文章编号: 1001-0920 (2012) 08-1150-07

期权契约中风险态度对最优决策的影响

王丽丽[1,2], 张纪会[1], 常天田[1], 孙 超[1]

(1. 青岛大学 复杂性科学研究所，山东 青岛 266071；2. 青岛理工大学 理学院，山东 青岛 266033)

摘 要: 考虑一个供应商与一个零售商组成的单一时段、单一产品的两层供应链模型. 供应商提供基于期权的数量柔性契约, 零售商将条件在险价值作为其风险度量准则. 首先得到了零售商的初始订货量及期权购买量与风险厌恶程度之间的解析表达式, 并分析了解的性质; 然后通过数值实验分析了风险厌恶程度及各个系统参数对最优决策及最优利润的影响.

关键词: 供应链管理；风险厌恶；条件在险价值；契约；期权

中图分类号: F273.17 **文献标识码:** A

Impact of risk attitude on optimal decisions in supply contracts with option

WANG Li-li[1,2], *ZHANG Ji-hui*[1], *CHANG Tian-tian*[1], *SUN Chao*[1]

(1. Complexity Science Institute，Qingdao University，Qingdao 266071，China；2. School of Science，Qingdao Technological University，Qingdao 266033，China. Correspondent：ZHANG Ji-hui，E-mail：zhangjihui@qdu.edu.cn)

Abstract: The concept of conditional value-at-risk(CVaR) is introduced as the evaluation criterion in a single period supply contract model with options. Firstly, the retailer’s optimal decisions are derived, and the results which characterize the explicit relationship between the degree of risk aversion and his decisions are obtained. Then numerical experiments are conducted to analyze the influence of the degree of risk aversion and other system parameters on the retailer’s decisions.

Key words: supply chain management；risk aversion；conditional value-at-risk；supply contracts；option

1 引 言

电子半导体类产品因其生命周期往往较短, 市场需求不确定性较大, 且价格下跌较快, 所以在电子半导体产业中普遍采用数量柔性契约的协作方式, 允许采购者根据实际的市场需求重新调整订购量, 如 Sun Microsystems, HP, Solectron 和 IBM 等公司均采用该契约[1].

对于供应链契约的数量柔性问题已有不少作者从不同角度进行了探讨, 如 Tsay[2] 研究了带有数量弹性的订购契约; Eppen 等[3] 研究了回购协议下的柔性契约对供应链绩效的影响; Barness 等[4] 采用看涨期权的方式来处理两阶段中需求不确定情况下批发价格与数量折扣作为弹性契约的问题, 论证了期权的引入能够提高供应链的绩效; Wang 等[5]研究了两级供应链中单一时段、双向期权契约的买方优化问题; 郭琼等[6]通过期权契约研究了供应链的定价策略、最优生产订货批量以及供应链协调问题. 以上供应链模型的研究均在风险中性的假设下进行分析, 决策目标是企业期望利润的最大化或期望成本最小化. 近年来随着经济环境的变化, 供应链管理的研究与实践表明: 企业管理者已不仅关注企业利润最大化或成本最小化, 而且更注重企业获得预期利润的可能性及面临的各种风险问题[7]. 因此, 越来越多的供应链模型研究开始考虑成员的风险态度问题, 关于供应链模型风险分析较详细的文献综述及模型分类可参见文献 [8-9]. 基于期权契约的文献中, 文献 [10] 对半导体工业中普遍采用的执行-期权采购合同模型进行了风险分析, 以利润函数的方差刻画风险指标, 采用均值方差法构造具有风险度量的目标函数. [11] 在 [10] 的基础上采用条件在险价值工具对该采购合同模型进行了风险分析, 讨论了风险态度对执行期权量和保留期权量的影响, 并与均值方差方法作了比较. [12] 对 [13] 提出

收稿日期: 2011-01-08；**修回日期:** 2011-04-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(70771052)；山东省自然科学基金项目(ZR2010GM006).

作者简介: 王丽丽(1979−), 女, 讲师, 博士生, 从事供应链风险管理、数理金融学等研究；张纪会(1969−), 男, 教授, 博士生导师, 从事运作管理、物流系统工程等研究.

的基于执行-期权的能力预定供应契约, 采用条件在险价值建立了关于制造商利润的目标函数, 分析了制造商的最优决策, 即决定产品的承诺采购能力及最大的预定能力. [14] 建立了一种基于批发价格机制与期权相结合的柔性契约模型, 讨论了双方的最优决策、利润分配及协调问题, 并与报童模型作了比较, 但是假设契约双方均是风险中性决策者.

本文采用文献 [14] 中的模型, 假设零售商是风险厌恶型决策者, 利用条件在险价值方法, 考虑零售商存在残值但没有缺货惩罚时的最优决策问题.

2　模型描述与风险度量准则

2.1　期权模型

首先介绍期权的概念. 期权根据买方的权利, 可分为看涨期权和看跌期权, 本文主要研究基于看涨期权的柔性契约, 即零售商购买的期权使其在市场需求实现后, 拥有按照预定的期权执行价格购买不超过期权购买量的产品的权利, 无需承担额外的义务.

