第 27 卷 第 7 期
Vol. 27 No. 7

控 制 与 决 策
Control and Decision

2012 年 7 月
Jul. 2012

文章编号: 1001-0920 (2012) 07-0975-08

具有损失厌恶偏好零售商的供应链弹性数量契约

刘咏梅, 成尚汶, 谢 虎

(中南大学 商学院，长沙 410083)

摘 要: 研究由风险中性供应商和具有损失厌恶偏好零售商组成的供应链在弹性数量契约条件下的协调问题. 揭示了契约参数和零售商损失厌恶特性对零售商最优订货量的影响, 发现调整弹性度这一契约参数可使供应链得到协调; 同时, 当弹性度满足一定条件时, 调整批发价格也可实现供应链协调. 最后通过数值分析, 验证了弹性数量契约在协调供应链中的有效性, 并探讨了其中原因.

关键词: 供应链协调；弹性数量契约；损失厌恶

中图分类号: F274 **文献标识码:** A

Research on supply chain quantity flexibility contract with a loss-averse preference retailer

LIU Yong-mei, *CHENG Shang-wen*, *XIE Hu*

(School of Business，Central South University，Changsha 410083，China．Correspondent：LIU Yong-mei，E-mail：ymliucsu@163.com)

Abstract: Under quantity flexibility contract, the coordination of supply chain with a risk-neutral supplier and a loss-averse retailer is discussed. The impact of contract parameter and retailer's loss-averse characteristic on the optimal quantity is revealed. It is found that the supply chain can achieve coordination with regulating the degree of flexibility. When the degree of flexibility satisfies certain condition, changing wholesale price can also coordinate the supply chain. Finally, numerical analysis verifies the effectiveness of quantity flexibility contract in supply chain coordination, and the reason is discussed.

Key words: supply chain coordination；quantity flexibility contract；loss aversion

1 引 言

弹性数量契约是供应商允许零售商在观察了市场需求后, 可以在一定范围内改变最初订购量的一种协议. 通常零售商在销售季节前向供应商提供一个产品订货量, 供应商保证高于这个订货量的一定比例来组织生产, 同时要求零售商承诺其实际订购量不少于规定的比例, 零售商可以根据实际市场需求情况重新调整其订货量. 弹性数量契约在电子和计算机产业中得到了广泛运用[1], 相对于退货政策注重退货价格调整, 弹性数量契约则注重产品的订购量调整[2], 在退货成本较高的情况下, 弹性数量契约可能比退货政策更为有效[3]. Lariviere[4]研究了单周期弹性数量契约模型, Tsay 等[1,5]把单周期模型扩展到多周期弹性数量契约模型, 并进一步分析了在多级、多周期以及需求预测更新这种更加复杂情境下的弹性数量契约. 一部分学者从市场需求的角度对弹性数量契约进行了拓展, Milner 等[6]分析了不同的产品需求特征对有数量弹性和有时间弹性供应链中成员决策的影响, Wu 等[7]研究了采用贝叶斯过程修正需求信息的弹性数量契约, 何勇 等[8-9]建立了需求与价格及努力因素具有相关性情况下的供应链弹性数量契约模型. 也有部分学者从产品特征的角度进行考虑, Liu 等[10]假定供应链中的产品具有易逝品特性, Bakal 等[11]研究了弹性数量契约条件下由一个供应商和一个销售两种产品的零售商组成的供应链的协调机制. 比较大的一部分研究着眼于某种特殊情境, Sethi 等[12]研究了现货市场条件下的单周期和多周期弹性数量契约, Kayhan[13]建立了供应商生产和库存能力有限时的多周期弹性数量契约模型, Wang 等[14]考虑了供应商供货不可靠情况下供应链协调问题, Plambeck

收稿日期: 2011-02-14；**修回日期:** 2011-08-10.

基金项目: 国家创新研究群体科学基金项目(70921001)；国家自然科学基金项目(71071164)；湖南省百人工程项目(09BR09).

作者简介: 刘咏梅(1969−), 女, 教授, 博士生导师, 从事行为供应链、管理信息系统等研究；成尚汶(1987−), 男, 硕士生, 从事行为供应链的研究.

等[15]研究了多个零售商的弹性数量契约模型. 此外, Xiong[16]等设计了一种基于回购契约和弹性数量契约的复合契约, Subramanian 等[17]在仿真和最优化框架下研究了分散决策供应链下的弹性数量契约的协调作用, Plambeck 等[18]研究了弹性数量契约的再协商问题.

以上关于弹性数量契约的研究, 均假设零售商是风险中性的. 近年来, 一些学者已经意识到采用风险中性来分析决策者市场行为的局限性, 开始研究决策者风险偏好对供应链决策行为的影响. 在报童问题研究中, 部分学者引入了损失厌恶偏好这一行为因素. Kahneman 等[19]运用前景理论中的 loss-averse 模型刻画了零售商的风险偏好, Schweitzer 等[20]通过对报童模型进行实验研究, 发现所有报童的实际决策都系统性地偏离最大期望收益订货, Wang 等[21]的研究分析了缺货成本对损失厌恶报童订货的影响, 之后他们进一步研究了两个具有损失厌恶偏好零售商的博弈问题[22]. 目前, 越来越多供应链契约也开始引入行为因素. 假设供应商为风险中性的情形, 文献 [23-24] 研究了当零售商具有风险规避特性时的供应链契约, 于春云等[25]研究了具有不同风险厌恶和偏爱特性的单个供应商与单个零售商组成的两级供应链的供应链回购契约. 而文献 [26-27] 则研究了零售商具有损失厌恶偏好情况下基于回购契约以及价格补贴契约的供应链协调问题, Shi 等[28]分析了回购契约和减价契约对具有损失厌恶偏好零售商的供应链的协调作用. Wang 等[29]采用行为委托代理理论观点, 分析了一个风险中性的制造商和一个损失厌恶的零售商组成的供应链在收益/损失和回购契约下的协调问题. 此外, 庞庆华[30]考虑了在供应商具有损失厌恶偏好而零售商为风险中性情况下收益共享契约对供应链协调的影响; 林志炳等[31]则研究了供应商和零售商都具有损失厌恶偏好条件下的供应链收益共享契约. 但尚未见将行为因素纳入弹性数量契约的研究.

