文章编号: 1001-0920 (2011) 07-1113-04

一类时滞切换系统的稳定性分析

赵立英, 张志强, 赵向奎
(北京科技大学 数理学院，北京 100083)

摘　要: 利用时滞分解和平均驻留时间方法讨论一类时滞切换系统的稳定性问题. 定义了更为一般的 Lyapunov 函数, 结合 Jensen 积分不等式和倒数凸组合技术得到的线性矩阵不等式条件具有更小的保守性和更低的计算复杂性. 给出的仿真算例进一步验证了所得结果的有效性.

关键词: 切换系统；时滞；稳定性；Lyapunov 函数
中图分类号: TP13　　　　**文献标识码:** A

Stability analysis of a class of switched systems with time delay

ZHAO Li-ying，*ZHANG Zhi-qiang*，*ZHAO Xiang-kui*
(School of Mathematics and Physics，University Science & Technology Beijing，Beijing 100083，China．Correspondent: ZHAO Li-ying，E-mail：liyingzhao0909@126.com)

Abstract：By using a delay decomposition approach and the average dwell time technique, the stability of a class of linear switched systems with time-varying delay is concerned. Then a more general Lyapunov function is defined. Combined with Jensen integral inequality and reciprocally convex approach, sufficient LMI conditions which have less conservatism and low computational complexity are obtained. A simulation example illustrates the effectiveness of the proposed method.

Key words：switched systems；time delay；stability；Lyapunov function

1 引　言

切换系统是一类重要的混杂系统, 通常由一组连续 (或离散) 系统和一条逻辑规则组成, 该逻辑规则也称为切换律, 通常是一个依赖状态或 (和) 时间的分段常值函数, 它决定了子系统间如何切换[1]. 切换系统在实际中有着广泛的应用, 如电力系统[2]、机器人控制[3]、网络控制[4]等. 近年来, 切换系统受到了广泛关注[1,5-6]. 切换系统有如下研究方法: 多 Lyapunov 函数方法[7]、平均驻留时间方法[8-9]和切换 Lyapunov 函数方法[10-11]等.

另一方面, 时滞是工程控制中的一个普遍现象, 很多学者对此进行了大量的研究工作, 研究方法包括广义系统方法[12]、自由权矩阵方法[13]、Jensen 不等式方法[16]等. 为进一步减少保守性, 文献 [14] 和 [15] 分别提出了时滞分解的方法, 将时滞区间分解为多个子区间, 定义了更为一般性的 Lyapunov 函数. 为了减少计算复杂性, Jensen 积分不等式[16]已被广泛应用于时滞系统的稳定性分析[15,17-18]. 在 [15] 中, $-\dfrac{1}{d(t)}$ 和 $-\dfrac{1}{h-d(t)}$ $(0<d(t)\leqslant h)$ 都被放大为 $-\dfrac{1}{h}$. [17] 则改进了这一方法, 引入了凸组合技术, 并在 [18]中得到进一步完善. 最近, [19] 又引入了松散变量, 提出了一种倒数凸组合方法.

对于时滞切换系统, 由于时滞和切换都是影响系统稳定性的重要因素, 二者相互耦合可能导致更复杂的动力学行为. 因此, 时滞切换系统的稳定性研究也引起了许多学者的关注, 其中文献 [20] 研究了一类时滞线性切换系统的稳定性和 L_2 增益, 利用平均驻留时间方法, 给出了系统指数稳定和具有加权 L_2 增益的充分的 LMI 条件.

本文研究一类时滞切换系统的稳定性问题, 利用时滞分解和平均驻留时间方法, 定义了更为一般的 Lyapunov 函数, 结合 Jensen 积分不等式和倒数凸组合技术得到的线性矩阵不等式条件与已有结果[20]相比, 具有更小的保守性和更低的计算复杂性. 仿真算例进一步验证了所得结果的有效性.

收稿日期: 2010-12-29；**修回日期:** 2011-01-19.
基金项目: 北京科技大学冶金工程研究院基础理论基金项目(00009504).
作者简介: 赵立英(1965−), 女, 教授, 博士, 从事网络控制、鲁棒控制等研究；张志强(1987−), 男, 博士生, 从事切换系统的研究.