考虑由一个上游供应商和一个下游零售商组成的单一时段的两级供应链, 生产和销售一种具有较长交货提前期、较高生产成本、较短销售季节和价格下跌较快的具有随机市场需求的电子半导体类产品. 供应商提供一种基于看涨期权的数量柔性契约, 并给定契约参数, 零售商据此确定他的最优产品订购量; 即供应商首先发布产品的批发价格、期权的价格和期权的执行价格, 零售商根据供应商的价格政策及对市场需求的预期, 确定其以批发价格支付的初始产品订购量和期权购买量. 当需求实现后, 零售商可增加初始产品订购量, 但不能超过期权购买量. 供应商不允许缺货, 必须保证供应零售商所订购的产品量, 销售季末未售出的产品有一定的残值.

根据以上描述, 给出各变量及定义如下: r 为零售商单位产品的销售价格, w 为供应商出售给零售商的单位产品的批发价格, w_o 为单位产品的期权价格, w_e 为单位产品的期权执行价格, Q 为零售商的初始订货量, q 为零售商的期权购买量, s 为单位产品在零售商处的残值.

为了避免平凡的情况, 假设参数之间具有如下关系:

$$w_o + s \leqslant w,\ s < w_e,\ w < w_o + w_e \leqslant r. \tag{1}$$

式 (1) 中的第 1 项主要在于激励零售商采用此期权契约, 后 2 项保证零售商有执行看涨期权的动力, 且相对于现货市场而言, 期权契约更有吸引力.

2.2　风险度量准则

在金融文献中常用的3个风险度量准则为: 均值方差及其变形, 在险价值 (VaR) 以及条件在险价值 (CVaR). 这 3 个准则在金融领域应用十分广泛, 每个准则都有其优缺点.

Markowitz 的均值方差法是风险厌恶情况下应用最广泛的一类分析方法, 但是均值方差分析需要满足决策者的效用函数为凹的二次效用函数, 而且用方差测量风险对决策者期望的向上的影响和不希望得到的向下的结果均给予同等的惩罚[15], 无法充分表现现实中风险厌恶者更趋于规避高风险的态度, 因此又出现了测量下方风险的 VaR 和 CVaR 等方法.

VaR 允许决策者具体地给定获得一定财富的置信水平 $\eta \in (0,1]$. 特别地, 记 $\Pi(Q,D)$ 为订货量 Q 及随机需求 D 的随机利润, $\text{VaR}_\eta(Z)$ 为随机变量 Z 的 η 分位数, 定义如下:

$$\text{VaR}_\eta(Z) = \sup\{z|Pr(Z < z) \leqslant \eta\}.$$

求解 VaR 时, 在给定订货量 Q 的情况下, 需要最大化利润函数 $\pi(Q,D)$ 的 η 分位数 $\text{VaR}_\eta(\pi(Q,D))$; 然而, VaR 虽然应用广泛, 但是缺乏很好的次可加性和凸面性, 并且只有在正态分布下才满足一致性. Rockafellar 和 Uryasev 等人[16-17]在 VaR 的基础上提出的 CVaR 逐渐被人们所关注.

CVaR 度量少于 η 分位数的平均利润, 极大改善了 VaR 的数学特性弱势. Pflug[18]证明了 CVaR 作为一致性风险度量指标, 满足平移不变性、正齐次性、凸面性和可加性. 若从利润的角度进行建模, 则 η 条件的 CVaR 可以定义为

$$\text{CVaR}_\eta(\pi(Q,D)) = \\ \text{E}[\pi(Q,D)|\pi(Q,D) \leqslant \text{VaR}_\eta(\pi(Q,D))].$$

为了解决求解上的困难, Rockafellar 等人同时给出了等价表达式

$$\text{CVaR}_\eta(\pi(Q,D)) = \\ \max_{v\in R}\left\{v - \frac{1}{\eta}E_D[\min(\pi(Q,q,D)-v,0)]\right\},$$

使其更容易进行数学分析. 其中 η 越小, 表明零售商对风险的规避程度越大, $\eta = 1$ 时, CVaR 等于随机利润的期望值, 此时决策者为风险中性的.

本文在表示零售商的风险态度上采用 CVaR 方法. 具体而言, 在柔性契约模型下, 构造关于零售商随机利润函数的目标函数

$$\max_{Q,q\geqslant 0} \text{CVaR}_\eta(Q,q).$$

其中

$$\text{CVaR}_\eta(Q,q) = \max_{v\in R}\left\{v - \frac{1}{\eta}E_D[(v-\pi(Q,q,D))^+]\right\},$$

D 为市场随机需求, $\pi(Q,q,D)$ 为零售商的随机利润, v 为目标利润水平且 $v \in R$, E_D 为对随机需求 D 求期望, $(x)^+ = \max(x,0)$, $\eta(0 < \eta < 1)$ 为风险厌恶程度,

$\eta=1$ 表示零售商为风险中性的.