本文在传统报童模型的基础上, 建立了零售商具有损失厌恶偏好条件下的供应链弹性数量契约模型, 揭示了契约参数和零售商损失厌恶特性对零售商最优订购策略的影响, 并证明了通过弹性数量契约可以实现整个供应链的协调. 最后, 通过数值分析验证了以上结论, 并对其中原因进行了探讨.

2 模型假设

本文考虑由一个风险中性的供应商和一个具有损失厌恶偏好的零售商组成的供应链模型. 假设市场信息对称, 零售商面临的市场需求 X 是一个非负并且连续的随机变量, 均值为 μ. 累计分布函数为 $F(x)$, $\bar{F}(x)$ 表示 $1-F(x)$, 概率密度函数为 $f(x)$, 其中 $F(x)$ 连续可微, 当 $x \leqslant 0$ 时, $F(x)=0$; 当 $x>0$ 时 $F(x)>0$. 零售商的商品零售价格为 p, 季末未销售出去的商品的残值为 v, 供应商的生产成本为 c, 以批发价格 w 向零售商供货, 几个参数之间的大小关系如下: $p>w>c>v>0$. $\mathit{\Pi}$ 表示利润, π 表示期望利润, U 表示效用, Q 表示整个供应链系统的订货量或生产量, q 表示零售商的订货量. 下标 S, R, T 分别表示供应商、零售商和整个供应链系统; 上标"$*$"表示最优取值. 为了便于模型构建和理论分析, 假设产品是时令性的, 并且订货周期较长, 不存在缺货成本.

零售商的损失厌恶特征采用 Schweitzer, Cachon 所使用的分段线性损失厌恶效用函数[12]来描述, 即

$$U(\omega)=\begin{cases}\omega,\ \omega \geqslant \omega_0;\\ \lambda\omega,\ \omega<\omega_0.\end{cases} \tag{1}$$

其中: $\lambda \geqslant 1$, λ 表示决策者的损失厌恶系数, λ 越大表示损失厌恶的程度越高, 当 $\lambda=1$ 时, 决策者是风险中性的; ω 为决策者实际获得的收益, ω_0 表示决策者的收益参照点. 不失一般性, 假设决策者的参考点为 0.

3 模型分析

3.1 集中化供应链的决策

当供应链是一个集中化决策系统时, 假设其为风险中性的, 整个供应链系统的利润为

$$\Pi_T=\begin{cases}px-cQ+v(x-Q),\ x<Q;\\ pQ-cQ,\ x>Q.\end{cases} \tag{2}$$

为了便于后文阐述, 引入销售量函数 $s(Q)$, $s(Q)=\min(x,Q)$, 用 $S(Q)$ 表示期望销售量, 有

$$S(Q)=\mathrm{E}(s(Q))=\int_0^Q xf(x)\mathrm{d}x+\int_Q^\infty Qf(x)\mathrm{d}x= Q-\int_0^Q F(x)\mathrm{d}x=\int_0^Q \bar{F}(x)\mathrm{d}x, \tag{3}$$

用 $I(Q)$ 表示未销售出去的产品数量的期望, 有

$$I(Q)=\int_0^Q (Q-x)f(x)\mathrm{d}x=\int_0^Q F(x)\mathrm{d}x, \tag{4}$$

则供应链系统的期望利润函数为

$$\pi_T=pS(Q)+vI(Q)-cQ= (p-v)\int_0^Q \bar{F}(x)\mathrm{d}x-(c-v)Q. \tag{5}$$

分别对 π_T 求 Q 的一阶导数和二阶导数, 得到

$$\frac{\partial\pi_T(Q)}{\partial Q}=(p-v)\bar{F}(Q)+v-c= -(p-v)F(Q)+p-c, \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2\pi_T(Q)}{\partial Q^2}=-(p-v)f(Q)<0. \tag{7}$$

由式 (7) 知, π_T 是关于 Q 的凹函数, 存在最优订货量 Q_0 使得供应链利润最大. 令式 (6) 中 $\partial\pi_T(Q_0)/\partial Q=0$, 求得集中化供应链的最优订货量为

$$Q_0=F^{-1}\Big(\frac{p-c}{p-v}\Big). \tag{8}$$

3.2　弹性数量契约条件下分散化供应链决策

当供应链中的供应商和零售商都从自身利益出发进行分散化决策时, 供应链是一个离散供应链系统. 弹性数量契约具体实施过程如下:

1) 零售商知道市场需求分布函数 $F(x)$, 预测产品订货量为 q, 并告知供应商;

2) 供应商根据零售商的订货量生产 $Q=(1+\alpha)q$ 个产品, 零售商保证订购 $(1-\beta)q$ 个产品, 这里 $0\leqslant\beta\leqslant 1, \alpha\geqslant 0$;

3) 零售商观察到实际的市场需求之后, 可在供应商所能提供的产品数量范围内精确购买市场实际需求的数量.

