文章编号: 1001-0920 (2012) 09-1393-04

基于共轭先验分布的贝叶斯网络分类模型

杨颖涛, 王跃钢, 邓卫强, 徐洪涛
(第二炮兵工程学院 304 教研室，西安 710025)

摘 要: 针对贝叶斯网络后验概率需计算样本边际分布, 计算代价大的问题, 将共轭先验分布思想引入贝叶斯分类, 提出了基于共轭先验分布的贝叶斯网络分类模型. 针对非区间离散样本, 提出一种自适应的样本离散方法, 将小波包提取模拟电路故障特征离散化作为分类模型属性. 仿真验证表明, 模型分类效果较好, 算法运行速度得以提高, 也可应用于连续样本和多分类的情况, 扩展了贝叶斯网络分类的应用范围.

关键词: 贝叶斯网；共轭先验分布；边际分布；模拟电路；故障诊断
中图分类号: TP181　　**文献标志码:** A

Bayesian network classifier based on conjugate prior distribution

YANG Ying-tao, WANG Yue-gang, DENG Wei-qiang, XU Hong-tao
(The 304 Staff Room，The Second Artillery Engineering College，Xi'an 710025，China．Correspondent：YANG Ying-tao，E-mail：yyingtao@163.com)

Abstract: In order to reducing calculate costs of Bayesian network, when calculating posterior probability of samples that need the marginal distribution, an approach of Bayesian network classifier based on conjugate prior distribution is proposed. An adaptive discretization method is also proposed to discrete non-interval samples. The fault feature of analog circuit extracted by wavelet packet is taken as a discrete property of Bayesian network classification model. The simulation result shows that, this classifier has high accuracy and efficiency of analog circuit fault diagnosis, and can be applied to continuous and multi-classification case, which extends the scope of application of Bayesian network classification.

Key words: Bayesian network；conjugate prior distribution；marginal distribution；analog circuit；fault diagnosis

1 引 言

利用故障电路测点电压和电流数据等进行故障诊断是当前模拟电路故障诊断领域的重要研究方向. 然而, 模拟电路中模糊组的存在, 使一些故障无法实现完全分类. 同时, 电路中的容差对分类结果将产生很大的影响, 混淆容差与故障之间的界限, 而且模拟电路的测试受检测条件和人员水平的限制, 在测试结果中会存在一些错误和虚假数据, 实际工作中常常无法获得完备信息, 从而影响了许多诊断方法的直接判断. 因此, 应用传统的"刚性"推理技术会得出错误的结论, 需应用"柔性"方法进行处理.

贝叶斯网络分类器是以贝叶斯理论为基础的分类模型, 它通过现有证据计算样本属于某一类的后验概率, 具有最大后验概率的类即为该对象所属的类. 在贝叶斯网络类别后验概率 $P(c_j|x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 的求解中, 贝叶斯分类器的关键是如何计算各样本的边际分布 $P(x_i|x_1,x_2,\cdots,x_n,c_j)$, 各类贝叶斯分类器的区别在于它们以不同的方式求取 $P(x_i|x_1,x_2,\cdots,x_n,c_j)$ 的值[1]. 边际分布的求解非常繁琐, 只能通过积分数值计算得到, 而且误差较大, 限制了贝叶斯网络的求解速度, 特别是属性和样本数较多时[2]. 同时, 贝叶斯网络一般要求样本属性是一些确定的点值, 对于属性连续或离散分布样本的应用会存在一定的困难. 为此, 本文提出一种基于共轭先验分布思想的贝叶斯网络类别后验概率求解方法, 以简化贝叶斯网络分类模型, 避免对边际分布 $P(x_i|x_1,x_2,\cdots,x_n,c_j)$ 的积分求解, 使算法求解效率得到很大提高. 针对非区间离散样本, 提出一种自适应离散方法, 使故障特征样本能应用于贝叶斯分类, 并在此基础上构建了基于贝叶斯网络的模拟电路故障诊断模型.

收稿日期: 2011-01-11；**修回日期:** 2011-04-30.
基金项目: 国家973计划项目(61355020301).
作者简介: 杨颖涛(1980−), 男, 博士生, 从事机器学习、故障诊断、试验数据分析与处理的研究；王跃钢(1958−), 男, 教授, 博士生导师, 从事惯性导航、故障诊断等研究.

2 基于共轭先验分布的朴素贝叶斯网络分类模型

贝叶斯网是一个有向无圈图, 其中节点代表随机变量, 节点间的边代表变量之间的直接依赖关系. 每个节点都附有一个概率分布, 根节点 X 所附的是它的边缘分布 $P(X)$, 而非根节点 X 所附的是条件概率分布 $P(X|\pi(X))$.

