_{2,k} = f_2(\bar{x}_{2,k}, \theta_2(t)) - \hat{\alpha}_{1,k} + z_{3,k} + \alpha_{2,k}. \quad (28)$$

与 Step 1 相同, 存在最优权重向量  $W_2^* \in R^{l_2}$  和基函数  $\phi_2(\cdot) : R^{m_2+2} \mapsto R^{l_2}$ , 使得

$$f_2(\bar{x}_{2,k}, \theta_2(t)) = W_2^{*T} \phi_2(Z_{2,k}) + \varepsilon_2(Z_{2,k}), \quad (29)$$

其中  $Z_{2,k} = [\bar{x}_{2,k}^T(t), \theta_2^T(t)]^T$  为期望的输入向量.

设计虚拟控制量为

$$\alpha_{2,k} = -k_2 z_{2,k} - s_{1,k} - \hat{W}_{2,k}^T \phi_2(\hat{Z}_{2,k}) + \hat{\alpha}_{1,k} - \rho_{2,k}^T \hat{\xi}_{2,k} - \text{sat}(z_{2,k}(t)/\eta_2(t)) \varepsilon_{30}, \quad (30)$$

其中各符号定义与 Step 1 类似.

子系统 2 的参数迭代学习律及自适应调节律在形式上与 Step 1 相同, 只是子系统的编号为 2, 限于篇幅, 这里不给出具体的形式; 其对应的调节律参数为  $\beta_{21}, \beta_{22}, \beta_{23} > 0, 0 < \gamma_2 < 1$ .

式 (30) 中的  $\hat{\alpha}_{1,k}$  是  $\alpha_{1,k}$  的估计值. 由于  $\alpha_{1,k}$  是难以计算的, 本文用跟踪微分器对  $\alpha_{1,k}$  的导数进行光滑逼近. 这里对跟踪微分器的性能作如下假设<sup>[10]</sup>:

**假设 4** 通过合理地设计跟踪微分器, 可使跟踪微分器的输出信号  $\hat{\alpha}_{i,k}$  与其输入信号  $\alpha_{i,k}$  的微分  $\dot{\alpha}_{i,k}$  之间的误差对任意迭代次数  $k$  一致有界, 即存在  $\varepsilon_{\hat{\alpha}_i} > 0$ , 使得  $|\dot{\alpha}_{i,k} - \hat{\alpha}_{i,k}| \leq \varepsilon_{\hat{\alpha}_i}$  对任意的迭代次

数  $k$  成立, 其中  $i = 1, 2, \dots, n-1$  为子系统的标记.

选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V_{2,k} = & V_{1,k} + \frac{1}{2} s_{2,k}^2 + \frac{1}{2\beta_{21}} \int_0^t \bar{\theta}_{2,k}^T(\tau)\bar{\theta}_{2,k}(\tau) d\tau + \\ & \frac{1}{2\beta_{22}} \tilde{W}_{2,k}^T(t)\tilde{W}_{2,k}(t) + \frac{\gamma_2}{2\beta_{23}} \int_0^t \tilde{\xi}_{2,k}^T(\tau)\tilde{\xi}_{2,k}(\tau) d\tau + \\ & \frac{(1-\gamma_2)}{2\beta_{23}} \tilde{\xi}_{2,k}^T(t)\tilde{\xi}_{2,k}(t). \quad (31) \end{aligned}$$

其中  $\bar{\theta}_{2,k}(t), \tilde{W}_{2,k}(t), \tilde{\xi}_{2,k}(t)$  的定义与 Step 1 类似.