令 $\eta=(1+\alpha)/(1-\beta)\geqslant 1$, η 可看作弹性数量契约的弹性度, 当 $\eta=1$ 时, 弹性数量契约等同于批发价格契约. 弹性数量契约模式下, 零售商从供应商订购产品的期望数量为

$$N(q)=\int_0^{q(1-\beta)}q(1-\beta)f(x)\mathrm{d}x+\int_{q(1-\beta)}^{q(1+\alpha)}xf(x)\mathrm{d}x+\int_{q(1+\alpha)}^{\infty}q(1+\alpha)f(x)\mathrm{d}x=q(1+\alpha)-\int_{q(1-\beta)}^{q(1+\alpha)}F(x)\mathrm{d}x. \tag{9}$$

零售商的期望销售产品数量为

$$S(q(1+\alpha))=\int_0^{q(1+\alpha)}xf(x)\mathrm{d}x+\int_{q(1+\alpha)}^{\infty}q(1+\alpha)f(x)\mathrm{d}x=q(1+\alpha)(1-F(q(1+\alpha)))+\int_0^{q(1+\alpha)}xf(x)\mathrm{d}x=q(1+\alpha)-\int_0^{q(1+\alpha)}F(x)\mathrm{d}x=\int_0^{q(1+\alpha)}\bar{F}(x)\mathrm{d}x. \tag{10}$$

零售商的期望剩余产品数量为

$$I(q(1-\beta))=\int_0^{q(1-\beta)}(q(1-\beta)-x)f(x)\mathrm{d}x=q(1-\beta)-\int_0^{q(1-\beta)}\bar{F}(x)\mathrm{d}x=\int_0^{q(1-\beta)}F(x)\mathrm{d}x. \tag{11}$$

则零售商的期望利润函数如下:

$$\pi_R(q)=pS(q(1+\alpha))+vI(q(1-\beta))-wN(q)=p\int_0^{q(1+\alpha)}\bar{F}(x)\mathrm{d}x+v\int_0^{q(1-\beta)}F(x)\mathrm{d}x-w[q(1+\alpha)-\int_0^{q(1+\alpha)}F(x)\mathrm{d}x+\int_0^{q(1-\beta)}F(x)\mathrm{d}x]=(p-w)\int_0^{q(1+\alpha)}\bar{F}(x)\mathrm{d}x-(w-v)\int_0^{q(1-\beta)}F(x)\mathrm{d}x. \tag{12}$$

需要注意的是, 当市场需求低于零售商的最低订货量, 即 $x<q(1-\beta)$ 时, 零售商可能会因为产品滞销而发生亏损, 此时零售商的利润函数为

$$\mathit{\Pi}_R(q)=px-wq(1-\beta)+v[q(1-\beta)-x]. \tag{13}$$

令 $\mathit{\Pi}_R(q)=0$, 求得对应的盈亏平衡需求为 $\bar{q}=q(1-\beta)(w-v)/(p-v)$, 当 $x<\bar{q}$ 时, 零售商将产生损失, 损失厌恶零售商的期望效用为

$$U(\pi_R(q))=\pi_R(q)+(\lambda-1)\int_0^{\bar{q}}(px-wq(1-\beta)+v(q(1-\beta)-x))f(x)\mathrm{d}x. \tag{14}$$

相应地, 供应商的期望利润为

$$\pi_S(q)=wN(q)-cq(1+\alpha)+v(q(1+\alpha)-N(q))=q(1+\alpha)(w-c)-(w-v)\int_{q(1-\beta)}^{q(1+\alpha)}F(x)\mathrm{d}x. \tag{15}$$

由于供应商根据零售商的订货量组织生产, 即零售商的订货数量 q 反映了供应商的生产数量 Q. 将供应商的生产数量 Q 称为零售商的名义订货数量, 简称为订货数量. 订货数量与实际订货数量满足关系 $Q=q(1+\alpha)$, 又因为弹性数量契约中的弹性度 $\eta=(1+\alpha)/(1-\beta)$, 则有 $q(1-\beta)=Q/\eta$. 因此, 可将零售商的期望利润函数和期望效用函数改写成如下形式:

$$\pi_R(Q)=pS(Q)+vI\Big(\frac{Q}{\eta}\Big)-wN(Q)=(p-w)\int_0^Q\bar{F}(x)\mathrm{d}x-(w-v)\int_0^{\frac{Q}{\eta}}F(x)\mathrm{d}x, \tag{16}$$

$$U(\pi_R(Q))=\pi_R(Q)+(\lambda-1)\int_0^{B(Q)}\Big[(p-v)x-\frac{Q}{\eta}(w-v)\Big]f(x)\mathrm{d}x, \tag{17}$$

其中 $B(Q)=Q(w-v)/\eta(p-v)$.

供应商的期望利润可改写为

$$\pi_S(Q)=Q(w-c)-(w-v)\int_{\frac{Q}{\eta}}^{Q}F(x)\mathrm{d}x. \tag{18}$$

性质 1　零售商的期望效用 $U(\pi_R(Q))$ 是订货数量 Q 的凹函数, 并且存在唯一的最优的订货数量 Q^*, 使得零售商的期望效用最大, 满足 $\partial U(\pi_R(Q^*))/\partial Q=0$.

证明　对式 (17) 分别求一阶导数和二阶导数,有

$$\frac{\partial U(\pi_R(Q))}{\partial Q}=(p-w)\bar{F}(Q)-\frac{w-v}{\eta}F\Big(\frac{Q}{\eta}\Big)-\frac{(\lambda-1)(w-v)}{\eta}F(B(Q)), \tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 U(\pi_R(Q))}{\partial Q^2}=-(p-w)f(Q)-\frac{(w-v)}{\eta^2}f\Big(\frac{Q}{\eta}\Big)-\frac{(\lambda-1)(w-v)^2}{\eta^2(p-v)}f(B(Q))<0. \tag{20}$$

从式 (20) 可知, 当 Q 在市场需求的分布范围内时, $U(\pi_R(Q))$ 是关于 Q 的凹函数, 则一定存在最优的生产数量 Q^*, 使得一阶导数 $\partial U(\pi_R(Q^*))/\partial Q=0$. □

为了方便后文的阐述, 用 $Z(Q)$ 表示零售商期望效用关于订货量的一阶偏导, 则有

$$Z(Q^*)=\frac{\partial U(\pi_R(Q^*))}{\partial Q}=(p-w)\bar{F}(Q^*)-\frac{w-v}{\eta}F\Big(\frac{Q^*}{\eta}\Big)-\frac{(\lambda-1)(w-v)}{\eta}F(B(Q^*))=0. \tag{21}$$

性质2　零售商的最优订购数量 Q^* 及其对应的期望效用 $U(\pi_R(Q^*))$ 随零售商的损失厌恶程度增加而降低.