2.1 朴素贝叶斯网络分类器

朴素贝叶斯网模型 (naïve Bayes model)[1], 又称朴素贝叶斯分类器, 最早由 Warner 等提出, 并用于先天心脏病的诊断. 主要优点是结构简单、计算复杂度低. 朴素贝叶斯模型包含一个所谓的局部独立假设, 即给定类别变量 C, 各属性变量 A_i 相互条件独立[3]. 这意味着, 联合概率分布满足下式:

$$P(C,X_1,X_2,\cdots,X_n)=P(C)\prod_{i=1}^{n}P(X_i|C). \tag{1}$$

尽管它所采用的局部独立假设显然过于理性化, 但实验数据显示, 其性能与其他常见的分类器不相上下[4-5].

2.2 二项分布的共轭先验分布

模拟电路多故障在统计学上服从多项分布 $p(C_i)$, 依据多分类方法中的一对多分类模型[6-9], 可将贝叶斯网络模型对每个模拟电路故障样本的分类都看作只有两个可能的结果, 即 c_j 和 $\bar{c}_j=c_1\bigcup c_2\bigcup\cdots\bigcup c_{j-1}\bigcup c_{j+1}\bigcup\cdots\bigcup c_r$, r 为所有类别数, 可认为其服从二项分布 $b(n,\theta)$.

定义 1 设 $P=\{p(x|\theta):\theta\in\Theta\}$ 是以 θ 为参数的密度函数族, 并设 $H=\{\pi(\theta)\}$ 是 θ 的先验分布族. 加入任意的 $p\in P$ 和 $\pi\in H$, 所得的后验分布 $\pi(\theta|x)$ 仍在族 H 中, 则称 H 为 P 的共轭分布族, 或者称 $\pi(\theta)$ 为参数 θ 的共轭先验分布.

1) 可以认为贝叶斯网络分类模型总体上服从二项分布, 不论是多分类还是两分类模型, 若先验分布服从 Beta 分布 $\mathrm{Be}(a,b)$, 则后验分布仍服从 Beta 分布, 而且其分布的核为 $x^{a-1}(1-x)^{b-1}$, 有

$$p(\theta|X)\propto\theta^{c+a-1}(1-\theta)^{d+b-1}. \tag{2}$$

后验分布 $p(\theta|X)$ 也是 Beta 分布, 其参数为 $c+a$ 和 $d+b$, 则有

$$p(\theta|X)=\frac{\Gamma(c+a+d+b)}{\Gamma(c+a)\Gamma(d+b)}\theta^{c+a-1}(1-\theta)^{d+b-1}. \tag{3}$$

2) 如果对成功概率一无所知, 即没有关于故障的先验信息, 则可以假定先验分布为均匀分布. 这种先验分布是所谓无信息先验分布中的一种, $a=b=1$ 下的 Beta 分布 $\mathrm{Be}(1,1)$ 即为均匀分布.

2.3 基于共轭先验的类别后验概率求解

在贝叶斯估计的框架中, 参数 θ 被视为随机变量, 对其进行估计就是计算其后验概率分布. 为此, 首先选用一个概率分布 $p(\theta)$ 来总结关于 θ 的先验知识, 可认为通用的验前假设分布 $p(\theta)$ 服从 Beta 分布 $\mathrm{Be}(a,b)$, 即

$$p(\theta)=\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\theta^{a-1}(1-\theta)^{b-1}. \tag{4}$$

其中: $\Gamma(\cdot)$ 是 Γ 函数, a 和 b 是分布的两个参数.

由先验信息可以获得成功概率的若干个 (间接) 观察值 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_n$. 通过先验均值 $\bar{\theta}$ 和先验方差 S_θ^2 可得到超参数 a 和 b 的矩法估计值

$$\hat{a}=\bar{\theta}\Big(\frac{(1-\bar{\theta})\bar{\theta}}{S_\theta^2}-1\Big),$$
$$\hat{b}=(1-\bar{\theta})\Big(\frac{(1-\bar{\theta})\bar{\theta}}{S_\theta^2}-1\Big). \tag{5}$$

然后将数据 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$ 的影响用似然函数 $L(\theta|X)=P(X|\theta)$ 归纳. 最后使用贝叶斯公式将先验分布和似然函数结合, 得到 θ 的后验分布

$$p(\theta|X)\propto p(\theta)L(\theta|X). \tag{6}$$

式 (6) 即为 θ 的贝叶斯估计.

