

文章编号: 1001-0920(2012)09-1397-05

## 一类不确定离散时间系统的积分滑模控制

杨朋松, 孙秀霞, 董文瀚, 武 杰

(空军工程大学 工程学院, 西安 710038)

**摘 要:** 针对一类同时存在匹配和非匹配不确定性的离散时间系统, 提出一种基于幂次函数的离散积分滑模控制方法. 理论分析表明, 所提出的方法可以消除离散积分滑模控制系统的抖振, 而且能够保证对系统的匹配和非匹配不确定性具有强鲁棒性. 在系统不确定性的界未知的情况下, 通过引入一步延时干扰估计完成了控制器的设计, 并给出了闭环系统稳定性证明. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 离散时间系统; 幂次函数; 积分滑模; 一步延时干扰估计

**中图分类号:** TP273

**文献标志码:** A

## Integral sliding mode control of discrete-time systems with uncertainties

YANG Peng-song, SUN Xiu-xia, DONG Wen-han, WU Jie

(College of Engineering, Air Force University of Engineering, Xi'an 710038, China. Correspondent: YANG Peng-song, E-mail: sihongyang@126.com)

**Abstract:** For a class of discrete time systems with matched and unmatched uncertainties, a discrete integral sliding mode control method based on the power-function is proposed in this paper. Theoretical analysis shows that, the chattering of discrete integral sliding mode control systems can be eliminated, and the robustness against the matched and unmatched uncertainties can be guaranteed. Under the condition that the bounds of the uncertainties of the system are unknown, one step delayed disturbance estimation is introduced to complete the design of the controller, and the stability of the closed loop system is proved. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** discrete-time systems; power-function; integral sliding mode; one step delayed disturbance estimation

### 1 引 言

滑模控制是一种鲁棒控制方法. 传统滑模控制系统的运动过程分为趋近运动和滑动模态, 滑模控制的滑动模态可使系统在受到摄动及外干扰时具有不变性, 但其趋近运动并不具有此不变性<sup>[1]</sup>.

为了解决滑模控制的趋近运动问题, 文献[2]提出了积分滑模设计方法, 它可使系统运动一开始便位于滑模面上, 并解决了满足匹配条件的干扰抑制问题. 此后, 众多学者针对各种问题提出了不同的积分滑模设计方法<sup>[3-6]</sup>. 然而, 文献[2-6]都是针对连续时间系统积分滑模控制进行研究的.

随着计算机技术在控制领域的广泛应用, 离散时间系统的滑模控制得到了深入研究. 在离散时间系统中, 由于采样频率的限制, 系统状态只能在滑模面的某一邻域内作准滑模运动, 同时系统存在着控制抖振和稳态抖振<sup>[1]</sup>, 使得连续时间系统滑模控制方法不能

直接推广到离散系统滑模控制的设计. 由于积分滑模控制具有良好的特性<sup>[2]</sup>, 使得关于离散积分滑模控制方法的研究极为迫切. 针对不确定性满足匹配条件的离散时间系统, 文献[7]提出了基于等效控制的离散积分滑模控制器设计方法; [8]研究了离散积分滑模保性能控制的设计问题; [9]针对一类同时存在匹配和非匹配不确定性的离散时间系统设计了积分滑模控制器. 但是, 上述设计方法均需要知道不确定性的界, 保守性较大.

本文针对一类同时存在匹配和非匹配不确定性的离散时间系统, 提出一种离散积分滑模控制方法. 该方法可以实现全阶滑动模态; 引入幂次函数, 并通过调节控制器的参数使幂次函数工作在线性区域, 避免了切换开关的工作, 消除了系统的抖振; 系统状态一开始便位于滑模面上, 消除了滑模控制的趋近运动, 使系统具有全程鲁棒性; 控制律设计不需已知不确定

收稿日期: 2011-01-06; 修回日期: 2011-05-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60904038).

作者简介: 杨朋松(1985-), 男, 博士生, 从事现代控制理论与应用的研究; 孙秀霞(1962-), 女, 教授, 博士生导师, 从事现代控制理论、飞行控制等研究.

性界的大小,减小了系统设计的保守性.