3 决策分析

3.1 零售商的随机利润函数

设市场随机需求 D 的概率分布为 $F(x)$, 密度函数为 $f(x)$, $F^{-1}(x)$ 表示 $F(x)$ 的反函数, 则在此柔性期权模型中, 零售商的随机利润函数为

$$\pi(Q,q,D)=r\min\{Q+q,D\}+s(Q-D)^+-wQ-w_oq-w_e\min\{(D-Q)^+,q\}. \quad (2)$$

命题 1 零售商期权的执行量依赖于需求 D, 因此零售商的利润函数也依赖于需求 D, 将利润函数改写为

$$\pi(Q,q,D)=\begin{cases}(s-w)Q-w_oq+(r-s)D,\ D\leqslant Q;\\(w_e-w)Q-w_oq+(r-w_e)D,\ Q\leqslant D\leqslant Q+q;\\(r-w)Q+(r-w_e-w_o)q,\ Q+q\leqslant D.\end{cases} \quad (3)$$

将 3 种情况下的利润函数分别标记为 π_1,π_2,π_3.

性质 1 利润函数 π_1,π_2,π_3 具有如下性质:

1) $\pi_1\leqslant\pi_2\leqslant\pi_3$, 且 π_1 和 π_2 是需求 D 的增函数.

2) $\pi(Q,q,D)$ 在区间 $D\in[0,\infty]$ 上连续, 且 $\pi(Q,q,D)\in[a,b]$. 其中: $a=(s-w)Q-w_oq$, $b=(r-w)Q+(r-w_e-w_o)q$.

根据命题 1, 有如下结论:

推论 1 给定初始购买量 Q 及期权购买量 q, 随机利润函数 $\pi(Q,q,D)$ 是市场随机需求 D 的增函数.

3.2 零售商的初始最优决策

初始时刻零售商确定最优的订货量 Q 和期权购买量 q, 因此运用 CVaR 方法, 决策的目标函数为

$$\max_{Q,q\geqslant 0}\max_{v\in R}\Big\{v-\frac{1}{\eta}E_D[(v-\pi(Q,q,D))^+]\Big\}.$$

命题 2 定义

$$J(v,Q,q)=v-\frac{1}{\eta}E_D[(v-\pi(Q,q,D))^+], \quad (4)$$

由 CVaR 方法的性质可知, $J(v,Q,q)$ 关于 (Q,q) 是凹的[17]. 记

$$g(Q,q)=\max_{v\in R}J(v,Q,q),$$

则可求得

$$g(Q,q)=\begin{cases}a,\ v\leqslant a;\\\dfrac{1}{\eta}\displaystyle\int_0^{F^{-1}(\eta)}\pi(Q,q,D)\mathrm{d}F(D),\ a\leqslant v\leqslant b;\\b,\ b\leqslant v.\end{cases} \quad (5)$$

证明 由性质 1 可知, $\pi(Q,q,D)\in[a,b]$, 因此, 分如下 3 种情况讨论 $J(v,Q,q)$ 关于 v 的最优解:

1) 当 $v\leqslant a$ 时, 有

$$J(v,Q,q)=v-\frac{1}{\eta}E_D[(v-\pi(Q,q,D))^+]=v, \quad (6)$$

则 $v^*=a$, $J(v^*,Q,q)=a$.

2) 当 $b\leqslant v$ 时, 有

$$J(v,Q,q)=v-\frac{1}{\eta}E_D[v-\pi(Q,q,D)], \quad (7)$$

则 $v^*=b$, $J(v^*,Q,q)=b$.

3) 当 $a\leqslant v\leqslant b$ 时, 已知 $\pi(Q,q,D)$ 关于随机需求 D 连续, 则一定存在唯一的 $\hat{D}\in[0,Q+q]$, 满足方程

$$v=\pi(Q,q,\hat{D}).$$

记 $\hat{D}=\hat{D}(v,Q,q)$, 则

$$J(v,Q,q)=v-\frac{1}{\eta}\int_0^{\hat{D}}(v-\pi(Q,q,D))\mathrm{d}F(D). \quad (8)$$

对上述方程关于 v 求偏导数并令其为零, 得

$$1-\frac{1}{\eta}F(Q,q,\hat{D}(v,Q,q))=0. \quad (9)$$

用 $v=v^*(Q,q)$ 表示方程 (9) 的唯一解并将其代入式 (8) 可得

$$\hat{D}(v,Q,q)=F^{-1}(\eta),$$

其中 $F^{-1}(\cdot)$ 是 $F(\cdot)$ 的反函数. 所以

$$J(v^*,Q,q)=v^*-\int_0^{F^{-1}(\eta)}(v^*-\pi(Q,q,D))\mathrm{d}F(D)=\frac{1}{\eta}\int_0^{F^{-1}(\eta)}\pi(Q,q,D)\mathrm{d}F(D). \quad (10)$$

综合上述 3 种情况, 命题得证. □

下面讨论零售商的最优决策, 即求 Q 和 q 满足 $\max\limits_{Q,q\geqslant 0}g(Q,q)$. 显然, 只需分析 $a\leqslant v\leqslant b$ 的情况, 即对式 (5) 中的凹函数求最优的 Q 及 q. 根据 $F^{-1}(\eta)$ 的取值范围, 可分如下 3 种情况求解:

1) $F^{-1}(\eta)\leqslant Q$ 时, 有

$$g(Q,q)=(r-w)Q-w_oq-(r-s)Q+(r-s)F^{-1}(\eta)-\frac{r-s}{\eta}\int_0^{F^{-1}(\eta)}F(D)\mathrm{d}D. \quad (11)$$

对式 (11) 关于 Q 和 q 求偏导数, 得

$$\frac{\partial g(Q,q)}{\partial Q}=(r-w)-(r-s)=s-w<0,$$

$$\frac{\partial g(Q,q)}{\partial q}=-w_o<0.$$

根据直觉分析, $Q^*=F^{-1}(\eta)$, $q^*=0$, 即零售商通过初始订货量可完全满足需求, 无需购买期权.

2) $Q\leqslant F^{-1}(\eta)\leqslant Q+q$ 时, 有

$$g(Q,q)=(r-w)Q-w_oq-(r-w_e-w_o)q+(r-w_e)F^{-1}(\eta)-\frac{r}{\eta}\int_0^{F^{-1}(\eta)}F(D)\mathrm{d}D+$$

$$\frac{s}{\eta}\int_0^Q F(D)\mathrm{d}D+\frac{w_e}{\eta}\int_Q^{F^{-1}(\eta)} F(D)\mathrm{d}D. \tag{12}$$

对式 (12) 关于 Q 和 q 求偏导数并令其为零, 得

$$\frac{\partial g(Q,q)}{\partial Q}=(w_e-w)+\frac{s-w_e}{\eta}F(Q)=0,$$

$$\frac{\partial g(Q,q)}{\partial q}=-w_o<0.$$

此时, $Q^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{w_e-w}{w_e-s}\Big)$, $q^*=F^{-1}(\eta)-Q^*$, 即零售商通过初始订货量并执行部分期权可满足需求.

3) $F^{-1}(\eta)\geqslant Q+q$ 时, 有

$$g(Q,q)=$$
$$(r-w)Q+(r-w_e-w_o)q-$$
$$\frac{r-s}{\eta}\int_0^Q F(D)\mathrm{d}D-\frac{r-w_e}{\eta}\int_Q^{Q+q} F(D)\mathrm{d}D. \tag{13}$$

对式 (13) 关于 Q 和 q 求偏导数并令其为零, 得

$$\frac{\partial g(Q,q)}{\partial Q}=(r-w)-\frac{w_e-s}{\eta}F(Q)-\frac{r-w_e}{\eta}F(Q+q)=0,$$

$$\frac{\partial g(Q,q)}{\partial q}=r-w_e-w_o-\frac{r-w_e}{\eta}F(Q+q)=0.$$

令 $\tilde{Q}=Q+q$, 有

$$\tilde{Q}=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}\Big), \tag{14}$$

$$Q=F^{-1}\Big(\eta\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}\Big), \tag{15}$$

$$q=F^{-1}(\tilde{Q})-F^{-1}(Q). \tag{16}$$

此时零售商通过初始订货量及执行全部的期权购买量也无法完全满足市场需求. 考虑到上述方程中 Q 和 q 表达式的定义, 除了假设式 (1), 还需假设 $(r-w_e-w_o)/(r-w_e)\geqslant(w_e+w_o-w)/(w_e-s)$, 即各参数之间还需满足如下关系式:

$$(r+s)w_o+(w+s)w_e\leqslant r(w-s), \tag{17}$$

式 (15) 和 (16) 才有意义.

下面给出此情况下零售商的最优决策.

定理 1 当 $F^{-1}(\eta)\geqslant Q+q$ 时, 零售商的最优初始订货量和期权购买量为:

1) 若 $\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}>\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}$, 则

$$Q^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}\Big),$$

$$q^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}\Big)-F^{-1}\Big(\eta\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}\Big);$$

2) 若 $\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}=\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}$, 则

$$Q^*={Q_o}^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w}{r-s}\Big),\ q^*=0;$$

3) 若 $\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}<\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}$, 则

$$Q^*={Q_o}^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w}{r-s}\Big),\ q^*=0,$$

其中 ${Q_o}^*$ 为批发价格机制下的最优订货量.

证明 目标函数 (13) 关于 (Q,q) 是凹的. 在情况 1) 中, 存在 Q 和 q 满足最优解表达式 (15) 和 (16).

在情况 2) 中, 由式 (16) 得出 $q=0$, 则目标函数可改写为

$$J(Q,q)=(r-w)Q-\frac{r-s}{\eta}\int_0^Q F(D)\mathrm{d}D. \tag{18}$$

对式 (18) 关于 Q 求偏导数, 得

$$\frac{\partial J}{\partial Q}=(r-w)-\frac{r-s}{\eta}F(Q)=0,$$

则

$$Q^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w}{r-s}\Big). \tag{19}$$

记 $Q_0^*=Q^*$, Q_0^* 为批发价格机制下的最优订货量.