在给定 θ 的情况下, $X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$ 中的样本服从 i.i.d 假设. 由该假设, 式 (2) 可改写为

$$p(\theta|X)\propto\theta^c(1-\theta)^d p(\theta), \tag{7}$$

其中 c 和 d 分别为数据 X 中 C_i 和 $\bar{C}_i$ 的样本个数.

3 特征样本的自适应离散化方法

通过模拟电路小波变换后得到的特征值样本是各个频带上的能量值, 对应的各频带上不同样本的能量数据分散在一个很大的值域内, 无法直接作为贝叶斯网络分类器的属性变量, 所以需对其进行离散化. 这里的离散化是指将特征向量的值域划分为若干子区间, 每个区间对应一个离散值, 最后将原始数据更新为离散值, 其本质是利用一定的阈值或断点对属性空间进行划分.

设属性 A 的值域为 $[A_{\min},A_{\max}]$, 对 A 进行离散化, 即需要找到一组最优断点集 $\{A_1,A_2,\cdots,A_{n-1}\}$. 将 $[A_{\min},A_{\max}]$ 分为 n 个区间, 分别为 $[A_{\min},A_1],[A_1,A_2],\cdots,[A_{n-1},A_{\max}]$. 若用 $V(A)$ 代表属性 A 的数据集, 则属性 A 的数据集 $V(A)$ 被转化为 n 个确定值量 $1,2,\cdots,n$, 即

$$V(A)=\begin{cases}1,\ A_{\min}\leqslant V(A)\leqslant A_1;\\ n_i,\ A_{i-1}\leqslant V(A)\leqslant A_i;\\ n,\ A_{n-1}\leqslant V(A)\leqslant A_{\max}.\end{cases} \tag{8}$$

经离散化后, 属性变量的值域由原来大量的数值变为少数的离散化后的离散量. 经离散化后的特征属性, 其值应与特征属性的初始值的分类特性保持一致.

因此, 选取恰当的离散化等级, 对于贝叶斯模型的分类决策具有较大的影响.

本文提出一种自适应离散化等级以及最优断点集的确定方法, 具体步骤如下:

Step 1: 选择一组经小波分析后的特征样本集, 事先知道各样本对应的类别, 将各频带特征值域 $[A_{\min}, A_{\max}]$ 等分为 T 个区间, T 为属性数, 在此即为小波特征提取得到的频带数.

Step 2: 按式 (8) 得到离散后的离散量, 将其输入贝叶斯分类器, 得到各样本的预测类别 C^*, 分别计算各类别间误分样本数 E_{ij}, 选出错分样本最多的类 C_i.

Step 3: 选出与本类错分最多的两个类, 分别是误将本类样本错分出去的类 $C_{\rm out}$ 和其他类错分到本类的类 $C_{\rm in}$. 寻找 C_i 中正确分类样本与 $C_{\rm out}$ 中属于 C_i 的样本间最少的共有属性 n_i, 取消其对应的断点 A_i; 寻找 C_i 中正确分类样本与 C_i 中属于 $C_{\rm out}$ 的样本间最多的共有属性 n_j, 增加断点 $A_z = (A_{j-1} + A_j)/2$. 用更新后的断点集重新对数据集 $V(A)$ 进行离散化.

Step 4: 重复 Step 2 和 Step 3, 直到第 $n-1$次分类正确率 $P_{n-1} \leqslant P_n$, 便得到了最佳离散化等级以及最优断点集.

4　模拟电路贝叶斯分类诊断策略与实例分析

选取 CTSV 滤波器 (见图 1) 电路中的两个故障元件 (R_1, R_5) 的 4 类故障 $(R_1 \pm 50\%, R_5 \pm 50\%)$ 进行仿真, 除故障元件外, 其他元件均在容差范围内运行, 且每次出现单一软故障, 共有 5 种状态 (包括正常状态). 同样选择超差 50%为例进行故障模拟, 故障模式的设定见表 1. 设电路中的电阻容差为 10%, 电容容差为 5%.

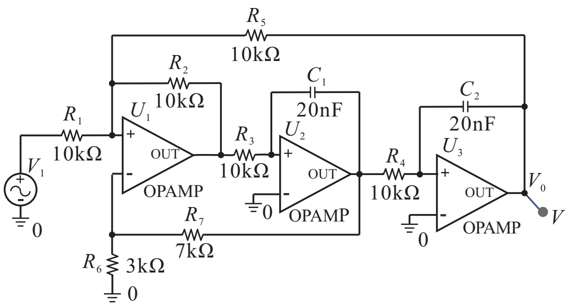

图 1　CTSV 滤波器电路

表 1　电路故障模式设定表

电路状态	故障类型	故障模式	故障类别
正 常	—	正常	F_1
R_1 故障	⇑	超差 50 %	F_2
R_1 故障	⇓	超差 −50 %	F_3
R_5 故障	⇑	超差 50 %	F_4
R_5 故障	⇓	超差 −50 %	F_5

本文以如下仿真信号为例进行仿真实验:

$$X(t) = \sin(1\,000\pi t) + \sin(1\,800\pi t) + \sin(2\,400\pi t). \tag{9}$$

令 $t \in [0, 5\,{\rm ms}]$, 共采样 1 013 个点, 其波形如图 2 所示.