## 2 问题描述

考虑采样时间为  $T$  的不确定离散时间系统

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + f_1(k) + f_2(k). \quad (1)$$

其中:  $x(k) \in R^n$ ,  $u(k) \in R$  和  $f_1(k), f_2(k) \in R^n$  分别为系统状态、控制输入和外部干扰;  $\Phi$  和  $\Gamma$  具有适当的维数.

**假设 1**  $(\Phi, \Gamma)$  可控.

**假设 2**  $f_1(k), f_2(k)$  均为有界光滑干扰,且界未知,  $f_1(k)$  满足匹配条件,  $f_2(k)$  不满足匹配条件.

令  $f(k) = f_1(k) + f_2(k)$ , 则  $f(k)$  为等效有界光滑干扰,  $f(k) \in R^n$ , 系统(1)可化为

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + f(k). \quad (2)$$

控制的目的是:设计离散积分滑模控制器,使系统(2)闭环稳定,而且可以任意配置闭环系统的极点,同时系统不存在高频抖振.

## 3 离散积分滑模控制器设计及滑模面收敛性分析

### 3.1 离散积分滑模控制器设计

定义如下离散积分滑模面:

$$\begin{aligned} \sigma(k) &= Gx(k) - Gx(0) + b(k), \\ b(k) &= b(k-1) + Ex(k-1). \end{aligned} \quad (3)$$

其中:  $\sigma(k) \in R, b(k) \in R, b(0) = 0, G$  和  $E$  为待设计的具有适当维数的常数矩阵.

**注 1** 由式(3)可以得出  $\sigma(0) = 0$ , 即系统从初始状态开始便位于滑模面上,说明离散积分滑模消除了滑模控制的趋近过程.

引入文献[10]中的非线性幂次函数,并结合式(2)和(3)设计控制律为

$$\begin{aligned} \hat{u}(k) &= \\ &(G\Gamma)^{-1}[(1-qT)\sigma(k) - \varepsilon T \text{fal}(\sigma(k), a, \delta) - \\ &(G\Phi + E)x(k) - b(k) + Gx(0) - Gf(k)]. \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= 0.5, 0 < qT < 1, 0 < \varepsilon T < 1, \\ 0 < \frac{\varepsilon T}{1-qT} < 1, \delta &= \left( \frac{\varepsilon T}{1-qT} \right)^2; \end{aligned}$$

任意选取增益矩阵  $G$  保证  $G\Gamma$  是非奇异矩阵; 矩阵  $E$  的取值将在下节介绍;  $b(k)$  可由式(3)递推获得.

由于干扰  $f(k)$  的值不可知, 式(4)所示的控制律无法执行. 由假设 2 可知, 可用干扰前一个采样值  $f(k-1)$  来估计当前时刻干扰  $f(k)$  的值<sup>[11-12]</sup>, 代入式(4), 得到可执行的控制律为

$$u(k) =$$

$$\begin{aligned} &(G\Gamma)^{-1}[(1-qT)\sigma(k) - \varepsilon T \text{fal}(\sigma(k), a, \delta) - \\ &(G\Phi + E)x(k) - b(k) + Gx(0) - Gf(k-1)], \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$f(k-1) = x(k) - \Phi x(k-1) - \Gamma u(k-1) \quad (6)$$

称为一步延时干扰估计<sup>[11]</sup>.

### 3.2 滑模面收敛性分析

**定理 1** 对于不确定系统(2), 在式(5)所示控制量的作用下, 通过合理选择控制器的参数  $q$  和  $\varepsilon$ , 滑模面  $\sigma(k)$  单调趋近于干扰估计误差  $D(k)$ , 且系统不存在高频抖振.

**证明** 由式(3)可得

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) &= \\ Gx(k+1) - Gx(0) + b(k+1) &= \\ Gx(k+1) - Gx(0) + b(k) + Ex(k). \end{aligned} \quad (7)$$

将式(2)和(5)代入(7), 整理得

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) &= \\ (1-qT)\sigma(k) - \varepsilon T \text{fal}(\sigma(k), a, \delta) + \\ Gf(k) - Gf(k-1). \end{aligned} \quad (8)$$

令干扰估计误差  $D(k) = Gf(k) - Gf(k-1)$ , 式(8)可化为

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) &= \\ (1-qT)\sigma(k) - \varepsilon T \text{fal}(\sigma(k), a, \delta) + D(k). \end{aligned} \quad (9)$$