在情况 3) 中, 由式 (16) 得出 $q<0$, 由目标函数的凹性知, 最优解在边界处取得, 所以 $q=0$, $Q^*=Q_0^*$. 在情况 2) 和情况 3) 中, 零售商没有意愿采用期权模型调整订货量, 此时的最优订货量即为批发价格机制下的最优订货量 Q_0^*. □

命题 3 在上面求解零售商最优决策的过程中, 根据 $F^{-1}(\eta)$ 的取值范围可分为如下 3 种情况讨论:

1) $F^{-1}(\eta)\leqslant Q$;

2) $Q\leqslant F^{-1}(\eta)\leqslant Q+q$;

3) $F^{-1}(\eta)\geqslant Q+q$.

易见, 情况 1) 下的最优解是情况 2) 下的一个可行解, 情况 2) 下的最优解是情况 3) 下的一个可行解, 因此情况 3) 下的最优解是本文所考虑的问题下的最优解.

综上所述, 给出本文的主要结果如下:

推论 2 当零售商是风险厌恶者时, 最优决策依赖于其风险厌恶程度, 表述如下:

1) 若 $\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}>\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}$, 则

$$Q^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}\Big),$$

$$q^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}\Big)-F^{-1}\Big(\eta\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}\Big);$$

2) 若 $\frac{r-w_e-w_o}{r-w_e}\leqslant\frac{w_e+w_o-w}{w_e-s}$, 则

$$Q^*={Q_o}^*=F^{-1}\Big(\eta\frac{r-w}{r-s}\Big),\ q^*=0.$$

性质 2 零售商的初始最优决策 Q^* 和 q^* 具有如下性质:

1) Q^* 和 $\tilde{Q}^*$ 关于 η 是单调的, 且 $\tilde{Q}^*\leqslant\tilde{Q}_e^*$, $Q^*\leqslant Q_e^*$, $q^*\leqslant q_e^*$. 其中 $\tilde{Q}_e^*$, Q_e^* 及 q_e^* 分别为风险中性决策者的最优总订货量、初始订货量及期权购买量.

2) $Q^*\leqslant Q_0^*\leqslant Q^*+q^*$. Q_0^* 为批发价格契约下风险厌恶者的最优订货量.

3) Q^* 关于 (w_o,w_e) 递增, q^* 关于 (w_o,w_e) 递减, $\tilde{Q}^*$ 关于 (w_o,w_e) 也递减.

证明 情况 1) 由解的表达式易证, $\eta=1$ 时表示风险中性决策者.

情况 2) 中 $Q^* \leqslant Q_0^*$, 由解的表达式可知需满足 $\eta(w_e+w_o-w)/(w_e-s) \leqslant \eta(r-w)/(r-s)$, 对此不等式整理化简可得式 (17).

类似地, $Q_0^* \leqslant Q^*+q^*$ 需满足 $\eta(r-w)/(r-s) \leqslant \eta(r-w_e-w_o)/(r-w_e)$, 整理化简为式 (17).

情况 3) Q^* 表达式中的 $(w_e+w_o-w)/(w_e-s)$ 可改写为

$$1-\frac{w-(w_o+s)}{w_e-s}. \tag{20}$$

结合参数关系假设式 (1) 可知, 式 (20) 关于 (w_o,w_e) 递增, 因此 Q^* 关于 (w_o,w_e) 递增.

类似地, 对于 $\tilde{Q}^*$ 表达式中的 $(r-w_e-w_o)/(r-w_e)$, 可改写为

$$1-\frac{w_o}{r-w_e}, \tag{21}$$

结合式 (1) 可知, 式 (21) 关于 (w_o,w_e) 递减, 又已证 Q^* 关于 (w_o,w_e) 递增, 所以 q^* 关于 (w_o,w_e) 递减. □

推论 3 不同环境中零售商的最优利润关系为

$$\pi_0^* \leqslant \pi^* \leqslant \pi_e{}^*.$$

其中: π_0^* 和 π^* 分别是批发价格机制和期权契约下风险厌恶决策者的最优利润值, π_e^* 是期权契约下风险中性决策者的最优期望利润.

证明 由利润函数公式可知

$$\pi_0^*=(r-w)Q_0^*,$$
$$\pi^*=(r-w)Q^*+(r-w_o-w_e)q^*,$$
$$\pi_e^*=(r-w)Q_e^*+(r-w_o-w_e)q_e^*.$$

结合性质 2 易证 $\pi_0^* \leqslant \pi^* \leqslant \pi_e{}^*$. □

与文献 [14] 中的风险中性模型作比较, 本文的模型引入了风险厌恶程度 η, 并得到了最优决策与 η 的解析表达式. 若仅考虑零售商存在残值处理而不考虑缺货惩罚, 则此时的风险中性模型即为本文模型 $\eta=1$ 时的特例. 当没有缺货惩罚时, 在风险厌恶环境下的最优订货量及期权购买量与风险厌恶程度具有单调性, 最优总定购数量小于风险中性时的最优总定购数量, 这与其他风险厌恶环境下的文献结论一致.