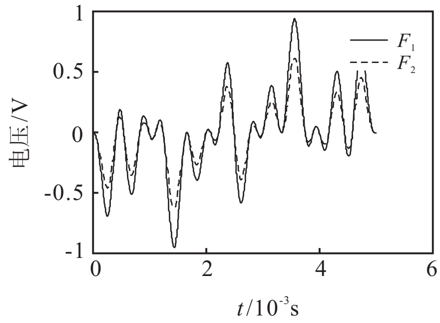

图 2　F_1 和 F_2 波形曲线

为尽量减少属性间的相关, 本文采用时频分析将得到的频带能量数据作为贝叶斯分类模型属性变量, 它相对于频域上的电压和电流数据相关性最小. 对电路故障响应进行小波包分解, 选取更为常用的 Daubechies N 小波. 这是因为它在反映信号的特征方面更为细腻, 而且很适合进行多尺度的分析. 采用 db1 小波作为本文的小波基函数, 对于小波分解的尺度选择和小波包分解层数的选择, 既应考虑信号分解

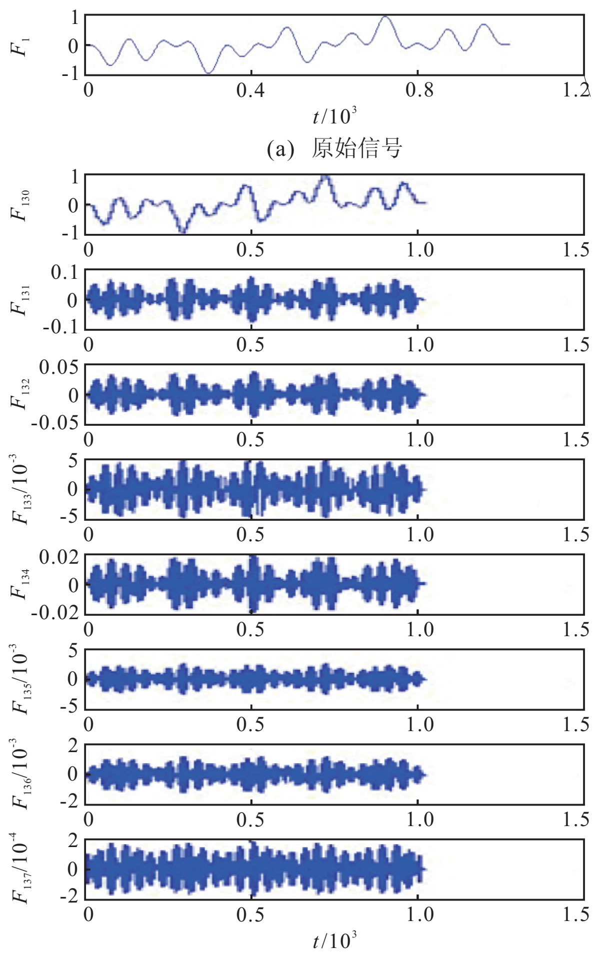

图 3　db1 三层小波包分解

的详细程度, 又应考虑计算代价和特征维数, 所以选择对时域数据进行 db1 三层小波包分解, 结果如图 3 所示. 将得到的各频带能量值组成特征向量 $(E_1, E_2, \cdots, E_8)$ 作为下一步贝叶斯分类模型的输入.

上节得到的各频带能量值必须进行离散化后才能作为贝叶斯网络的输入, 各样本属性值为 8, 样本类别为 5, 所以初始的样本断点数取 39, 各样本被均分为 40 个区间. 利用第 3 节提出的样本自适应离散方法, 通过迭代和寻优, 样本断点进一步减少, 表 2 为选择的最优离散化等级和最优断点集, 离散化后的故障元件决策见表 3.