由假设 2 和文献[12]可知, 干扰估计误差

$$D(k) \in O(T^2). \quad (10)$$

一般采样周期  $T \ll 1$ , 调节参数  $q$  和  $\varepsilon$  可得

$$0 < \frac{\varepsilon T}{1-qT} = \gamma T^{\frac{1}{2}} < 1, \gamma \geq 1. \quad (11)$$

由式(11)可得

$$\delta = \left( \frac{\varepsilon T}{1-qT} \right)^2 = \gamma^2 T \in O(T). \quad (12)$$

结合式(12)可得

$$\begin{aligned} \frac{qT\delta + \varepsilon T \delta^{1/2}}{\delta} &= qT + \varepsilon T \delta^{-1/2} = \\ qT + \varepsilon T \left[ \left( \frac{\varepsilon T}{1-qT} \right)^2 \right]^{-1/2} &= 1. \end{aligned} \quad (13)$$

即

$$qT\delta + \varepsilon T \delta^{1/2} = \delta. \quad (14)$$

由式(10), (12)和(14), 可得

$$|D(k)| < \delta = qT\delta + \varepsilon T \delta^{1/2}. \quad (15)$$

针对式(9), 分两种情况分析  $\sigma(k)$  的收敛性.

1)  $0 \leq D(k) < qT\delta + \varepsilon T \delta^{1/2}$  时, 有:

① 当  $-\delta < \sigma(k) < 0$  时, 由幂次函数定义<sup>[10]</sup>, 式(9)可化为

$$\sigma(k+1) = (1-qT - \varepsilon T \delta^{-1/2})\sigma(k) + D(k). \quad (16)$$

对于式 (16), 有

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(k) &= \sigma(k+1) - \sigma(k) = \\ &(-qT - \varepsilon T\delta^{-\frac{1}{2}})\sigma(k) + D(k). \end{aligned} \quad (17)$$

由式 (17) 可得  $\Delta\sigma(k) > 0$ ,  $\sigma(k)$  递增, 故当  $\sigma(0) = 0$  时,  $\sigma(k)$  不会向区间  $(-\delta, 0)$  运动.

② 当  $0 \leq \sigma(k) < \delta$  时, 由幂次函数定义, 式 (9) 可化为 (16), 进而可得到 (17), 从而有:

$$\sigma(k) > \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} \text{ 时, } \Delta\sigma(k) < 0, \sigma(k) \text{ 递减;}$$

$$\sigma(k) < \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} \text{ 时, } \Delta\sigma(k) > 0, \sigma(k) \text{ 递增;}$$

$$\sigma(k) = \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} \text{ 时, } \Delta\sigma(k) = 0, \sigma(k) \text{ 不变.}$$

由于初始值  $\sigma(0) = 0$ , 结合式 (13) 可知,  $\sigma(k)$  将单调收敛于  $h_1 = \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} = D(k)$ , 而且不会出现穿越  $\sigma(k) = h_1$  的现象, 结合式 (15) 可得  $0 \leq \sigma(k) \leq D(k) < \delta$ .

2)  $-qT\delta - \varepsilon T\delta^{1/2} < D(k) < 0$  时, 有:

① 当  $0 < \sigma(k) < \delta$  时, 式 (9) 可化为 (16), 进而可得到 (17), 从而可得  $\Delta\sigma(k) < 0$ ,  $\sigma(k)$  递减, 故当  $\sigma(0) = 0$  时,  $\sigma(k)$  不会向区间  $(0, \delta)$  运动.

② 当  $-\delta < \sigma(k) \leq 0$  时, 式 (9) 可化为 (16), 进而可得到 (17), 从而有

$$\sigma(k) > \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} \text{ 时, } \Delta\sigma(k) < 0, \sigma(k) \text{ 递减;}$$

$$\sigma(k) < \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} \text{ 时, } \Delta\sigma(k) > 0, \sigma(k) \text{ 递增;}$$

$$\sigma(k) = \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} \text{ 时, } \Delta\sigma(k) = 0, \sigma(k) \text{ 不变.}$$

由于初始值  $\sigma(0) = 0$ , 结合式 (13) 可知,  $\sigma(k)$  将单调收敛于  $h_2 = \frac{D(k)}{qT + \varepsilon T\delta^{-1/2}} = D(k)$ , 而且不会出现穿越  $\sigma(k) = h_2$  的现象, 结合式 (15) 可得  $-\delta < D(k) \leq \sigma(k) < 0$ .

