

文章编号: 1001-0920(2012)08-1221-05

基于拟蒙特卡罗方法的概率假设密度多目标跟踪

张 慧, 韩崇昭, 闫小喜

(西安交通大学 a. 智能网络与网络安全教育部重点实验室,
b. 机械制造系统工程国家重点实验室, c. 电信学院, 西安 710049)

摘 要: 为了改善多目标跟踪问题中概率假设密度 (PHD) 滤波的估计精度, 提出基于拟蒙特卡罗的 PHD 滤波算法. 该算法利用低偏差点集在状态空间中分布均匀的特性, 使得采样粒子集最大程度地相互远离, 充分地描述多目标状态的后验概率密度, 从而准确地利用带有相应权值的粒子集来计算多目标数目和各个目标状态的估计值. 仿真实验表明了算法的有效性, 且估计性能优于粒子 PHD 滤波算法.

关键词: 多目标跟踪; 概率假设密度; 拟蒙特卡罗方法; 低偏差点集

中图分类号: TP274

文献标识码: A

Probability hypothesis density filter based on quasi-Monte Carlo method for multiple target tracking

ZHANG Hui, HAN Chong-zhao, YAN Xiao-xi

(a. Key Laboratory for Intelligent Networks and Network Security of Ministry of Education, b. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, c. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: ZHANG Hui, E-mail: blueundriver@163.com)

Abstract: To improve the precision of probability hypothesis density (PHD) filter when dealing with the problem of multiple target tracking, an implementation method of PHD filter based on quasi-Monte Carlo is proposed. This PHD filter algorithm uses the property of more regularly distribution of low discrepancy points and makes the sampling particles away from each other. Thus it can more fully describe the posterior probability distribution function and more accurately compute the estimate value of the target number and the state of individual target according to the particles with corresponding weights. Simulation results show that the modified algorithm is effective, and the estimation accuracy is superior to particle PHD filter algorithm.

Key words: multiple target tracking; probability hypothesis density; quasi-Monte Carlo; low discrepancy points

1 引 言

多目标跟踪问题是目标跟踪领域的研究热点, 已引起了研究者的广泛关注. 传统的多目标跟踪算法是基于数据关联的^[1], 这需要确定各个量测值与目标的对应关系, 计算量较大, 其本身就是一个复杂问题. 基于概率假设密度 (PHD) 滤波^[2]的多目标跟踪算法不需要进行数据关联计算, 因此成为多目标跟踪领域的热点问题. PHD 滤波算法有两种实现方式: 一种是高斯和实现方式^[3], 适用于线性高斯情况下的多目标跟踪问题; 另一种是粒子滤波实现方式, 也称为粒子 PHD 滤波 (PF-PHD)^[4-5], 适用于更一般的非线

性/非高斯情况的多目标跟踪问题. 另外, 针对目标数目较大的情况, Mahler^[6]提出了 Cardinalized 概率假设密度 (CPHD) 滤波, 该滤波同时递推地传递 PHD 和目标数目的概率分布, 能够更加精确地估计目标数目.

PHD 滤波是随机有限集 (RFS) 框架下的多目标贝叶斯滤波器, 其实质是求解多目标状态的后验概率密度, 一般情况下很难得到解析解, 通常采用蒙特卡罗方法随机抽取一组带有权值的粒子逼近目标状态的后验概率分布. 然而, 传统的蒙特卡罗采样方法产生的粒子具有随意性, 造成粒子集在状态空间集聚在一起或形成空洞, 导致采样获得的粒子集不能充分地

收稿日期: 2011-03-01; 修回日期: 2011-04-17.

基金项目: 国家 973 计划项目(2007CB311006); 国家自然科学基金创新研究群体项目(60921003); 国家自然科学基金面上项目(60921003, 61074176).

作者简介: 张慧(1981-), 女, 博士生, 从事多目标跟踪的研究; 韩崇昭(1943-), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统控制、信息与图像融合等研究.

描述多目标状态的后验概率密度. 拟蒙特卡罗^[7]采样方法能够产生分布更加均匀的低偏差点集, 使得采样粒子集最大程度地相互远离, 从而更加充分地描述后验概率密度, 进而提高估计性能. 文献 [8-9] 针对非线性模型的 PHD 和 CPHD 滤波算法, 提出了在高斯混合框架下利用一组高斯粒子滤波器对高斯分量和相应的权值进行递推计算, 并利用拟蒙特卡罗方法进行积分近似计算, 提高了被动测角多目标跟踪性能.