2 系统描述及预备知识

考虑如下的时滞切换系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + B_{\sigma(t)}x(t-d(t)), \\ x(\theta) = \phi(\theta),\ t \in [-h, 0]. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 表示系统状态; $\sigma(t) : [0, \infty) \to M = \{1, 2, \cdots, m\}$ 表示切换信号; $A_{\sigma(t)}, B_{\sigma(t)}$ 都是常数矩阵; $\phi(\theta)$ 是 $[-h, 0]$ 上可微的向量值函数, 常数 $h > 0$; $d(t)$ 表示时变的时滞, 且满足下面的条件:

$$0 < d(t) \leqslant h,\ \dot{d}(t) \leqslant d \leqslant 1, \tag{2}$$

这里 d 是一个常数. 下文将用到以下引理:

引理 1[19] 设 f_1 和 f_2 是两个非负标量, 则对于任意的 $\alpha(0 < \alpha < 1)$, 都有

$$\frac{1}{\alpha}f_1 + \frac{1}{1-\alpha}f_2 \geqslant f_1 + f_2 + 2g. \tag{3}$$

这里 g 是满足如下不等式条件的标量:

$$\begin{bmatrix} f_1 & g \\ g & f_2 \end{bmatrix} \geqslant 0.$$

3 主要结果

对于系统 (1), 本文利用时滞分解的方法, 并结合 Jensen 积分不等式和引理 1, 得到新的稳定性条件如下:

定理 1 对于给定的标量 $\alpha > 0$, $\mu \geqslant 1$, d 和 $h(h > 0)$, 如果存在矩阵 $P_i = P_i^{\mathrm{T}} > 0, R_{ij} = R_{ij}^{\mathrm{T}} > 0, Q_i = Q_i^{\mathrm{T}} \geqslant 0, Z_{ij} = Z_{ij}^{\mathrm{T}} > 0\,(i \in M, j = 1, 2)$ 和矩阵 S_{i1}, $S_{i2}(i \in M)$, 使得如下的不等式成立:

$$\varPhi_i < 0,\ i \in M; \tag{4}$$

$$\varPsi_i < 0,\ i \in M; \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{i1} & S_{i1} \\ * & Z_{i1} \end{bmatrix} > 0,\ i \in M; \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{i2} & S_{i2} \\ * & Z_{i2} \end{bmatrix} > 0,\ i \in M; \tag{7}$$

以及

$$\begin{gathered} P_i \leqslant \mu P_j,\ R_{i1} \leqslant \mu R_{j1},\ R_{i2} \leqslant \mu R_{j2}, \\ Q_i \leqslant \mu Q_j,\ Z_{i1} \leqslant \mu Z_{j1},\ Z_{i2} \leqslant \mu Z_{j2}, \\ \forall\, i, j \in M, \end{gathered} \tag{8}$$

且平均驻留时间满足

$$T_a > T_{a^*} = \frac{\ln \mu}{\alpha}. \tag{9}$$

则时滞系统 (1) 和 (2) 对于任意的切换信号都是指数稳定的. 更进一步, 系统状态满足

$$||x(t)|| \leqslant \sqrt{\frac{b}{a}}\mathrm{e}^{-\lambda(t-t_0)} \sup_{-h \leqslant \theta \leqslant 0} \{||x(t_0+\theta)||,\ ||\dot{x}(t_0+\theta)||\}. \tag{10}$$

其中

$$\varPhi_i = \begin{bmatrix} \varPhi_{i11} & \varPhi_{i12} & \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}S_{i1} & 0 \\ * & \varPhi_{i22} & \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}(Z_{i1} - S_{i1}) & 0 \\ * & * & \varPhi_{i33} & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i2} \\ * & * & * & -\mathrm{e}^{-\alpha h}R_{i2} - \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i2} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \varPhi_{i11} = {} & P_iA_i + A_i^{\mathrm{T}}P_i + R_{i1} + Q_i + \alpha P_i + \\ & \frac{h}{2}A_i^{\mathrm{T}}(Z_{i1} + Z_{i2})A_i - \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varPhi_{i12} = {} & P_iB_i + \frac{h}{2}A_i^{\mathrm{T}}(Z_{i1} + Z_{i2})B_i + \\ & \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}(Z_{i1} - S_{i1}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varPhi_{i22} = {} & -(1-d)\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}Q_i + \frac{h}{2}B_i^{\mathrm{T}}(Z_{i1} + Z_{i2})B_i - \\ & \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}(2Z_{i1} - S_{i1} - S_{i1}^{\mathrm{T}}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varPhi_{i33} = {} & -\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}(R_{i1} - R_{i2}) - \\ & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i2} - \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i1}, \end{aligned}$$