将第  $k$  次与第  $k-1$  次的 Lyapunov 取差分, 代入所设计的控制器, 经与 Step 1 类似的推导后可得

$$\begin{aligned} \Delta V_{2,k} \leq & - \sum_{j=1}^2 \left( \int_0^t k_j s_{j,k}^2 d\tau + \frac{1}{2\beta_{j1}} \int_0^t \bar{\theta}_{j,k}^T(\tau)\bar{\theta}_{j,k}(\tau) d\tau \right) + \\ & \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2\beta_{j2}} (\tilde{W}_{j,k}^T(0)\tilde{W}_{j,k}(0) - \tilde{W}_{j,k-1}^T(t)\tilde{W}_{j,k-1}(t)) + \\ & \sum_{j=1}^2 \frac{(1-\gamma_j)}{2\beta_{j3}} [\tilde{\xi}_{j,k}^T(0)\tilde{\xi}_{j,k}(0) - \tilde{\xi}_{j,k-1}^T(t)\tilde{\xi}_{j,k-1}(t)] + \\ & \int_0^t (s_{2,k} z_{3,k} - |s_{2,k}| \varepsilon_{30}) d\tau - \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} s_{j,k-1}^2, \quad (32) \end{aligned}$$

其中  $\xi_2^* = [\varepsilon_{\theta_2}, \varepsilon_{W_2^*}, (\delta W_2^* + \varepsilon_{2u} + \varepsilon_{\alpha_1})]^T$ . 推导中还考虑到

$$\begin{aligned} (s_{1,k} z_{2,k} - s_{2,k} s_{1,k}) = & s_{1,k} \eta_2(t) \text{sat}(z_{2,k}(t)/\eta_2(t)) \leq |s_{1,k}| \varepsilon_{20}. \end{aligned}$$

按照上述方法进行反演设计直至第  $n$  步.

**Step  $n$**  将式 (13) 的第  $n$  个子系统转化为

$$\dot{z}_{n,k} = f_n(x_k, \theta_n(t)) - \hat{\alpha}_{n-1,k} + bu_k. \quad (33)$$

与前述不同, 系统中的不确定性为

$$h(Z_{n,k}) = \frac{1}{b} (k_n z_{n,k} + f_n(x_k, \theta_n(t)) - \hat{\alpha}_{n-1,k}),$$

其中  $Z_{n,k} = [x_k^T(t), \theta_n^T(t), \alpha_{n-1,k}, \hat{\alpha}_{n-1,k}]^T$ . 存在最优权重向量  $W_n^* \in R^{l_n}$  和基函数  $\phi_n(\cdot) : R^{m_n+n+2} \mapsto R^{l_n}$ , 使得

$$h(Z_{n,k}) = W_n^{*T} \phi_n(Z_{n,k}) + \varepsilon_n(Z_{n,k}). \quad (34)$$

设计控制量为

$$u_k = -s_{n-1,k} - \hat{W}_{n,k}^T \phi_n(\hat{Z}_{n,k}) - \rho_{n,k}^T. \quad (35)$$

其中:  $\hat{Z}_{n,k} = [x_k^T(t), \hat{\theta}_{n,k}^T(t), \alpha_{n-1,k}, \hat{\alpha}_{n-1,k}]^T$ , 其余各符号的定义与前面类似.

子系统  $n$  的参数迭代学习律及自适应律在形式上也与 Step 1 相同, 只需将子系统标记改为  $n$  即可, 这里也将其省略; 其对应的调节律参数为  $\beta_{n1}, \beta_{n2}, \beta_{n3} > 0, 0 < \gamma_n < 1$ .

选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned}
 V_{n,k} = & V_{n-1,k} + \frac{1}{2b} s_{n,k}^2 + \frac{1}{2\beta_{n1}} \int_0^t \bar{\theta}_{n,k}^T(\tau) \bar{\theta}_{n,k}(\tau) d\tau + \\
 & \frac{1}{2\beta_{n2}} \tilde{W}_{n,k}^T(t) \tilde{W}_{n,k}(t) + \frac{\gamma_n}{2\beta_{n3}} \int_0^t \tilde{\xi}_{n,k}^T(\tau) \tilde{\xi}_{n,k}(\tau) d\tau + \\
 & \frac{(1-\gamma_n)}{2\beta_{n3}} \tilde{\xi}_{n,k}^T(t) \tilde{\xi}_{n,k}(t), \quad (36)
 \end{aligned}$$