表 2　最优断点与离散化等级表

	值域	A_1	A_2	A_3	离散等级
X_{30}	[4.215 5, 26.076 1]	9.245 0	—	—	2
X_{31}	[0.521 7, 2.786 6]	0.986 4	—	—	2
X_{32}	[0.244 9, 1.110 3]	0.452 5	0.732 2	—	3
X_{33}	[0.031 9, 1.162 0]	0.063 5	0.137 8	—	3
X_{34}	[0.121 5, 0.596 0]	0.234 7	0.361 0	—	3
X_{35}	[0.018 6, 0.087 7]	0.031 8	0.049 4	—	3
X_{36}	[0.009 4, 0.039 7]	0.012 8	0.024 3	—	3
X_{37}	[0.001 5, 0.006 4]	0.001 8	0.002 8	0.005 6	4

表 3　故障元件决策表

故障类别	X_{30}	X_{31}	X_{32}	X_{33}	X_{34}	X_{35}	X_{36}	X_{37}
F_1	2	2	2	2	2	2	2	3
F_2	1	1	1	1	1	1	2	2
F_3	2	2	3	3	3	3	3	4
F_4	2	2	3	2	3	3	3	3
F_5	1	1	1	1	1	1	1	1

设计如图 4 所示的朴素贝叶斯分类模型. 由已知故障类别的样本提取故障信息, 经小波包分解后得到各频段能量值, 再经过离散化后得到样本属性, 利用朴素贝叶斯法进行诊断, 具体步骤如下:

Step 1: 由训练样本得到样本属性, 利用式 (4) ~ (7) 计算各种故障类的先验概率;

Step 2: 对于给定的测试样本集故障信息 $X_{\text{test}} = \{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$, 利用式 (3) 直接计算其各故障类别的后验概率;

Step 3: 将得到的各故障类别后验概率按大小排序;

Step 4: 取概率排在前 3 位且概率值超过规定阈值 (本例中设定为 80%) 的故障类 C_i 作为最后的诊断结果输出.

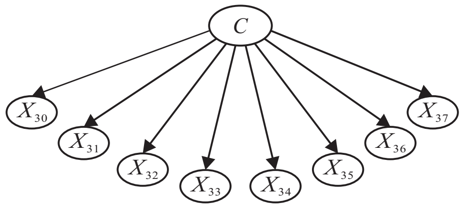

图 4　模拟电路故障诊断 NB 分类模型

表 4 为得到的各故障诊断结果. 结果显示, 绝大部分样本都被分到正确的故障类别, 对于后验概率相对较小的样本以及与其他类后验概率差别较小的样本, 可考虑是否存在错分, 这是贝叶斯分类器相对于其他分类器的优势, 即具有分类结果可信度的判断标准. 由于本文方法采用了共轭先验思想计算后验分布, 大大提高了算法的运行速度.

表 4　故障诊断结果

故障类别	最大后验概率	最小后验概率	与其他类后验概率最小差值	诊断准确率 / %
F_1	0.957 6	0.873 4	0.205 1	97.5
F_2	0.945 3	0.814 3	0.235 4	97.8
F_3	0.978 8	0.835 3	0.378 4	96.5
F_4	0.934 1	0.844 8	0.343 1	94.9
F_5	0.938 7	0.876 7	0.534 3	95.1

5 结　论

本文提出的基于共轭先验分布思想的贝叶斯网络类别后验概率求解方法, 简化了贝叶斯网络分类模型, 避免了对边际分布的积分求解, 使算法效率得到很大提高. 针对非区间离散样本提出了自适应离散化等级和最优断点选择方法, 使故障特征样本能够应用于贝叶斯分类, 并在此基础上构建了基于贝叶斯网络的模拟电路故障诊断模型. 本文提出的方法对离散数据和连续数据均适用, 不仅可以用于两分类, 也可以应用于多分类.

参考文献(References)

[1] 张连文, 郭海鹏. 贝叶斯网引论[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
(Zhang L W, Guo H P. Introduction to Bayesian networks[M]. Beijing: Science Publishing House, 2006.)

[2] 茆诗松, 王静龙, 濮晓龙. 高等数理统计[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
(Mao S S, Wang J L, Pu X L. Advanced mathematical statistics[M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Publishing House, 2006.)

[3] Peter A Flach, Nicolas Lachiche. Naive Bayesian classification of structured data[J]. Machine Learning, 2004, 57(3): 233-269.

[4] 陈英武, 高妍方. 贝叶斯网络扩展研究综述[J]. 控制与决策, 2008, 23(10): 1081-1086.
(Chen Y W, Gao Y F. A review of Bayesian networks expand research[J]. Control and Decision, 2008, 23(10): 1081-1086.)

[5] 范敏, 石为人. 层次朴素贝叶斯分类器构造算法及应用研究[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(4): 776-781.
(Fan M, Shi W R. Construction and application of hierarchical nave Bayesian classifier[J]. Chinese J of Scientific Instrument, 2010, 31(4): 776-781.)

(下转第1401页)