为了提高 PHD 滤波的性能, 本文利用拟蒙特卡罗思想对粒子 PHD 滤波算法进行改进, 提出了一种新的 PHD 滤波实现方式, 称为拟蒙特卡罗 PHD (QMC-PHD) 滤波算法. 该方式通过低偏差点集能够更加均匀地分布在状态空间中的特性, 更加准确地利用带有相应权值的粒子集来计算目标数目和各个目标状态的估计值. 仿真结果表明本文算法的估计性能要优于粒子 PHD 滤波算法.

2 PHD 滤波

多目标跟踪是指从混有杂波的量测中估计出当前时刻目标的数目和各个目标的状态. PHD 滤波是基于 RFS 的多目标跟踪算法. RFS 方法是将当前时刻的目标状态值集合作为一个状态 RFS 变量, 将当前时刻的量测值集合 (包括杂波) 作为一个量测 RFS 变量, 类似于单目标的情况, 推导出多目标后验概率密度的最优贝叶斯估计递推公式. 单目标估计中目标的状态和量测是两个向量, 而在多目标估计中, 状态和量测是由各个目标的状态和量测组成的集合. 由于目标数目随时间变化, 集合中状态和量测的维数随时间改变. 假设 k 时刻多目标状态集为 $X_k = \{x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kM(k)}\}$, 多目标量测集为 $Z_k = \{z_{k1}, z_{k2}, \dots, z_{kN(k)}\}$, 其中 $M(k)$ 和 $N(k)$ 分别为 k 时刻目标数和量测数. 下面给出基于 RFS 的多目标贝叶斯估计的递推公式:

$$f_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X_k|X_{k-1})f_{k-1|k-1}(X_{k-1}|Z_{1:k-1})dX_{k-1}, \quad (1)$$

$$f_{k|k}(X_k|Z_{1:k}) = \frac{f_k(Z_k|X_k)f_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})}{\int f_k(Z_k|X_k)f_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})dX_k} \quad (2)$$

其中: $f_{k|k-1}(X_k|X_{k-1})$ 为多目标状态集的转移概率密度, $f_k(Z_k|X_k)$ 为量测集的似然函数, $f_{k|k-1}(X_k|Z_{1:k-1})$ 为多目标状态集的预测概率密度, $f_{k|k}(X_k|Z_{1:k})$ 为多目标状态集的后验概率密度. 一般情况下, 上述的多目标贝叶斯估计很难获得解析表达式, 为此, 一种在计算上能够实现、同时也避免了数据关联的困难的 PHD 滤波算法应运而生. Mahler 提出了使用 PHD 作为多目标后验概率分布的一阶统计矩来进行

多目标贝叶斯估计, 这样多目标贝叶斯估计递推公式可以转化为 PHD 的预测和更新公式.

给定 $k-1$ 时刻的 PHD 为 $D_{k-1|k-1}$, 则 PHD 的预测值为

$$D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1}) = \gamma_k(x_k) + \int [e_{k|k-1}(x_{k-1})f_{k|k-1}(x_k|x_{k-1}) + b_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})]D_{k-1|k-1}(x_{k-1}|Z_{1:k-1})dx_{k-1}. \quad (3)$$

其中: $f_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})$ 为单个目标的转移概率密度, $e_{k|k-1}(x_{k-1})$ 为 $k-1$ 时刻状态为 x_{k-1} 的目标在 k 时刻存活概率, $b_{k|k-1}(x_k|x_{k-1})$ 为由 $k-1$ 时刻状态为 x_{k-1} 的目标衍生出子目标的 PHD, $\gamma_k(x_k)$ 为 k 时刻新生目标的 PHD.

利用获得的量测集 Z_k 对 PHD 的预测值进行修正, 得到 PHD 的更新值为

$$D_{k|k}(x_k|Z_{1:k}) = (1 - p_D(x_k))D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1}) + \sum_{z_k \in Z_k} \frac{p_D(x_k)f_{k|k}(z_k|x_k)D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1})}{\lambda_k c_k(z_k) + \psi_k(z_k|Z_{1:k-1})}. \quad (4)$$

似然函数为

$$\psi_k(z_k|Z_{1:k-1}) = \int p_D(x_k)f_{k|k}(z_k|x_k)D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1})dx_k.$$

其中: $f_{k|k}(z_k|x_k)$ 为单个目标似然函数; $p_D(x_k)$ 为检测概率; 假设杂波数服从泊松分布, λ_k 为泊松杂波的平均数; $c_k(z_k)$ 为杂波概率密度. PHD 不同于一般的概率密度函数, 它在整个多目标状态空间上的积分为目标数目的估计值, 不是在整个积分空间积分为 1.