其中  $\bar{\theta}_{n,k}(t), \tilde{W}_{n,k}(t), \tilde{\xi}_{n,k}(t)$  的定义与前面类似。

将第  $k$  次与第  $k-1$  次的 Lyapunov 取差分, 代入所设计的控制器, 经与前面类似的推导可得

$$\begin{aligned}
 \Delta V_{n,k}(t) \leq & - \sum_{j=1}^{n-1} \int_0^t k_j s_{j,k}^2 d\tau - \frac{1}{b} \int_0^t k_n s_{n,k}^2 d\tau - \\
 & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2} s_{j,k-1}^2 - \frac{1}{2b} s_{n,k-1}^2 - \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\beta_{j1}} \int_0^t \bar{\theta}_{j,k}^T(\tau) \bar{\theta}_{j,k}(\tau) d\tau + \\
 & \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\beta_{j2}} (\tilde{W}_{j,k}^T(0) \tilde{W}_{j,k}(0) - \tilde{W}_{j,k-1}^T(t) \tilde{W}_{j,k-1}(t)) + \\
 & \sum_{j=1}^n \frac{(1-\gamma_j)}{2\beta_{j3}} [\tilde{\xi}_{j,k}^T(0) \tilde{\xi}_{j,k}(0) - \tilde{\xi}_{j,k-1}^T(t) \tilde{\xi}_{j,k-1}(t)], \quad (37)
 \end{aligned}$$

其中  $\xi_n^* = [\varepsilon_{\theta_n}, \varepsilon_{W_n^*}, (\delta_{W_n^*} + \varepsilon_{nu} + (\varepsilon_{\dot{\alpha}_{n-1}}/b))]^T$ 。

### 5 稳定性分析

系统的稳定性可总结为如下定理。

**定理 1** 考虑系统 (1) 所描述的不确定时变参数化非线性系统, 在假设 1~假设 4 的前提下, 设计虚拟迭代学习控制器 (17), (30) 和迭代学习控制器 (35), 各子系统采用形如式 (18)~(20) 的参数自适应律, 可得如下结论:

- 1)  $s_{i,k}(t), \tilde{W}_{i,k}(t), \tilde{\xi}_{i,k}(t) \in L_{\infty e}, \bar{\theta}_{i,k}(t) \in L_{2e}, \forall t \in [0, T], k \in Z^+, i = 1, 2, \dots, n$ , 控制量  $u_k \in L_{\infty e}$ ;
- 2)  $\lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^T \bar{\theta}_{i,k}^T(\tau) \bar{\theta}_{i,k}(\tau) d\tau = 0, \lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^T s_{i,k}^2 d\tau = 0, \lim_{k \rightarrow \infty} s_{i,k}^2(T) = 0, i = 1, 2, \dots, n$ .

**证明** 对式 (37) 取  $t = T$ , 并利用重置条件  $\hat{W}_{i,k}(0) = \hat{W}_{i,k-1}(T), \hat{\xi}_{i,k}(0) = \hat{\xi}_{i,k-1}(T)$ , 可得

$$\begin{aligned}
 \Delta V_{n,k}(T) \leq & - \sum_{j=1}^{n-1} \int_0^T k_j s_{j,k}^2 d\tau - \frac{1}{b} \int_0^T k_n s_{n,k}^2 d\tau - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2} s_{j,k-1}^2(T) - \\
 & \frac{1}{2b} s_{n,k-1}^2(T) - \sum_{j=1}^n \frac{\beta_{j1}}{2} \int_0^T \bar{\theta}_{j,k}^T(\tau) \bar{\theta}_{j,k}(\tau) d\tau. \quad (38)
 \end{aligned}$$

由式 (38) 知,  $V_{n,k}(T)$  随  $k$  是非增的, 只要  $V_{n,1}(T)$  有界便能保证  $V_{n,k}(T)$  有界。先考察  $V_{n,1}(t)$  的有界性。