证明　分别求 $Z(Q^*)$ 和 $U(\pi_R(Q^*))$ 对 λ 的一阶导数

$$\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial \lambda}=-\frac{w-v}{\eta}F(B(Q))<0. \tag{22}$$

根据式 (20), $\dfrac{\partial Z(Q^*)}{\partial Q}=\dfrac{\partial^2 U(\pi_R(Q))}{\partial Q^2}<0$, 则有

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda}=-\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial \lambda}\Big/\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial Q}<0, \tag{23}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial U(\pi_R(Q^*))}{\partial \lambda}=\\&\Big[(p-w)\bar F(Q^*)-\frac{w-v}{\eta}F\Big(\frac{Q^*}{\eta}\Big)-\\&\frac{(\lambda-1)(w-v)}{\eta}F(B(Q^*))\Big]\frac{\partial Q^*}{\partial \lambda}+\\&\int_0^{B(Q^*)}\Big[(p-v)x-\frac{Q^*}{\eta}(w-v)\Big]f(x)\mathrm{d}x=\\&\int_0^{B(Q^*)}\Big[(p-v)x-\frac{Q^*}{\eta}(w-v)\Big]f(x)\mathrm{d}x<0.\end{aligned} \tag{24}$$

综上, 性质2得证. □

从式 (23) 可知, 零售商的最优订货量随其损失厌恶程度的增加而减小. 这说明具有损失厌恶偏好的零售商的最优订货量要低于风险中性的零售商; 同时, 零售商的损失厌恶程度越高, 零售商的盈亏平衡需求 $B(Q^*)$ 也会随着 Q^* 的减小而减小. 这在一定程度上反映了零售商的损失厌恶特性, 损失厌恶程度越高, 其行为越保守, 零售商通过降低订货量可以降低盈亏平衡需求, 减少库存过剩的风险, 从而降低发生损失的机会. 式 (24) 说明, 零售商的期望效用也随着零售商损失厌恶系数的增大而减小. 同时, 从式 (24) 还可以发现, 等号右边由两部分构成, 体现了损失厌恶偏好从两个方面来影响零售商的期望效用. 右边的第1个表达式反映了零售商的损失厌恶程度对其期望效用的间接影响, 即通过影响最优订货量而影响期望效用; 等号右边第2个表达式则反映了零售商的损失厌恶程度对其期望效用的直接影响. 但在零售商的最优订货点上的边际效用为0时, 只有损失厌恶程度直接影响期望效用.

性质3　零售商的最优订购数量 Q^* 随批发价格 w 的增加而减少, 随弹性度 η 的增加而增加.

证明　将 $Z(Q^*)$ 分别对 w 和 η 求偏导

$$\begin{aligned}\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial w}=&-\bar F(Q)-\frac{1}{\eta}F\Big(\frac{Q}{\eta}\Big)-\frac{(\lambda-1)}{\eta}F(B(Q))-\\&\frac{(\lambda-1)(w-v)Q}{\eta^2(p-v)}f(B(Q))<0,\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial \eta}=&\frac{(w-v)}{\eta^2}F\Big(\frac{Q^*}{\eta}\Big)+\frac{(w-v)Q^*}{\eta^3}f\Big(\frac{Q^*}{\eta}\Big)+\\&\frac{(\lambda-1)(w-v)}{\eta^2}F(B(Q^*))+\\&\frac{(\lambda-1)(w-v)^2Q^*}{\eta^3(p-v)}f(B(Q^*))>0.\end{aligned} \tag{26}$$

因为 $\dfrac{\partial Z(Q^*)}{\partial Q}<0$, 则有

$$\frac{\partial Q^*}{\partial w}=-\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial w}\Big/\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial Q}<0, \tag{27}$$

$$\frac{\partial Q^*}{\partial \eta}=-\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial \eta}\Big/\frac{\partial Z(Q^*)}{\partial Q}<0. \tag{28}$$

综上, 性质3得证. □

由式 (27) 和 (28) 可知, 零售商的最优订货量随着批发价格的增大而减小, 随弹性度的增加而增加. 从式 (5) 和 (8) 可以看出, 对整个供应链系统而言, 批发价格和弹性度并不影响整体的期望利润, 也不会影响系统的最优订货量, 但是这两个决策变量却会影响离散供应链系统中零售商的最优决策. 增加批发价格意味着降低了零售商的单位利润, 在订货量保持不变的情况下, 要求更大的市场需求才能保证零售商不发生损失, 这使得零售商面临损失的风险更大, 所以零售商选择减少订货量来降低因库存过剩而发生损失的可能性. 弹性度增加意味着一方面要求供应商生产更高比例的产品, 以保证充足的货源; 同时, 零售商必须降低从供应商订货的比例, 在市场真实需求不乐观的情况下, 零售商因库存过剩而发生的损失可能性降低, 从零售商的盈亏平衡需求也可以反映这一点. 弹性度增加, 对应的盈亏平衡需求更低. 增加弹性度, 实际上会使得零售商的风险降低, 所以在批发价格保持不变, 即零售商单位产品收益不变的情况下, 零售商愿意增加订货量来实现更高的利润.

性质4　零售商具有损失厌恶偏好的情况下, 批发价格契约无法使得供应链协调, 供应商通过调整弹性度 η, 可以使得供应链得到协调.