由上述分析可得

$$|\sigma(k)| \leq |D(k)| < \delta. \quad (18)$$

由式 (10) 和 (18) 可得  $\sigma(k) \in O(T^2)$ .

由幂次函数的定义<sup>[10]</sup>和式 (18) 可知, 幂次函数工作在线性区域, 故式 (5) 所示的控制器中不存在开关动作, 系统避免了高频抖振.  $\square$

#### 4 闭环系统稳定性分析

将式 (5) 代入 (2), 整理可得

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \\ &[\Phi - \Gamma(G\Gamma)^{-1}(G\Phi + E - G)]x(k) + \\ &\Gamma(G\Gamma)^{-1}[\sigma(k+1) - \sigma(k)] + \\ &f(k) - \Gamma(G\Gamma)^{-1}Gf(k). \end{aligned} \quad (19)$$

令

$$\begin{aligned} d(k) &= \Gamma(G\Gamma)^{-1}[\sigma(k+1) - \sigma(k)] + \\ &f(k) - \Gamma(G\Gamma)^{-1}Gf(k), \\ K &= (G\Gamma)^{-1}(G\Phi + E - G). \end{aligned} \quad (20)$$

式 (19) 化为

$$x(k+1) = (\Phi - \Gamma K)x(k) + d(k). \quad (21)$$

由假设 1 可知, 存在矩阵  $K$ , 使得  $\Phi - \Gamma K$  的特征值可以位于单位圆内的任何位置. 根据式 (21) 所示闭环系统的性能要求, 配置闭环系统的特征值, 得到矩阵  $K$  的值, 进而由式 (20) 可得到矩阵  $E$  的值.

**注 2** 式 (21) 所示闭环系统与式 (2) 所示系统都是  $n$  阶的, 且可以在单位圆内任意配置闭环系统的  $n$  个特征值, 说明离散积分滑模实现了全阶滑动模态.

由式 (18) 和假设 2 可知

$$\|d(k)\|_2 \leq w, \quad (22)$$

其中  $w$  为正常数.

**定理 2** 设矩阵  $\Phi - \Gamma K$  的特征值位于单位圆内, 则式 (21) 所示的闭环系统渐近稳定于原点的某个邻域.

**证明** 设  $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为矩阵  $\Phi - \Gamma K$  的  $n$  个不同特征值, 可知  $|\lambda_i| < 1$ . 令

$$J = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix},$$

可得  $(\Phi - \Gamma K) = PJP^{-1}$ , 其中矩阵  $P$  为  $n$  阶非奇异常值矩阵, 则式 (21) 的解可写为

$$x(k) = PJ^k P^{-1}x(0) + P \left( \sum_{j=0}^{k-1} J^j P^{-1}d(k-j-1) \right). \quad (23)$$

令  $\|P\|_2 \|P^{-1}\|_2 = c$ , 其中  $c$  为正常数. 对式 (23) 两边取范数, 并取极限可得

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \|x(k)\|_2 &\leq \\ \|P\|_2 \left( \sum_{j=0}^{\infty} \|J\|_2^j \|P^{-1}\|_2 \|d(k-j-1)\|_2 \right) &\leq \\ \|P\|_2 \left( \sum_{j=0}^{\infty} \|J\|_2^j \|P^{-1}\|_2 w \right) &= \\ cw \left( \sum_{j=0}^{\infty} \|J\|_2^j \right). \end{aligned} \quad (24)$$

令  $\lambda_{\max} = \max\{|\lambda_1|, \dots, |\lambda_n|\}$ , 则  $\lambda_{\max} < 1$ .