3 拟蒙特卡罗方法

在 s 维单位超立方体 $D^s = [0, 1]^s$ 上, 函数 $f(x)$ 的积分可以表示为

$$I = E[f(x)] = \int_{D^s} f(x)dx. \quad (5)$$

蒙特卡罗方法是基于对积分的概率解释的方法, 函数 f 的蒙特卡罗积分可以表示成 f 在随机点集上函数值的平均值. 借助计算机从多维空间中的一个区域 D^s 中均匀地抽得 m 个独立同分布 (i.i.d) 的随机点集 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}$, 可由下式得到 I 的近似值:

$$\hat{I}_m = \frac{1}{m} \{f(x^{(1)}) + f(x^{(2)}) + \dots + f(x^{(m)})\}. \quad (6)$$

根据大数定律, 具有相同期望和有限方差的独立随机变量的平均值收敛于其共同的均值, 即 $\lim_{m \rightarrow \infty} \hat{I}_m = I$, 以概率 1 收敛. 另外, 此近似式是无偏的, 这意味着对于任意 m , \hat{I}_m 的平均值均等于 I , 即 $E[\hat{I}_m] = I$. 中心极限定理描述了蒙特卡罗积分误差阶的平均数量级是 $O(m^{-1/2})$, 显然, 肯定存在这样的 m 个点, 使得误差的绝对值不大于平均值. 拟蒙特卡罗方法致力于构

造积分误差比平均误差显著要好的点集, 其积分形式与蒙特卡罗积分一致, 但采用的随机数不一样. 拟蒙特卡罗积分的核心思想是用拟随机数^[10]来代替蒙特卡罗积分中的伪随机数^[11]. 选择随机点集的标准取决于数值问题本身, 对于数值积分而言, 选点标准很容易找到, 由此引进偏差和低偏差点集的概念.

3.1 偏 差

偏差可以看作对均匀分布的偏离的量化度量, 点集的偏差越小表明点集的分布越均匀. 利用如下 Koksma-Hlawka 不等式给出拟蒙特卡罗方法的计算误差: 如果函数 f 在 D^s 上存在 Hardy-Krause 意义上的有界变分 $V(f)$, 则对于任意 m 个点 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)} \in D^s$, 有

$$\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m f(x_k) - \int_{D^s} f(x) dx \leq V(f) D_m^*(x_1, x_2, \dots, x_m). \quad (7)$$

其中 $D_m^*(x_1, x_2, \dots, x_m)$ 为星偏差, 可以定义为

$$D_m^*(x_1, x_2, \dots, x_m) = D_m(J^*; P) = \sup_{B \in J^*} \left| \frac{A(B; P)}{m} - \lambda_s(B) \right|,$$

J^* 为 D^s 上具有形式 $\prod_{i=1}^s [0, u_i]$ 的所有子区间的集合, λ_s 为 s 维勒贝格测度, P 为包含点 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)} \in D^s$ 的点集. 对于任意属于 D^s 的子集 B , $A(B; P)$ 作如下定义:

$$A(B; P) = \sum_{i=1}^m \chi_B(x_i).$$

其中: χ_B 为 B 的特征函数, $A(B; P)$ 为满足 $x_i \in B (1 \leq i \leq m)$ 的点的个数. 对于固定维数 s , 拟随机数点集的收敛速度为 $O(m^{-1} \log_s m)$, 高于伪随机数点集的收敛速度 $O(m^{-1/2})$. 因此, 在采样点集数目足够大时, 拟蒙特卡罗积分比蒙特卡罗积分具有更小的误差. 事实上, 即使在采样点集数目 m 有限的情况下, 拟蒙特卡罗方法仍然比蒙特卡罗方法具有更高的精度.