证明　零售商的最优订货量等于系统最优订货量时, 即当 $Q^*=Q_0$ 时, 供应链便得到了协调, 即证明存在弹性度 η_0, 使得零售商的订货量为系统最优订货量时, 零售商期望效用函数关于订货量 Q 的一阶偏导数等于0, 有

$$\begin{aligned}&Z(Q_0)=\frac{\partial U(\pi_R(Q_0))}{\partial Q}=\\&(p-w)\bar F(Q_0))-\frac{(w-v)}{\eta}F\Big(\frac{Q_0}{\eta}\Big)-\\&\frac{(\lambda-1)(w-v)}{\eta}F(B(Q_0))=0.\end{aligned} \tag{29}$$

1) 当 $\eta=1$ 时, 即弹性度为1时, 弹性数量契约与批发价格契约等同. 批发价格契约条件下, 零售商期望效用函数的一阶导数为

$$\frac{\partial U(\pi_R(q))}{\partial q}=-(p-v)F(q)+p-w-$$
$$(\lambda-1)(w-v)F\Big[\frac{q(w-v)}{p-v}\Big]. \quad (30)$$

将 Q_0 代入式 (30) 得

$$Z(Q_0)=\frac{\partial U(\pi_R(Q_0))}{\partial Q}=$$
$$-(p-v)F(Q_0)+p-w-$$
$$(\lambda-1)(w-v)F\Big[\frac{Q_0(w-v)}{p-v}\Big]. \quad (31)$$

因为 Q_0 是整个供应链系统的最优订货量, 根据式 (3) 有

$$\frac{\partial \pi_T(Q_0)}{\partial Q}=-(p-v)F(Q_0)+p-c=0. \quad (32)$$

对比式 (31) 和 (32) 可以得到

$$Z(Q_0)|_{\eta=1}=$$
$$c-w-(\lambda-1)(w-v)F\Big[\frac{Q_0(w-v)}{p-v}\Big]<0. \quad (33)$$

这说明在批发价格契约条件下, 供应链无法得到协调.

2) 当 η 不断增大直到趋于无穷时, $\lim\limits_{\eta\to\infty}Z(Q_0)=(p-w)\bar{F}(Q)>0$, 所以当 η 取的值足够大时, 便能保证 $Z(Q_0)>0$. 因为 $Z(Q_0)$ 在 $\eta\geqslant 1$ 上连续, 则一定存在 $\eta_0\in(1,+\infty)$ 使得 $Z(Q_0)=0$, 所以在弹性契约条件下, 供应商可通过调整弹性度使得供应链得到协调. □

性质 5　弹性度满足一定条件时, 即当弹性度 $\eta>\underline{\eta}$ 时, 存在 $w_0\in(\underline{w},p)$ 使得供应链协调, 其中 $\underline{w}$ 满足 $\pi_s(Q)|_{w=\underline{w}}=0$, η 满足

$$Z(Q_0)|_{w=c,\eta=\underline{\eta}}=$$
$$(p-c)\bar{F}(Q_0)-\frac{c-v}{\underline{\eta}}F\Big(\frac{Q_0}{\underline{\eta}}\Big)-$$
$$(\lambda-1)(c-v)F\Big(\frac{Q_0(c-v)}{\underline{\eta}(p-v)}\Big)=0. \quad (34)$$

证明　根据性质 4 的结论, 当 $w=c$ 时, 存在 $\underline{\eta}$ 使得 $Z(Q_0)|_{w=c,\eta=\underline{\eta}}=0$. 要证明存在 w_0 使得供应链协调, 即证明存在 w_0 使零售商的订货量等于系统最优订货量时, 零售商期望效用函数关于订货量 Q 的一阶偏导数等于 0, 有

$$Z(Q_0)|_{w=w_0}=$$
$$(p-w)\bar{F}(Q_0)-\frac{w-v}{\eta}F\Big(\frac{Q_0}{\eta}\Big)-$$
$$\frac{(\lambda-1)(w-v)}{\eta}F(B(Q_0))=0. \quad (35)$$

1) 当 $w=p$ 时, 有

$$Z(Q_0)|_{w=p}=-\frac{\lambda(p-v)}{\eta}F\Big(\frac{Q_0}{\eta}\Big)<0. \quad (36)$$

2) 根据性质 3 中的分析, $Z(Q_0)$ 在 w 上递减, 在 η 上递增, 所以当 $w=c$, 并且 $\eta>\underline{\eta}$ 时, 有

$$Z(Q_0)|_{w=c,\eta>\underline{\eta}}>Z(Q_0)|_{w=c,\eta=\underline{\eta}}=0. \quad (37)$$

因为 $Z(Q_0)$ 连续, 所以当 $\eta>\underline{\eta}$ 时, 存在 $w_0\in(c,p)$ 使得式 (35) 成立, 可以通过调整批发价格使得供应链得到协调.

同时考虑到零售商的实际订货量可能低于供应商的产量, 批发价格过低, 供应商可能发生亏损, 因此假设临界批发价 $\underline{w}$ 满足 $c<\underline{w}<p$, 并且

$$\pi_S(Q_0)|_{w=\underline{w}}=$$
$$Q_0(\underline{w}-c)-(\underline{w}-v)\int_{\frac{Q_0}{\eta}}^{Q_0}F(x)\mathrm{d}x=0. \quad (38)$$

协调批发价 w_0 须大于 $\underline{w}$, 以保证供应商期望利润为正. □

由上述分析可知, 供应商可通过降低批发价格 w 和提高弹性度 η 两种途径来激励零售商订购更多的产品, 从而使得零售商的订货量与供应链系统的最优订货量保持一致. 但是两种调节途径有所区别, 在批发价格确定的条件下, 总能找到合适弹性度使得供应链协调. 然而, 在使用调整批发价格使供应链协调这种方式时, 供应商所提供的弹性度必须足够大.

4　数值分析

通过上述数学建模对具有损失厌恶偏好的零售商在报童订货模型下的决策变量和相关参数进行了分析, 但由于部分参数之间的关系是通过隐函数的形式表述, 无法得到具体的解析解. 因此, 有必要通过数值模拟进一步分析调整批发价格和弹性度对零售商的最优订货决策和供应链系统及其参与者目标函数的影响.

1) 假设市场需求服从均匀分布 $U\in[0,100]$, 生产成本 $c=5$, 零售价格 $p=10$, 商品残值 $v=1$, 弹性比例参数 $\alpha=\beta=0.3$, 零售商的损失厌恶系数为 $\lambda=1.5$ 和 $\lambda=2.0$.