$$\varPsi_i = \begin{bmatrix} \varPsi_{i11} & \varPsi_{i12} & \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i1} & 0 \\ * & \varPsi_{i22} & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}(Z_{i2} - S_{i2}^{\mathrm{T}}) & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}(Z_{i2} - S_{i2}) \\ * & * & \varPsi_{i33} & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}S_{i2} \\ * & * & * & -\mathrm{e}^{-\alpha h}R_{i2} - \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i2} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \varPsi_{i11} = {} & P_iA_i + A_i^{\mathrm{T}}P_i + R_{i1} + Q_i + \alpha P_i + \\ & \frac{h}{2}A_i^{\mathrm{T}}(Z_{i1} + Z_{i2})A_i - \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i1}, \end{aligned}$$

$$\varPsi_{i12} = P_iB_i + \frac{h}{2}A_i^{\mathrm{T}}(Z_{i1} + Z_{i2})B_i,$$

$$\begin{aligned} \varPsi_{i22} = {} & -(1-d)\mathrm{e}^{-\alpha h}Q_i + \frac{h}{2}B_i^{\mathrm{T}}(Z_{i1} + Z_{i2})B_i - \\ & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}(2Z_{i2} - S_{i2} - S_{i2}^{\mathrm{T}}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varPsi_{i33} = {} & -\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}(R_{i1} - R_{i2}) - \\ & \mathrm{e}^{-\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i2} - \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\alpha h}\frac{2}{h}Z_{i1}, \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{1}{2}\Big(\alpha - \frac{\ln \mu}{T_a}\Big),\ a = \min_{\forall i \in M} \lambda_{\min}(P_i),$$

$$b=\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(P_i)+h\Big(\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Q_i)\frac{h}{2}(\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R_{i1})+\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(R_{i2}))\Big)+\frac{h^2}{2}(\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Z_{i1})+\max_{\forall i\in M}\lambda_{\max}(Z_{i2})).$$

证明　构造如下 Lyapunov 函数:

$$V(t)=V_i(t)=V_{i1}(t)+V_{i2}(t)+V_{i3}(t)+V_{i4}(t),\tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned}
&V_{i1}(t)=x^{\mathrm T}(t)P_ix(t),\\
&V_{i2}(t)=\int_{t-\frac{h}{2}}^{t}x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}R_{i1}x(s)\mathrm ds+\int_{t-h}^{t-\frac{h}{2}}x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}R_{i2}x(s)\mathrm ds,\\
&V_{i3}(t)=\int_{t-d(t)}^{t}x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}Q_ix(s)\mathrm ds,\\
&V_{i4}(t)=\int_{-\frac{h}{2}}^{0}\int_{t+\theta}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds\mathrm d\theta+\int_{-h}^{-\frac{h}{2}}\int_{t+\theta}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds\mathrm d\theta.
\end{aligned}$$

对 $V_{i1}(t)$, $V_{i2}(t)$, $V_{i3}(t)$, $V_{i4}(t)$ 求导, 可得

$$\dot V_{i1}^{\mathrm T}(t)=x^{\mathrm T}(t)P_i[A_ix(t)+B_ix(t-d(t))]+[A_ix(t)+B_ix(t-d(t))]^{\mathrm T}P_ix(t),\tag{12}$$

$$\dot V_{i2}^{\mathrm T}(t)=-\alpha V_{i2}(t)+x^{\mathrm T}(t)R_{i1}x(t)-x^{\mathrm T}(t-h)\mathrm e^{-\alpha h}R_{i2}x(t-h)+x^{\mathrm T}\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\mathrm e^{-\frac12\alpha h}(R_{i2}-R_{i1})x\Big(t-\frac{h}{2}\Big),\tag{13}$$

$$\begin{aligned}\dot V_{i3}^{\mathrm T}(t)=&-\alpha V_{i3}(t)+x^{\mathrm T}(t)Q_ix(t)-(1-\dot d(t))x^{\mathrm T}(t-d(t))\mathrm e^{-\alpha d(t)}Q_ix(t-d(t))\leqslant\\&-\alpha V_{i3}(t)+x^{\mathrm T}(t)Q_ix(t)-(1-d)x^{\mathrm T}(t-d(t))\mathrm e^{-\alpha d(t)}Q_ix(t-d(t)),\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}\dot V_{i4}^{\mathrm T}(t)=&-\alpha V_{i4}(t)+\frac{h}{2}[A_ix(t)+B_ix(t-d(t))]^{\mathrm T}(Z_{i1}+Z_{i2})[A_ix(t)+B_ix(t-d(t))]-\\&\int_{t-\frac{h}{2}}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds-\int_{t-h}^{t-\frac{h}{2}}\dot x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{\alpha(s-t)}Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds\leqslant\\&-\alpha V_{i4}(t)+\frac{h}{2}[A_ix(t)+B_ix(t-d(t))]^{\mathrm T}(Z_{i1}+Z_{i2})[A_ix(t)+B_ix(t-d(t))]-\\&\int_{t-\frac{h}{2}}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{-\frac12\alpha h}Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds-\int_{t-h}^{t-\frac{h}{2}}\dot x^{\mathrm T}(s)\mathrm e^{-\alpha h}Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds.\end{aligned}\tag{15}$$