当考虑缺货惩罚时, 因为不易得到最优订货量的解析解, 本文没有作进一步的讨论. 另外, 在供应链环境中, 对 CVaR 方法的研究还不是很充分, 尤其是当有缺货惩罚时其解的性质. 文献 [15] 在风险厌恶环境下用 CVaR 方法对报童模型中存在缺货惩罚时进行了分析, 指出最优订货量与风险厌恶程度不一定具有单调性, 且风险厌恶环境下的最优定购量与风险中性时的最优定购量之间的大小关系依赖于需求的分布、风险的厌恶程度及缺货惩罚的大小.

4 数值算例分析

以批发价格契约为基准, 通过数值分析进一步讨论风险厌恶程度 η 及各个系统参数对零售商决策行为及最优利润的影响. 假设需求服从区间 $[a,a+b]$ 上的均匀分布, 采用文献 [13] 中使用的部分数据并考虑了残值. 具体数据如下: $r=2\,500$, $w=2\,000$, $w_o=400$, $w_e=1\,800$, $s=500$, $a=1\,000$, $b=350$. 当某个参数变化时, 假设其他参数保持上面的初始设定值不变.

首先, 分析风险厌恶程度 η 及对零售商最优决策的影响. 表 1 中给出了不同 η 下的最优初始订货量 Q^*, 期权购买量 q^* 及最优利润 π^*.

表 1 风险厌恶环境下的最优决策及利润

η	Q^*	q^*	Q_0^*	CVaR_0^*	CVaR^*	π_0^*	π^*
0.1	1 007	8	1 010	24 788 288	24 788 664	505 147	505 900
0.2	1 014	16	1 021	12 648 004	12 648 757	510 294	511 800
0.3	1 021	24	1 031	8 602 959	8 604 088	515 441	517 700
0.4	1 028	32	1 041	6 581 723	6 583 229	520 588	523 600
0.5	1 035	40	1 051	5 370 011	5 371 893	525 735	529 500
0.6	1 042	48	1 062	4 563 060	4 565 319	530 882	535 400
0.7	1 049	56	1 072	3 987 402	3 990 038	536 029	541 300
0.8	1 056	64	1 082	3 556 303	3 559 314	541 176	547 200
0.9	1 063	72	1 093	3 221 574	3 224 963	546 324	553 100
1	1 070	80	1 103	2 954 307	2 958 071	551 471	559 000

由表 1 可知, η 越小, Q 及 $\tilde{Q}$ 越小, q 也越小, 同样, Q_0 也减小. 但对同一 η, $\tilde{Q}$ 大于 Q_0. 这说明风险厌恶的零售商为应对市场需求波动, 通过低的订货量降低了风险, 同时也获得了低于风险中性决策者的最优利润.

其次, 分析各系统参数对最优订货量及最优利润的影响:

1) 令残值 s 的变化区间为 $[0,1\,200]$, 选取 $s=0$, $s=500$, $s=1\,200$, 3 种情况下的最优订货量及最优利润分别如表 2 和表 3 所示.

由表 2 可知, 对于同一 η, 残值 s 越大, Q 及 Q_0 越大, q 越小, $\tilde{Q}$ 保持不变但高于 Q_0, 相应的利润 π^* 越大且高于 π_0^*. 因为残值大的产品会增加零售商的利润, 且由表 3 可知, 残值越小, π^* 与 π_0^* 的差距也越大. 因此对于低残值的产品而言, 期权契约对零售商具有更大的吸引力.

表 2 残值 s 变化对最优决策的影响

η	$s=1\,200$			$s=500$			$s=0$		
	Q^*	q^*	Q_0^*	Q^*	q^*	Q_0^*	Q^*	q^*	Q_0^*
0.1	1 012	3	1 013	1 005	10	1 009	1 004	11	1 007
0.2	1 023	7	1 027	1 011	19	1 018	1 008	22	1 014
0.3	1 035	10	1 040	1 016	29	1 026	1 012	33	1 021
0.4	1 047	13	1 054	1 022	38	1 035	1 016	44	1 028
0.5	1 058	17	1 067	1 027	48	1 044	1 019	55	1 035
0.6	1 070	20	1 081	1 032	58	1 053	1 023	66	1 042
0.7	1 082	23	1 094	1 038	67	1 061	1 027	77	1 049
0.8	1 093	27	1 108	1 043	77	1 070	1 031	88	1 056
0.9	1 105	30	1 121	1 048	87	1 079	1 035	100	1 063
1	1 117	33	1 135	1 054	96	1 088	1 039	111	1 070

表 3　残值 s 变化对利润的影响

η	$s=1\,200$		$s=500$		$s=0$	
	π_0^*	π^*	π_0^*	π^*	π_0^*	π^*
0.1	506 731	506 833	504 375	505 577	503 500	505 244
0.2	513 462	513 667	508 750	511 154	507 000	510 489
0.3	520 192	520 500	513 125	516 731	510 500	515 733
0.4	526 923	527 333	517 500	522 308	514 000	520 978
0.5	533 654	534 167	521 875	527 885	517 500	526 222
0.6	540 385	541 000	526 250	533 462	521 000	531 467
0.7	547 115	547 833	530 625	539 038	524 500	536 711
0.8	553 846	554 667	535 000	544 615	528 000	541 956
0.9	560 577	561 500	539 375	550 192	531 500	547 500
1	567 308	568 333	543 750	555 769	535 000	552 744

2) 令期权价格 w_o 的变化区间为 [0, 500], 仅选取 $w_o=0$, $w_o=300$, $w_o=500$, 3 种情况下的最优订货量及最优利润分别如表 4 和表 5 所示.