因  $\hat{\theta}_{j,0}(t) = 0, t \in [0, T]$ , 所以  $\bar{\theta}_{j,1}(t) = \hat{\theta}_{j,1}(t)$ , 令  $k = 1$  并对所设计的 Lyapunov 函数求导后整理可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{n,1} \leq & \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\beta_{j1}} (\bar{\theta}_{j,1}^T(t) \bar{\theta}_{j,1}(t) - 2\bar{\theta}_{j,1}^T(t) \hat{\theta}_{j,1}(t)) - \\
 & \sum_{j=1}^{n-1} k_j s_{j,1}^2 - \frac{k_n}{b} s_{n,1}^2 + \sum_{j=1}^n \frac{\gamma_j}{2\beta_{j3}} \tilde{\xi}_{j,0}^T(t) \tilde{\xi}_{j,0}(t) \leq \\
 & \sum_{j=1}^n \frac{\|\theta_j(t)\|^2}{4\beta_{j1}\chi_j} + \sum_{j=1}^n \frac{\gamma_j}{2\beta_{j3}} \tilde{\xi}_{j,0}^T(t) \tilde{\xi}_{j,0}(t), \quad (39)
 \end{aligned}$$

其中  $0 < \chi_j < 1/2$ 。考虑到假设 1, 利用初始条件  $\hat{\xi}_{j,0}(t) = 0$ , 对不等式 (39) 两边在  $[0, T]$  积分, 可得

$$V_{n,1}(T) \leq \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon_{\theta_j}^2 T}{4\beta_{j1}\chi_j} + \sum_{j=1}^n \frac{\gamma_j T}{2\beta_{j3}} \xi_j^{*T} \xi_j^* + V_{n,1}(0). \quad (40)$$

利用初始条件  $\hat{W}_{i,1}(0) = 0, \hat{\xi}_{i,1}(0) = \hat{\xi}_{i,0}(T) = 0$ , 有

$$V_{n,1}(0) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\beta_{j2}} W_j^{*T} W_j^* + \sum_{j=1}^n \frac{(1-\gamma_j)}{2\beta_{j3}} \xi_j^{*T} \xi_j^*. \quad (41)$$

可见  $V_{n,1}(0)$  是有界的。由式 (40) 知  $V_{n,1}(T)$  是有界的, 从而  $V_{n,k}(T)$  对  $\forall k \in Z^+$  是有界的。令

$$V_{n,k}^a = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2} s_{j,k}^2 + \frac{1}{2b} s_{n,k}^2, \quad (42)$$

$$V_{n,k}^b = \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\beta_{j2}} \tilde{W}_{j,k}^T \tilde{W}_{j,k} + \sum_{j=1}^n \frac{(1-\gamma_j)}{2\beta_{j3}} \tilde{\xi}_{j,k}^T \tilde{\xi}_{j,k}, \quad (43)$$

$$\begin{aligned}
 V_{n,k}^c = & \sum_{j=1}^n \frac{1}{2\beta_{j1}} \int_0^t \bar{\theta}_{j,k}^T(\tau) \bar{\theta}_{j,k}(\tau) d\tau + \\
 & \sum_{j=1}^n \frac{\gamma_j}{2\beta_{j3}} \int_0^t \tilde{\xi}_{j,k}^T(\tau) \tilde{\xi}_{j,k}(\tau) d\tau, \quad (44)
 \end{aligned}$$

显然有

$$V_{n,k}(t) = V_{n,k}^a(t) + V_{n,k}^b(t) + V_{n,k}^c(t).$$

因为  $V_{n,k}(T)$  有界, 所以  $V_{n,k}^a(T), V_{n,k}^b(T), V_{n,k}^c(T)$  有界。对于  $V_{n,k}^c(t)$  而言, 存在  $\omega \geq 0$ , 使得  $V_{n,k}^c(t) \leq V_{n,k}^c(T) \leq \omega < \infty$ , 因此  $V_{n,k}(t) \leq V_{n,k}^a(t) + V_{n,k}^b(t) + \omega$ 。取  $k = k-1$ , 有

$$V_{n,k-1}(t) \leq V_{n,k-1}^a(t) + V_{n,k-1}^b(t) + \omega. \quad (45)$$

同时, 对式 (37) 右侧放大并将式 (42)~(44) 代入可得

$$\Delta V_{n,k}(t) \leq -V_{n,k-1}^a(t) - V_{n,k-1}^b(t) + V_{n,k}^b(0). \quad (46)$$