下面分两种情况讨论: 首先, 当 $0<d(t)\leqslant h/2$ 时, 由 Jensen 积分不等式, 有

$$\begin{aligned}&-\int_{t-\frac{h}{2}}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds=\\&-\int_{t-d(t)}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds-\int_{t-\frac{h}{2}}^{t-d(t)}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds\leqslant\\&-\frac{1}{d(t)}[x(t)-x(t-d(t))]^{\mathrm T}Z_{i1}[x(t)-x(t-d(t))]-\\&\frac{1}{h/2-d(t)}\Big[x(t-d(t))-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\Big]^{\mathrm T}Z_{i1}\Big[x(t-d(t))-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\Big]=\\&-\frac{2}{h}\begin{bmatrix}x(t)-x(t-d(t))\\x(t-d(t))-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\times\begin{bmatrix}\frac{h/2}{d(t)}Z_{i1}&0\\ *&\frac{h/2}{h/2-d(t)}Z_{i1}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x(t)-x(t-d(t))\\x(t-d(t))-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{16}$$

依引理 1, 得

$$-\int_{t-\frac{h}{2}}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds\leqslant-\frac{2}{h}\begin{bmatrix}x(t)-x(t-d(t))\\x(t-d(t))-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\end{bmatrix}^{\mathrm T}\begin{bmatrix}Z_{i1}&S_{i1}\\ *&Z_{i1}\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x(t)-x(t-d(t))\\x(t-d(t))-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\end{bmatrix}.\tag{17}$$

另外, 由 Jensen 积分不等式, 得

$$-\int_{t-h}^{t-\frac{h}{2}}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds\leqslant-\frac{2}{h}\Big[x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)-x(t-h)\Big]^{\mathrm T}Z_{i2}\Big[x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)-x(t-h)\Big].\tag{18}$$

注意到 $-\mathrm e^{-\alpha d(t)}\leqslant-\mathrm e^{-\frac12\alpha h}$, 因此, 对于 $0<d(t)\leqslant h/2$ 的情形, 若式 (4) 成立, 则有

$$\dot V(t)+\alpha V(t)\leqslant\xi^{\mathrm T}(t)\varPhi_i\xi(t)<0.\tag{19}$$

当 $h/2<d(t)\leqslant h$ 时, 有

$$-\int_{t-\frac{h}{2}}^{t}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i1}\dot x(s)\mathrm ds\leqslant-\frac{2}{h}\Big[x(t)-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\Big]^{\mathrm T}Z_{i1}\Big[x(t)-x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)\Big],\tag{20}$$

以及

$$\begin{aligned}&-\int_{t-h}^{t-\frac{h}{2}}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds=\\&-\int_{t-d(t)}^{t-\frac{h}{2}}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds-\int_{t-h}^{t-d(t)}\dot x^{\mathrm T}(s)Z_{i2}\dot x(s)\mathrm ds\leqslant\\&-\frac{1}{d(t)-h/2}\Big[x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)-x(t-d(t))\Big]^{\mathrm T}Z_{i2}\Big[x\Big(t-\frac{h}{2}\Big)-\end{aligned}$$

$$x(t-d(t))\Big]-\frac{1}{h-d(t)}[x(t-d(t))-$$
$$x(t-h)]^{\mathrm{T}}Z_{i2}[x(t-d(t))-x(t-h)]\leqslant$$
$$-\frac{2}{h}\begin{bmatrix}x\Big(t-\dfrac{h}{2}\Big)-x(t-d(t))\\x(t-d(t))-x(t-h)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\times$$
$$\begin{bmatrix}Z_{i2}&S_{i2}\\ *&Z_{i2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\Big(t-\dfrac{h}{2}\Big)-x(t-d(t))\\x(t-d(t))-x(t-h)\end{bmatrix}. \quad (21)$$

此时, 有 $-\mathrm{e}^{-\alpha d(t)}\leqslant-\mathrm{e}^{-\alpha h}$. 故知, 对于 $h/2<d(t)\leqslant h$ 的情形, 若式 (5) 成立, 则有

$$\dot V(t)+\alpha V(t)\leqslant\xi^{\mathrm{T}}(t)\varPsi_i\xi(t)<0. \quad (22)$$

综上可得, 当 $t\in[t_k,\ t_{k+1})$ 时, 有

$$V(t)=V_i(t)\leqslant\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_k)}V_{\sigma(t_k)}(t_k). \quad (23)$$