调整批发价格实现供应链协调要求弹性度满足条件 $\eta>\underline{\eta}$, 其中 $\underline{\eta}$ 可根据式 (34) 求得. 在零售商损失厌恶系数分别为 1.5 和 2.0 的情况下, 对应的最小弹性度 $\underline{\eta}$ 分别为 1.106 和 1.202, 在给定的弹性比例参数 $\alpha=\beta=0.3$ 时, $\eta=(1+\alpha)/(1-\beta)=1.857>\underline{\eta}$, 所以在上述假设条件下可以找到使得供应链得到协调的批发价格 w_0 分别为 7.063 和 6.659.

由图 1 可知, 使得零售商效用最大化的最优订货量是批发价格的减函数, 随着批发价格的降低, 零售商的最优订货量逐渐增加, 最终能够与供应链系统的最优订货量保持一致, 从而使得供应链得到协调, 此时供应链系统的期望利润最大 (图 1 中"供应链期望利润"表示分散决策下供应商和零售商的期望利润之

和, 后文中“供应链期望利润”皆表达此意); 其次, 零售商的损失厌恶程度越高, 供应商需要向零售商提供更低的批发价格才能使供应链得到协调.

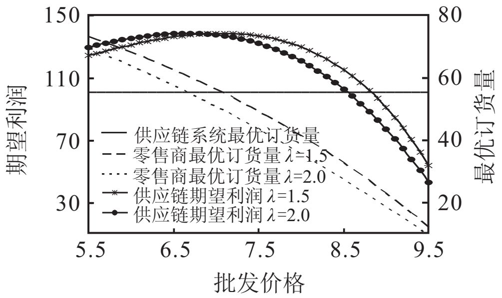

图 1　批发价格对零售商最优订货量和供应链期望利润的影响

从图 2 可以发现, 随着批发价格的增加, 零售商的期望利润逐渐降低, 而供应商的期望利润表现出增加到最大值之后逐渐减小的趋势. 批发价格增大时, 零售商销售单位产品的收益减少, 并且其最优订货量降低, 从而导致零售商的期望利润随着批发价格的增加而减小. 供应商的期望利润一方面受批发价格的直接影响, 另一方面还受到零售商订货量的间接影响. 虽然批发价格增高意味着供应商的单位产品收益会增加, 但同时零售商的订货量却下降, 二者的共同作用使得供应商的期望利润先增大后减少. 从图 2 中还可发现, 零售商的损失厌恶程度越高, 零售商对应的期望利润和供应商的最大期望利润越低. 随着零售商损失厌恶系数的增大, 零售商为了避免损失, 其订货行为更加保守, 使得其期望利润随之下降. 对供应商而言, 此时通过降低批发价格可以激励零售商订货, 以缓解零售商损失厌恶所带来的影响, 但是零售商增加订货量给供应商带来的收益未能填补供应商单位收益下降所带来的损失, 从而导致供应商最大期望利润的下降.

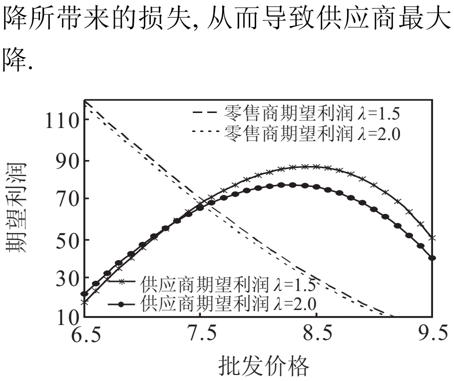

图 2　批发价格对零售商和供应商期望利润的影响

从图 1 还可以看出供应链期望利润是批发价格的凹函数. 从上述分析可知, 随着批发价格增大, 零售商的期望利润减小, 供应商的期望利润先增加后减小, 存在一个最优的批发价格使得二者之和最大. 此时, 零售商的最优订货与供应链的最优订货保持一致, 供应链得到协调. 对比图 1 和图 2 可以发现, 使得供应链协调的批发价格小于供应商期望利润最大时的批发价格. 这是由于为了能让供应链得到协调, 必须使得零售商的订货量与系统最优订货量保持一致, 这时提供更低的批发价格可以激励零售商增加订货量. 但与此同时, 会牺牲一部分供应商的利润, 即使得供应链系统协调的批发价格并不是供应商的最优批发价格, 所以供应链系统协调时供应商的期望利润要低于供应商的最大利润.

2) 假设市场需求服从均匀分布 $U \in [0, 100]$, 生产成本 $c = 5$, 零售价格 $p = 10$, 商品残值 $v = 1$, 零售商的损失厌恶系数为 $\lambda = 1.5$ 和 $\lambda = 2.0$. 根据式 (38) 求得临界批发价 $\underline{w}$ 分别为 5.214 和 5.374, 假设批发价格 $w = 7 > \underline{w}$, 可求得实现供应链协调的弹性度 η 分别为 1.826 和 2.041.

由图 3 可知,当批发价格固定不变时, 零售商的最优订货量随弹性度增加而增加, 存在一个使得零售商最优订货与供应链系统最优订货保持一致的弹性度, 对应供应链系统的期望利润最大; 并且随着零售商的损失厌恶程度的增加, 供应链协调所要求的弹性度更大. 这是因为提供更大的弹性度, 意味着零售商对市场需求作出判断并告知供应商后, 零售商必须购买的产品的比例更低, 而供应商必须生产的产品的比例更高, 这实际上降低了零售商库存积压和商品滞销的风险以及缺货的可能. 所以, 当零售商的损失厌恶程度越高, 供应商需要提供更高的弹性度激励零售商增加订货, 使得供应链得到协调.