3.2 低偏差点集

采用蒙特卡罗方法计算积分, 对于固定的 m 而言, 影响计算精度的一个主要因素是伪随机数点集的均匀性, 为了获得分布更加均匀的随机点集, 提出了多种形式的确定性采样方法. 在采样空间维数给定的前提下, 通过在样本间引入相关性来避免它们聚集在一起或形成空洞, 拟随机数点集的基本原理即是在目标空间中产生尽量均匀的确定样本, 使样本最大程度的互相远离. 这些通过确定性采样得到且分布较为规整的点集称为低偏差点集. 根据生成方法的不同, 低偏差点集可分为 Van der Vorput 点集、Halton 点集、Sobol 点集和 Niederreite 点集等, 这些点集共有的

性质是, 任意长的子点集都能均匀地填充采样空间. 这里, 以较容易理解的 Halton 点集为例来说明低偏差点集的生成方法.

Halton 点集^[12]是 Van der Vorput 点集的推广, 通过将一系列整数表示成某个基 (base) 和数位 (digit) 的形式, 将这些数位按反序排列并在前面加小数点得到新的值. 生成 Halton 点集的步骤如下:

Step 1: 令 n 为一个自然数且 $n \geq 2$, 则自然数 p 可用 n 进制表示为

$$p = b_0 + b_1 n + b_2 n^2 + \dots + b_r n^r, \quad (8)$$

其中 $b_i \in \{0, 1, \dots, n-1\}, i = 0, 1, \dots, r$.

Step 2: 对于式 (8) 所示的整数 $p \geq 1$, 令

$$y_n(p) = b_0 n^{-1} + b_1 n^{-2} + \dots + b_r n^{-r-1},$$

则 $y_n(p) \in (0, 1)$ 称为 p 关于基 n 的根逆.

Step 3: 令 $q_i (1 \leq i \leq S)$ 为 S 个互不相同的质数, 有 $c_p = (y_{q_1}(p), y_{q_2}(p), \dots, y_{q_S}(p)), k = 1, 2, \dots$. 称 c_p 为 Halton 点集.

图 1 和图 2 分别为二维情况下, 伪随机点集和 Halton 点集各为 500 个采样点时的单位平面分布图. 可以看出, Halton 点集比伪随机点集散布均匀得多, 明显改善了采样点的质量. 对于同样数量的采样点, 伪随机点集不能完整地填充整个状态空间, 需要更多的采样点数才能完整地描述随机变量的分布, 这导致其计算精度低于拟蒙特卡罗方法.

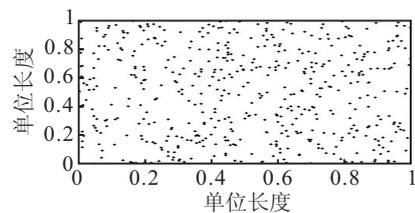


图 1 伪随机点集

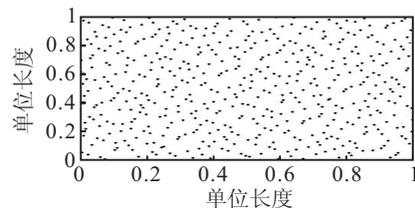


图 2 Halton 点集

4 PHD的拟蒙特卡罗实现

Vo 等人^[4]基于序贯蒙特卡罗采样方法, 提出了 PHD 的粒子滤波实现方式, 实现了对 PHD 的递推估计计算. 由于低偏差点集在积分过程中相对于伪随机数点集具有优越性, Guo 等人^[13]提出在粒子滤波方法中, 利用低偏差点集代替蒙特卡罗采样点集来实现系统状态估计的拟蒙特卡罗滤波方法. 为了进一步改善多目标粒子 PHD 滤波算法的跟踪性能, 本文提出

了 PHD 滤波的拟蒙特卡罗实现, 下面给出实现方式的步骤:

Step 1: 初始化. 假设 $k-1$ 时刻有 L_{k-1} 个粒子 $\{x_{k-1}(i), \omega_{k-1}(i)\}_{i=1}^{L_{k-1}}$, 粒子数始终与目标估计数目成比例, 即 $L_{k-1} = M\hat{N}_{k-1}$. 其中: M 为每个目标的粒子数, \hat{N}_{k-1} 为 $k-1$ 时刻目标数目的估计值.

Step 2: 采用 Halton 点集 $c(i) (i = 1, 2, \dots, L_{k-1})$ 产生低偏差点集, 其中 L_{k-1} 为采样的粒子个数.