表 4　期权价格 w_o 变化对最优决策的影响

η	Q_0^*	$w_o=0$		$w_o=300$		$w_o=500$	
		Q^*	q^*	Q^*	q^*	Q^*	q^*
0.1	1 088	995	40	1 003	17	1 008	2
0.2	1 079	989	81	1 005	35	1 016	4
0.3	1 070	984	121	1 008	52	1 024	6
0.4	1 061	978	162	1 011	69	1 032	8
0.5	1 053	973	202	1 013	87	1 040	10
0.6	1 044	968	242	1 016	104	1 048	12
0.7	1 035	962	283	1 019	121	1 057	13
0.8	1 026	957	323	1 022	138	1 065	15
0.9	1 018	952	363	1 024	156	1 073	17
1	1 009	946	404	1 027	173	1 081	19

表 5　期权价格 w_o 变化对利润的影响

η	π_0^*	$w_o=0$	$w_o=300$	$w_o=500$
		π^*	π^*	π^*
0.1	504 375	525 577	508 269	504 423
0.2	508 750	551 154	516 538	508 846
0.3	513 125	576 731	524 808	513 269
0.4	517 500	602 308	533 077	517 692
0.5	521 875	627 885	541 346	522 115
0.6	526 250	653 462	549 615	526 538
0.7	530 625	679 038	557 885	530 962
0.8	535 000	704 615	566 154	535 385
0.9	539 375	730 192	574 423	539 808
1	543 750	755 769	582 692	544 231

由表 4 可知, 对于同一 η, w_o 越大, Q 越大, q 越小. 显然, w_o 增大, 相应的最优利润减少. 因为 w_o 增大, 增加了柔性订货的成本, 零售商自然会减少期权购买量, 从而初始订货量 Q 接近于 Q_0, π^* 与 π_0^* 的差距也越来越小.

3) 令期权执行价格 w_e 的变化区间为 [1 700, 1 900], 选取 $w_e=1\,700$, $w_e=1\,800$, $w_e=1\,900$, 3 种情况下的最优订货量及最优利润分别如表 6 和表 7 所示.

由表 6 可知, 对于同一 η, w_e 越大, Q 越大, q 越小, 相应的利润也下跌 (见表 7). 当 w_e 太高时, Q 接近于 Q_0, q 接近于 0, 期权契约便没有了吸引力.

表 6　期权执行价格 w_e 变化对最优决策的影响

η	Q_0^*	$w_e=1\,700$		$w_e=1\,800$		$w_e=1\,900$	
		Q^*	q^*	Q^*	q^*	Q^*	q^*
0.1	1 010	1 004	14	1 007	8	1 010	2
0.2	1 021	1 008	27	1 014	16	1 019	4
0.3	1 031	1 012	41	1 021	24	1 029	6
0.4	1 041	1 016	54	1 028	32	1 038	8
0.5	1 051	1 019	68	1 035	40	1 048	11
0.6	1 062	1 023	82	1 042	48	1 057	13
0.7	1 072	1 027	95	1 049	56	1 067	15
0.8	1 082	1 031	109	1 056	64	1 076	17
0.9	1 093	1 035	123	1 063	72	1 086	19
1	1 103	1 039	136	1 070	80	1 095	21

表 7　期权执行价格 w_e 变化对利润的影响

η	π_0^*	$w_e=1\,700$	$w_e=1\,800$	$w_e=1\,900$
		π^*	π^*	π^*
0.1	505 147	507 389	505 900	505 197
0.2	510 294	514 778	511 800	510 394
0.3	515 441	522 167	517 700	515 591
0.4	520 588	529 556	523 600	520 788
0.5	525 735	536 944	529 500	525 985
0.6	530 882	544 333	535 400	531 182
0.7	536 029	551 722	541 300	536 379
0.8	541 176	559 111	547 200	541 576
0.9	546 324	566 500	553 100	546 773
1	551 471	573 889	559 000	551 970

上面的算例分析为零售商提供了有价值的信息, 即当供应商公布契约价格后, 零售商可依此决定是否购买期权或根据参数变化相应调整订货策略.

5　结　论

对市场需求不确定性大的电子信息类产品的供应链采购中, 基于期权的数量柔性契约能够提高制造商产品的采购柔性, 降低市场风险. 本文从零售商的角度, 讨论了风险态度对其最优决策及利润的影响. 在对数值算例的分析中发现, 与批发价格契约相比, 期权契约能较大地提高零售商的利润, 特别是低残值的产品. 另外, 期权价格、执行价格的制定是影响零售商最优决策的重要因素. 如何确定契约参数, 实现风险共担、利润共享, 从而提高供应链整体利润是值得进一步研究的问题.