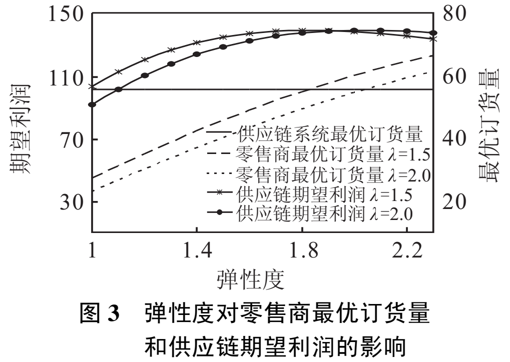

图 3　弹性度对零售商最优订货量和供应链期望利润的影响

图 4 说明随着弹性度的增加, 零售商的期望利润增加, 供应商的期望利润先增加后减少. 这是因为随着弹性度的增加, 零售商可以在契约参数规定的范围内灵活采购, 零售商的风险降低, 最优订货数量上升, 其期望利润增大. 当批发价格固定时, 供应商的期望利润与零售商的订货量呈正相关, 提高弹性度使得零售商的订货量上升可为供应商带来更多的利润, 与此同时也增加了供应商的风险. 弹性度越大, 供应商过量生产风险越大, 二者的共同作用导致供应商的利润表现出先增加后减小的特点. 图 4 还说明在同一弹性度条件下, 零售商的损失厌恶程度越高, 对应的期望

利润越低. 这主要是因为零售商的损失厌恶偏好使得零售商最优订货量降低, 从而使得利润下降. 此外, 还可以从图 4 中看出, 随着零售商损失厌恶程度的增加, 使得供应商期望利润最大的弹性度越大, 并且对应的期望利润更低, 也就是说供应商为了刺激损失厌恶程度高的零售商订更多的货物, 必须提供更高的弹性度, 这必然会增加供应商的风险, 从而使得供应商的利润下降.

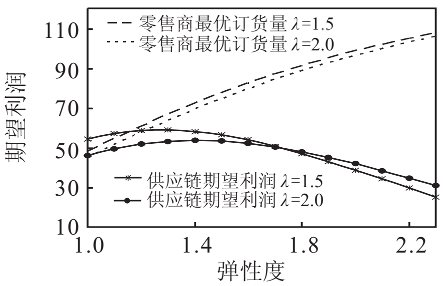

图 4　弹性度对零售商和供应商期望利润的影响

由于供应链的期望利润是弹性度的凹函数, 根据对图 3 和图 4 的分析可知, 随着弹性度的增加, 零售商的期望利润不断增加, 供应商的期望利润在增加到最大值之后开始下降, 存在一个最优的弹性度, 让零售商的最优订货与供应链的最优订货保持一致, 使得供应链期望利润最大. 当弹性度 $\eta = 1$ 时, 弹性数量契约等同于批发价格契约, 显然得到协调的供应链系统的利润要高于批发价格契约条件下供应链的利润. 此外, 随着零售商的损失厌恶程度越高, 供应链得到协调的弹性度越大. 这是因为, 零售商损失厌恶程度越高, 只有足够大的弹性度才能激励零售商, 使其订货量与供应链的最优订货量保持一致.

3) 改变零售商的损失厌恶系数 λ 的取值(见表 1), 比较批发价格契约下供应链成员分散决策和使用弹性数量契约协调供应链时供应商和供应链系统期望利润以及零售商期望效用的差别. 假设市场需求服从均匀分布 $U \in [0, 100]$, 生产成本 $c = 5$, 零售价格 $p = 10$, 商品残值 $v = 1$.

首先将 $\eta = 1$ 代入式 (17) 和 (18), 得到批发价格契约条件下的零售商的期望效用函数和供应商的期望利润函数, 求出在批发价格契约下分散决策时对应的批发价格 w_0 和零售商最优订货量 q_0; 然后在弹性契约条件下, 使其批发价格这一契约参数与 w_0 保持一致, 通过调整另一契约参数弹性度来使得供应链得到协调, 对应的协调弹性度为 η_0, 零售商的最优订货量为系统最优订货量 Q_0, 数据如表 1 所示.

由表 1 可知, 供应链成员在批发价格契约下进行分散决策, 批发价格和零售商的最优订货量随着零售商损失厌恶程度的加大而下降, 当弹性数量契约和批发价格契约采用相同的批发价格时, 可通过增加弹性度来激励零售商订货使供应链得到协调.

表 1　契约参数

参数	λ			
	1.5	2.0	3	5
w_0	7.305 8	7.181 2	7.027 2	6.871 8
q_0	24.035	21.282	17.412	12.861
η_0	1.987 6	2.150 3	2.434 9	2.910 2
Q_0	55.566	55.566	55.566	55.566

下面进一步通过观察图 5 和图 6 来比较两种契约的效果. 批发价格契约下双方进行分散决策, 供应链无法实现协调, 随着零售商损失厌恶程度 λ 的增加, 供应商和供应链系统的期望利润以及零售商的期望效用下降. 而在弹性数量契约条件下, 随着 λ 增大, 可通过增加弹性度使供应链得到协调, 由表 1 可看出协调弹性度 η_0 的取值逐渐变大. 随着弹性度增加, 供应商分担了零售商更多风险, 其期望利润下降, 零售商库存积压风险和缺货的可能性降低, 零售商的期望效用增加, 实现了对零售商订货的激励, 供应商可按照系统最优订购量 Q_0 组织生产, 保证了整个供应链系统的期望利润最大化. 比较图 5 和图 6, 弹性数量契约下的供应链系统期望利润明显高于批发价格契约下分散决策时的供应链系统期望利润.