合并式 (45) 和 (46), 进一步得

$$V_{n,k}(t) \leq V_{n,k}^b(0) + \omega. \quad (47)$$

由重置条件知  $V_{n,k}^b(0) = V_{n,k-1}^b(T)$ , 而  $V_{n,k-1}^b(T)$  在任意迭代次数中总是有界的, 则  $V_{n,k}(t)$  对任意的  $t \in [0, T]$  和  $k \in Z^+$  均有界。根据  $L_{pc}$ -范数<sup>[7]</sup>的定义

可得  $s_{i,k}(t), \tilde{W}_{i,k}(t), \tilde{\xi}_{i,k}(t) \in L_{\infty e}, \tilde{\theta}_{i,k}(t) \in L_{2e}, i = 1, 2, \dots, n$ . 由  $u_k$  的定义知,  $u_k(t) \in L_{\infty e}$ .

重复利用式 (38), 并对其进行变换, 整理后可得

$$\begin{aligned} & \sum_{r=2}^k \sum_{j=1}^{n-1} \int_0^T k_j s_{j,r}^2 d\tau + \sum_{r=2}^k \frac{1}{b} \int_0^T k_n s_{n,r}^2 d\tau + \\ & \sum_{r=2}^k \sum_{j=1}^{n-1} \frac{1}{2} s_{j,r-1}^2(T) + \sum_{r=2}^k \frac{1}{2b} s_{n,r-1}^2(T) + \\ & \sum_{r=2}^k \sum_{j=1}^n \frac{\beta_{j1}}{2} \int_0^T \bar{\theta}_{j,r}^T(\tau) \bar{\theta}_{j,r}(\tau) d\tau \leq \\ & \sum_{r=2}^k \Delta V_{n,r}(T) = V_{n,1}(T) - V_{n,k}(T). \end{aligned} \quad (48)$$

令  $k \rightarrow +\infty$ , 不等式 (48) 左侧均变为无穷级数.

因为  $V_{n,k}(T)$  有界, 所以利用无穷级数的性质可得

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^T \bar{\theta}_{j,k}^T(\tau) \bar{\theta}_{j,k}(\tau) d\tau &= 0, \lim_{k \rightarrow \infty} \int_0^T s_{j,k}^2 d\tau = 0, \\ \lim_{k \rightarrow \infty} s_{j,k}^2(T) &= 0, j = 1, 2, \dots, n. \quad \square \end{aligned}$$

定理 1 的结论 2 表明: 随着迭代的进行,  $s_{i,k}$  在  $L_T^2$ -范数意义下趋于零, 状态量将完全进入所设计的边界层函数内, 只要选取足够大的参数  $k_i, y_k$  将指数收敛到  $y_d$ , 控制目标将会达到.

### 6 仿真分析

仿真对象的数学模型描述如下<sup>[3]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{x_1^3 \theta_1^3(t) + x_1 \theta_1(t)}{x_1^2 \theta_1^2(t) + 1} + x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2 \theta_2(t) + bu, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (49)$$

$\theta_1(t) = 0.8 \sin(\pi t/5) + 0.2t$  和  $\theta_2(t) = 0.9 \cos(2\pi t/5) + 0.1t$  为未知时变参数,  $b = 1$  为未知常数. 期望输出信号  $y_d(t) = \sin(4\pi t/5) + \sin(2\pi t/5)$ . 每次迭代开始前, 初始定位误差随机变化, 其上界为  $\varepsilon_{10} = \varepsilon_{20} = 2.0$ .