注意到  $\|J\|_2 = \lambda_{\max}$ , 从而有

$$\sum_{j=0}^{\infty} \|J\|_2^j = \frac{1}{1 - \lambda_{\max}}. \quad (25)$$

将式 (25) 代入 (24), 可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x(k)\|_2 \leq cw \frac{1}{1 - \lambda_{\max}}. \quad (26)$$

由式 (26) 可知, 闭环系统渐近稳定于原点的某个邻域. □

### 5 仿真结果

考虑三阶不确定离散时间系统

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) + f_1(k) + f_2(k).$$

其中

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1.0890 & 0.1604 & 0.1606 \\ -0.2002 & 0.9022 & 0.1609 \\ -0.0158 & 0.1514 & 1.1748 \end{bmatrix},$$

$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} 0.0014 \\ -0.0244 \\ 0.0519 \end{bmatrix},$$

$$f_1(k) = 0.3 \sin(0.02\pi k) \begin{bmatrix} 0.0014 \\ -0.0244 \\ 0.0519 \end{bmatrix},$$

$$f_2(k) = 0.5 \sin(0.02\pi k) \begin{bmatrix} 0.0012 \\ -0.0002 \\ 0.0108 \end{bmatrix}.$$

参数选择:  $T = 0.01, qT = 0.8, \varepsilon T = 0.1, a = 0.5, \delta = 0.25, G = \Gamma^T$ , 闭环极点选为  $z = [0.4 \ 0.45 \ 0.1]^T$ , 通过 Matlab 极点配置命令可求出

$$K = [164.7459 \ 60.4116 \ 66.6551],$$

由式 (20) 求出  $E = [0.538 \ 0.1882 \ 0.214]$ . 初始状态为  $x(0) = [-0.5 \ 1 \ 1]^T$ .

利用本文提出的算法进行仿真研究, 仿真结果如图 1~图 5 所示.

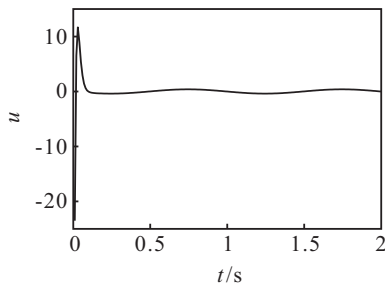


图 1 控制输入  $u$  的动态轨迹

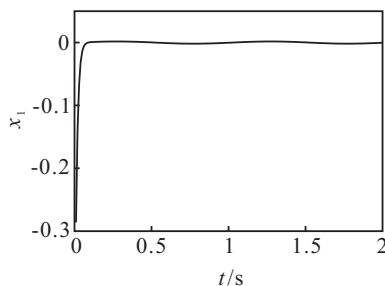


图 2 系统状态  $x_1$  的动态轨迹

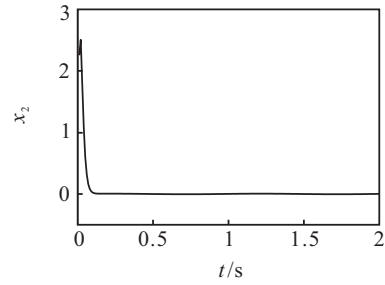


图 3 系统状态  $x_2$  的动态轨迹

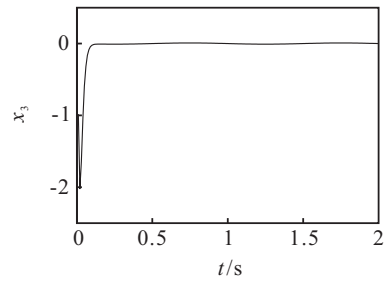


图 4 系统状态  $x_3$  的动态轨迹

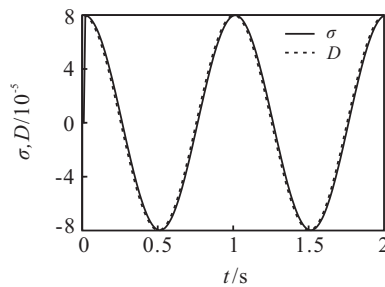


图 5 滑模面  $\sigma$  和干扰估计误差  $D$  的动态轨迹

由图 1~图 4 可以看出, 控制器输出  $u$  和系统状态  $x_1, x_2, x_3$  不存在高频抖振, 而且系统的状态快速稳定到原点的某一邻域内, 实现了对系统匹配和非匹配干扰的强鲁棒性. 由图 5 可以看出, 滑模面  $\sigma$  单调收敛到干扰估计误差值  $D$ , 且不存在超越现象. 这也验证了定理 1 和定理 2.