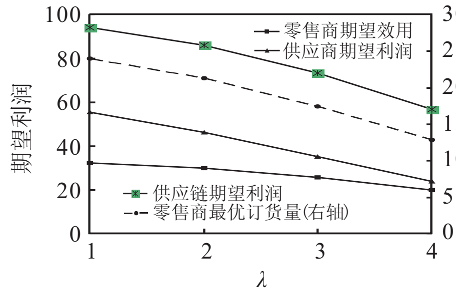

图 5　批发价格契约条件下供应链期望利润

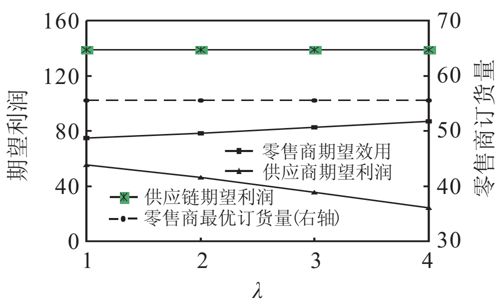

图 6　弹性数量契约供应链期望利润

5　结　论

本文分析了弹性数量契约条件下具有损失厌恶偏好的零售商在报童订货模型下的订货策略, 探讨了弹性契约参数及其损失厌恶特性对零售商最优决策的影响, 发现零售商的最优订货量随批发价格及其损失厌恶程度的增加而降低, 随弹性度的增加而增加. 当弹性度等于 1 时, 弹性数量契约即为批发价格契约. 此时, 由于零售商具有损失厌恶偏好的特点, 简单的

批发价格契约无法实现供应链的协调, 而通过调整弹性数量契约中的批发价格和弹性度均可以使零售商的最优订货量与整个供应链系统的最优订货量保持一致, 实现供应链系统的期望利润最大化. 但是, 在调整批发价格实现供应链协调时必须满足弹性度大于一个与零售商损失厌恶程度相关的特定值. 最后通过数值分析, 对以上结论进行了进一步验证并对其中的原因进行了探讨, 验证了弹性数量契约的有效性.

本文的研究还可以作以下几点改进: 1) 考虑信息不对称下契约的设计; 2) 本文假设供应商是风险中性的, 未来可以考虑零售商和供应商均具有损失厌恶偏好的契约设计; 3) 本文只分析了单个供应商和单个零售商的之间的关系, 未来可以考虑一个供应商与多个零售商或者多个竞争渠道同时存在的契约设计.

参考文献(References)

[1] Tsay A A. Quantity flexibility control and supplier-customer incentives[J]. Management Science, 1999, 45(10): 1339-1358.

[2] Wang C. A general framework of supply chain contract models[J]. Int J of Supply Chain Management, 2002, 7(5): 302-310.

[3] Chopra S, Meindl P. Supply chain management[M]. New Jersey: Prentice Hall Press, 2001.

[4] Lariviere M A. Supply chain contracting and coordination with stochastic demand, quantiative models for supply chain management[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.

[5] Tsay A A, Lovejoy W S. Quantity flexibility contracts and supply chain performance[J]. Manufacturing & Service Operations Management, 1999, 1(2): 89-111.

[6] Milner J M, Kouvelis P. Order quantity and timing flexibility in supply chains: The role of demand characteristics[J]. Management Science, 2005, 51(6): 970-985.

[7] Wu J. Quantity flexibility contracts under Bayesian updating[J]. Computers & Operations Research, 2005, 32(5): 1267-1288.

[8] 何勇, 杨德礼. 需求与价格具有相关性下的弹性数量契约模型研究[J]. 预测, 2005, 24(02): 38-41.
(He Y, Yang D L. Study on quantity flexibility contract with price dependent demand[J]. Forecasting, 2005, 24(2): 38-41.)

[9] 何勇, 吴清烈, 杨德礼. 考虑努力因素的弹性数量契约模型[J]. 统计与决策, 2007, 232(4): 8-10.
(He Y, Wu Q L, Yang D L. Quantity flexibility contract with effort-dependent demand[J]. Statistics and Decision, 2007, 232(4): 8-10.)

[10] Liu B L, Ma W H. Application of quantity flexibility contract in perishable products supply chain coordination[C]. The 20th Chinese Control and Decision Conference. Yantai: IEEE, 2008: 2758-2761.

[11] Bakal I S, Karakaya S. Quantity flexibility for multiple products in a decentralized supply chain[C]. Proc of Operations Research. Berlin: Springer Verlag, 2011: 411-416.

[12] Sethi S P, Yan H, Zhang H. Quantity flexibility contracts: Optimal decisions with information updates[J]. Decision Science, 2004, 35(4): 691-712.

[13] Kayhan M. Integrating multi-period quantity flexibility contracts with a capacitated production and inventory planning[D]. Ankara: Middle East Technical University, 2008.

[14] Wang Y H, Pan J M. Quantity flexibility contracts with unreliable supply[C]. The 6th Int Conf on Service Systems and Service Management. New York: IEEE, 2009: 343-346.

[15] Plambeck E, Taylor T. Sell the plant? The impact of contract manufacturing on innovation, capacity, and profitability[J]. Management Science, 2005, 51(1): 133-150.

[16] Xiong H, Chen B, Xie J. A composite contract based on buy back and quantity flexibility contracts[J]. European J of Operational Research, 2010, 210(3): 559-567.

[17] Subramanian V, Pekny J F, Reklaitis G V. Decentralized supply chain dynamics and the quantity flexibility contract[J]. Computer Aided Chemical Engineering, 2006, 21: 2153-2158.

[18] Plambeck E L, Taylor T A. Implications of renegotiation for optimal contract flexibility and investment[J]. Management Science, 2007, 53(12): 1872-1886.

[19] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-291.

[20] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evidence[J]. Management Science, 2000, 46(3): 404-420.

[21] Wang C X, Webster S. The loss-averse newsvendor problem[J]. Omega, 2009, 37(1): 93-105.

[22] Wang C X. The loss-averse newsvendor game[J]. Int J of Production Economics, 2010, 124(2): 448-452.

[23] 索寒生, 储洪胜, 金以慧. 带有风险规避型销售商的供需链协调[J]. 控制与决策, 2004, 19(9): 1042-1044.
(Suo H S, Chu H S, Jin Y H. Supply chain coordination with risk aversion retailers[J]. Control and Decision, 2004, 19(9): 1042-1044.)

(下转第990页)