参考文献(References)

[1] Tsay A A, Nahmias S, Agrawal N. Modeling supply chain constracts: A review[C]. Quantitative Models for Supply Chain Management. Boston: Kluwer, 1999.

[2] Tsay A. The quantity flexbility contract and supplier-customer incentives[J]. Management Science, 1999, 45(10): 1339-1358.

[3] Eppen G D, Iyer A V. Backup agreements in fashion buying —The value of upstream flexbility[J]. Management Science, 1997, 43(11): 1469-1484.

[4] Barnes-Schuster D, Bassok Y, Anupindi R. Coordination and flexibility in supply contracts with options[J]. Manufacturing and Services Operations Management, 2002, 4(3): 171-207.
[5] Wang Q Z, Tsao D. Supply contrac with bidirectional options: The buyer's perspective[J]. Int J of Production Economics, 2006, 101(1): 30-52.
[6] 郭琼, 杨德礼, 迟国泰. 基于期权的供应链契约式协调模型[J]. 系统工程, 2005, 23(10): 1-6.
(Guo Q, Yang D L, Chi G T. Supply chain coordination with option contract[J]. Systems Engineering, 2005, 23(10): 1-6.)
[7] 吴军, 李健, 汪寿阳. 供应链风险管理中的几个重要问题[J]. 管理科学学报, 2006, 9(6): 1-12.
(Wu J, Li J, Wang S Y. Some key problems in supply chain risk management[J]. J of Management Sciences in China, 2006, 9(6): 1-12.)
[8] 吴军, 汪寿阳. 供应链风险管理: 综述及进展[R]. 中国科学院管理、决策与信息系统重点实验室, 2004.
(Wu J, Wang S Y. Research on supply chain risk management: Survey and advance[R]. Key Laboratory of Management, Decisions and Information Systems, Chinese Academy of Sciences, 2004.)
[9] Chen J, Li J, Wang S Y. Risk management in supply chains: Literature review[C]. Proc of the Int Workshoup on Successful Strategies in Supply Chain Manegement. Hong Kong, 2006: 73-84.
[10] Buzacott J, Yan H, Zhang H. Optimality criteria and risk analysis in inventory models with demand forecast updating[R]. Hong Kong: Chinese University of Hong Kong, 2003.
[11] Wu J, Yue W, Yamamoto Y, et al. Risk analysis of a pay to delay capacity reservation contract[J]. Optimization Methods and Software, 2006, 21(4): 635-651.
[12] Brown A, Lee H. The impact of demand signal quality on optimal decisions in supply contracts[C]. Stochastic Modeling and Optimization of Manufacturing Systems and Supply Chains. Berlin: Springer, 2003: 299-328.
[13] Wu J, Wang S Y, Chao X L, et al. Impact of risk aversion on optimal decisions in supply contracts[J]. Int J of Production Economics, 2010, 128(2): 569-576.
[14] Cheng F, Schwarz M, David D Yao. Flexible supply contracts via options[R]. New York: IBM T J Watson Research Center, 2003.
[15] 许明辉, 于刚, 张汉勤. 带有缺货惩罚的报童模型中的CVaR研究[J]. 系统工程理论与实践, 2006, 10(1): 1-8.
(Xu M H, Yu G, Zhang H Q. CVaR in a newsvendor model with lost sale penalty cost[J]. Systems Engineering, 2006, 10(1): 1-8.)
[16] Rockafelar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk[J]. J of Risk, 2000, 2(3): 21-42.
[17] Rockafelar R T, Uryasev S. Conditional value at risk for general loss distributions[J]. J of Banking and Finace, 2002, 26(7): 1443-1471.
[18] Pflug G. Some remarks on the value-at-risk and conditional value-at-risk[C]. Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Appliction. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000: 272-291.

(上接第1149页)

[9] Xu B L, Zhu J H, Xu H G. An ant stochastic decision based particle filter and its convergence[J]. Signal Processing, 2010, 90(9): 2731-2748.
[10] 王艳, 曾建潮. 一种基于拟态物理学优化的多目标优化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1040-1044.
(Wang Y, Zeng J C. A multi-objective optimization algorithm based on artificial physic optimization[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1040-1044.)
[11] William M. Spears W M, Spears D F, et al. An overview of physicomimetics[J]. Swarm Robotics Lecture Notes in Computer Science, 2005, 3342: 85-87.
[12] Kribi F, Minet P, Laouiti A. Redeploying mobile wireless sensor networks with virtual forces[C]. The 2nd IFIP Wireless Days. Piscataway: IEEE Computer Society, 2009: 254-259.
[13] 王文晶. 基于重力和环境特征的水下导航定位方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学自动化学院, 2009: 71-75.
(Wang W J. Underwater navigation methods based on gravity and environmental features[D]. Harbin: College of Automation, Harbin Engineering University, 2009: 71-75.)