由式 (8) 知, 在切换时刻 t_i, 有

$$V_{\sigma(t_i)}(t_i)\leqslant\mu V_{\sigma(t_i^-)}(t_i^-),\ i=1,2,\cdots. \quad (24)$$

于是, 可得

$$V(t)\leqslant$$
$$\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_k)}\mu V_{\sigma(t_k^-)}(t_k^-)\leqslant\cdots\leqslant$$
$$\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\mu^kV_{\sigma(t_0)}(t_0)\leqslant$$
$$\mathrm{e}^{-(\alpha-\ln\mu/T_a)(t-t_0)}V_{\sigma(t_0)}(t_0). \quad (25)$$

余下的部分与文献 [20] 中定理 1 的证明类似, 此略. □

注 1 定理 1 给出了时滞切换系统 (1) 的一个新的稳定性条件. 与文献 [18] 类似, 利用时滞分解的处理方法, 时滞区间 $[0,h]$ 被分成两等份, 从而定义了更为一般的 Lyapunov 函数. 结合 Jensen 积分不等式和 [19] 的倒数凸组合技术得到的不等式条件保守性小且涉及较少的决策变量. 与 [20] 的结果相比, 定理 1 更为有效.

4 算 例

考虑如下的可靠控制系统[20]:

$$\dot x(t)=Ax(t)+Bx(t-d(t))+Gu,$$
$$x(\theta)=\phi(\theta),\ \theta\in[-h,0], \quad (26)$$

表示一个机械旋转切割过程. 这里, 取

$$A=\begin{bmatrix}-2&0.2&0.35\\-0.5&0.15&-0.3\\1&-0.2&-0.25\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0.2&-0.1&0\\0.5&0.1&0\\0.1&0&0.1\end{bmatrix},$$

$$G=\begin{bmatrix}0.5&-0.65&0.5\\-0.3&0.5&-0.25\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ K=\begin{bmatrix}-2&2&-1\\0.5&-1&0.1\end{bmatrix},$$

且 $u=Kx$.

当执行器发生故障时, 矩阵 G 的相应列为 0, 即

$$G_1=\begin{bmatrix}0.5&-0.65&0.5\\0&0&0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},\ G_2=\begin{bmatrix}0&0&0\\-0.3&0.5&-0.25\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$G_3=G$. 此时, 系统 (26) 可以写成时滞切换系统 (1) 的形式, 且 $M=\{1,2,3\}$. 对于 $\alpha=0.1, d=0.2$ 和 $\mu=1.05$ 的情形, 由定理 1 可以得到最大允许的时滞上界为 2.038, 所涉及的决策变量为 162 个. 相应地, 由文献 [20] 中的定理 1 可得最大允许的时滞上界为 1.769, 所含的决策变量为 171 个. 从表 1 可见, 本文的方法更为有效.

表 1 结果对比

方法	最大允许的时滞上界	决策变量个数
本文定理1	2.038	162
文献 [20] 定理 1	1.769	171

5 结 论

本文讨论了一类时滞切换系统的稳定性问题. 利用时滞分解和平均驻留时间方法, 定义了更为一般的 Lyapunov 函数, 结合 Jensen 积分不等式和倒数凸组合技术得到的线性矩阵不等式条件具有更小的保守性和更低的计算复杂性. 仿真算例进一步验证了所得结果的有效性.

参考文献(References)

[1] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. IEEE Control Systems Magazine, 1999, 19(5): 59-70.

[2] Williams S M, Hoft R G. Adaptive frequency domain control of PWM switched power line conditioner[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 1991, 6(4): 665-670.

[3] Jeon D, Tomizuka M. Learning hybrid force and position control of robot manipulators[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 1993, 9(4): 423-431.

[4] Kim D K, Park P G, Ko J W. Output-feedback H_1 control of systems over communication networks using a deterministic switching system approach[J]. Automatica, 2004, 40(7): 1205-1212.

[5] Decarlo R A, Branick M S, Pettersson S, et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems[J]. Proc of the IEEE, 2000, 88(7): 1069-1082.

[6] Sun Z, Ge S S. Analysis and synthesis of switched linear control systems[J]. Automatica, 2005, 41(2): 181-195.

[7] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1998, 43(4): 475-482.

[8] Hespanha J P, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell-time[C]. Proc of the 38th Conf on Decision and Control. Phoenix, 1999: 2655-2660.

[9] Ding D W, Yang G H. H_∞ static output feedback control for discrete-time switched linear systems with average dwell time[J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4(3): 380-391.

(下转第1120页)