### 6 结 论

传统离散滑模控制器的设计大多在滑模面上实现系统的降阶控制, 而且控制系统由于切换开关的动作往往导致高频抖振现象. 本文设计了基于幂次函数的离散积分滑模控制系统, 实现了系统的全阶控制, 并保证了系统状态的渐近稳定; 由于系统初始状态位于积分滑模面上, 消除了滑模控制的趋近运动, 增强了系统的鲁棒性; 由于控制器中不存在切换开关动作, 避免了滑模控制系统的高频抖振现象. 最后通过仿真结果表明了理论分析的正确性.

### 参考文献(References)

[1] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996: 28-30.  
(Gao W B. Variable structure control theory and design approach[M]. Beijing: Science Press, 1996: 28-30.)

- [2] Utkin V I, Shi J X. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions[C]. Proc Conf on Decision and Control. Kobe, 1996: 4591-4596.
- [3] Poznyak A, Fridman L, Bejarano F J. Mini-max integral sliding mode control for multimodel linear uncertain systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2004, 49(1): 97-102.
- [4] Niu Y G, Ho D W C, Lam J. Robust integral sliding mode control for uncertain stochastic systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2005, 41(5): 873-880.
- [5] Fernando C, Fridman L. Analysis and design of integral sliding manifolds for systems with unmatched perturbations[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(5): 853-858.
- [6] Bejarano F J, Fridman L, Poznyak A. Output integral sliding mode control based on algebraic hierarchical observer[J]. Int J of Control, 2007, 80(3): 443-453.
- [7] Abidi K, Xu J X, Yu X H. On the discrete-time integral sliding-mode control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2007, 52(4): 709-715.
- [8] 刘涛, 刘贺平, 杨旭. 不确定离散时间系统积分滑模保性能控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(12): 1786-1790. (Liu T, Liu H P, Yang X. Integral-sliding-mode guaranteed cost control for discrete-time system with uncertainty[J]. Control and Decision, 2009, 24(12): 1786-1790.)
- [9] Xi Z, Hesketh T. Discrete time integral sliding mode control for systems with matched and unmatched uncertainties[J]. IET Control Theory Application, 2010, 4(5): 889-896.
- [10] 孙彪, 孙秀霞. 一种新的趋近律离散滑模控制方法及仿真[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(10): 2422-2425. (Sun B, Sun X X. New algorithm of reaching-law discrete-time sliding mode control and simulation[J]. J of System Simulation, 2010, 22(10): 2422-2425.)
- [11] Young K D, Utkin V I, Ozguner U. A control engineer's guide to sliding mode control[J]. IEEE Trans on Control Systems Technogy, 1999, 7(3): 328-342.
- [12] Su W C, Drakunov S V, Ozguner U. A  $O(T^2)$  boundary layer in sliding mode for sampled-data systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2000, 45(3): 482-485.

~~~~~

(上接第1392页)

- [16] Zhu W X, Fan H. A discrete dynamic convexized method for nonlinear integer programming[J]. J of Computational and Applied Mathematics, 2009, 223(1): 356-373.
- [17] Mohan C, Nguyen H T. A controlled random search technique incorporating the simulated annealing concept for solving integer and mixed integer global optimization problems[J]. Computational Optimization and Applications, 1999, 14(1): 103-132.

~~~~~

(上接第1396页)

- [6] Ceci M, Appice A, Malerba D. Mr-SBC: A multi-relational naive Bayes classifier[C]. Knowledge Discovery in Databases PKDD Lecture Notes in Artificial Intelligence. Paris: KDD, 2003, 2838: 95-106.
- [7] Friedman N, Koller D. Being Bayesian about network structure: A Bayesian approach to structure discovery in Bayesian networks[J]. Machine Learning, 2002, 50(12): 95-125.
- [8] Chickering D M. Learning equivalence classes of Bayesian-network structures[J]. J of Machine Learning Research, 2002(2): 445-498.
- [9] Koivisto M, Sood K. Exact Bayesian structure discovery in Bayesian networks[J]. J of Machine Learning Research, 2004, 2(5): 549-573.