设计自适应迭代学习控制系统参数为  $k_1 = 1.0, \beta_{11} = 10.0, \beta_{12} = 5.0, \beta_{13} = 0.2, \gamma_1 = 0.6, k_2 = 1.0, \beta_{21} = 10.0, \beta_{22} = 5.0, \beta_{23} = 3.0, \gamma_2 = 0.4$ .

两个 RBF 神经网络分别选取 6 个和 12 个神经元节点, 权值向量  $\hat{W}_1, \hat{W}_2$  的初值均设为零. 设定系统在  $[0,10]$  上迭代 10 次, 仿真结果如图 2~图 5 所示.

图 2 为  $k = 1, 5, 10$  时, 系统输出量跟踪期望轨迹的情况. 曲线表明, 随着迭代的进行, 控制系统能够克服初值随机变化的影响, 每次迭代时系统的输出量都是有界的, 且跟踪效果逐渐改善; 在  $k = 10$  时, 系统的输出  $y$  可以很好地跟踪期望轨迹, 控制目标已经实现. 图 3 和图 4 则表明随着迭代的进行,  $s_{1,k}$  和  $s_{2,k}$  逐渐收敛, 在  $k = 10$  时完全趋于零, 体现了迭代学习控制具有完全跟踪的能力. 图 5 为误差积分量  $\int_0^T s_{1,k}^2 dt$  随

迭代次数变化情况, 表明随着迭代的进行误差量在  $L_T^2$ -范数意义下递减, 在  $k = 10$  时为零. 以上仿真结果充分验证了定理的正确性.

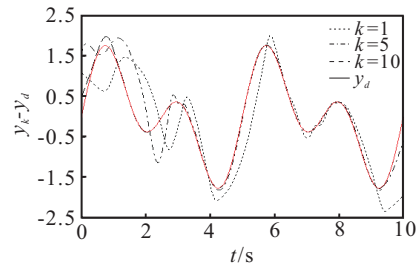


图 2 在不同迭代次数下  $y_k$  跟踪期望轨迹  $y_d$  的情况

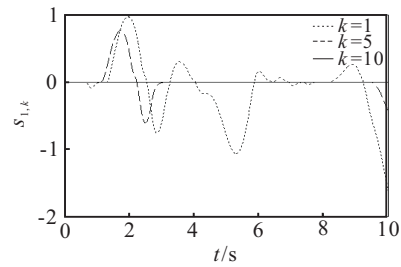


图 3 在不同迭代次数下  $s_{1,k}$  随时间变化情况

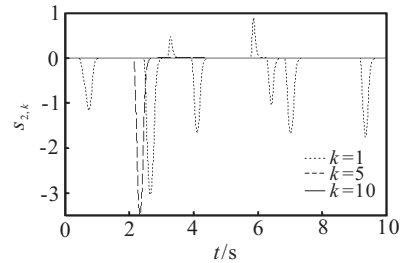


图 4 在不同迭代次数下  $s_{2,k}$  随时间变化情况

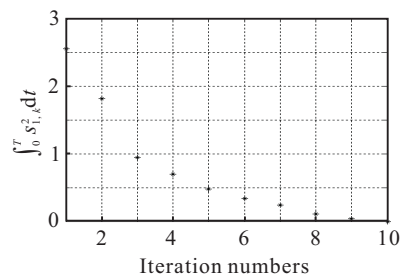


图 5 误差积分量  $\int_0^T s_{1,k}^2 dt$  随迭代次数变化情况

### 7 结 论

本文提出的迭代神经网络估计器在原理上实现了对时变不确定性的估计, 从而放松了前人在时变非线性系统研究时所作的各种苛刻假设. 这种结合神经网络技术和迭代学习控制技术的估计器提供了一种解决不确定时变非线性控制问题的新思路; 同时, 所提出的基于迭代神经网络估计器的控制系统设计方法对时变非线性系统方面的研究具有参考价值.

(下转第 1026 页)