Step 3: 对于高斯分布, 映射 Φ 可以定义为

$$\Phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} |\Sigma|^{1/2}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}(t - \mu)' \Sigma^{-1}(t - \mu)\right) dt.$$

将协方差矩阵 Σ 进行 Cholesky 分解, 即 $\Sigma = R^T R$.

Step 4: 将 $c(i)$ 转换为 $x_{k-1}(i)$, 有 $x_{k-1}(i) = \mu + R\Phi^{-1}(c(i))$, 其中 $\Phi(\cdot)$ 为高斯分布的概率分布函数, 将 Halton 点集 $c(i)$ 变换为低偏差高斯点集 $x_{k-1}(i)$, $i = 1, 2, \dots, L_{k-1}$.

Step 5: 预测步. 根据重要性密度 $q_k(\cdot|x_{k-1}(i), Z_k)$ 采样存活目标的预测状态, 根据重要性密度 $p_k(\cdot|Z_k)$ 采样新生目标的预测状态, 即

$$x_{k|k-1}(i) = \begin{cases} q_k(\cdot|x_{k-1}(i), Z_k), & i = 1, 2, \dots, L_{k-1}; \\ p_k(\cdot|Z_k), & i = L_{k-1} + 1, L_{k-1} + 2, \dots, L_{k-1} + J_k. \end{cases}$$

其中 J_k 为新生目标所对应粒子的数目. 计算相关权重为

$$\omega_{k|k-1}(i) = \begin{cases} \left(\frac{e_{k|k-1}(x_{k|k-1}(i)) f_{k|k-1}(x_{k|k-1}(i)|x_{k-1|k-1}(i))}{q_k(x_{k|k-1}(i)|x_{k-1|k-1}(i), Z_k)} + \frac{b_{k|k-1}(x_{k|k-1}(i)|x_{k-1|k-1}(i))}{q_k(x_{k|k-1}(i)|x_{k-1|k-1}(i), Z_k)} \right) \omega_{k-1}(i), & i = 1, 2, \dots, L_{k-1}; \\ \frac{\gamma_k(x_{k|k-1}(i))}{J_k p_k(x_{k|k-1}(i)|Z_k)} \omega_{k-1}(i), & i = L_{k-1} + 1, L_{k-1} + 2, \dots, L_{k-1} + J_k. \end{cases}$$

由此, k 时刻预测 PHD 的粒子可以描述为

$$D_{k|k-1}(x_k|Z_{1:k-1}) = \sum_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} \omega_{k|k-1}(i) \delta(x_{k|k-1} - x_{k|k-1}(i)). \quad (9)$$

Step 6: 更新步. 在获得量测 Z_k 后, 更新每个粒子权重, 有

$$\omega_{k|k}(i) = \left[1 - p_D(x_{k|k-1}(i)) + \sum_{z_k \in Z_k} \frac{p_D(x_{k|k-1}(i)) f_{k|k}(z_k|x_{k|k-1}(i))}{\lambda_k c_k(z_k) + \psi_k(z_k)} \right] \omega_{k|k-1}(i),$$

$$i = 1, 2, \dots, L_{k-1} + J_k, \quad (10)$$

其中

$$\psi_k(z_k) = \sum_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} p_D(x_{k|k-1}(i)) f_{k|k}(z_k|x_{k|k-1}(i)) \omega_{k|k-1}(i).$$

由式 (10) 可得 k 时刻更新后的粒子和权重集合为 $\{x_{k|k-1}(i), \omega_{k|k}(i)\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_k}$.

Step 7: 重采样. 重采样更新后的粒子集合 $\{x_{k|k-1}(i), \omega_{k|k}(i)/\hat{N}_k\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_k}$, 归一化后得到 $\{x_k(i), \omega_k(i)\}_{i=1}^{L_{k-1}+J_k}$, 其中 $\hat{N}_k = \sum_{i=1}^{L_{k-1}+J_k} \omega_{k|k}(i)$ 即为 k 时刻目标数目的估计值. k 时刻经重采样后的后验 PHD 粒子可以描述为

$$D_{k|k}(x_k|Z_{1:k}) = \sum_{i=1}^{L_k} \omega_k(i) \delta(x_k - x_k(i)). \quad (11)$$

Step 8: 状态提取. k 时刻重采样后的粒子集合 $\{x_k(i)\}_{i=1}^{L_k}$ 描述了多目标的 PHD 函数, 是一个定义在单目标状态空间上的多峰函数, 该函数曲线的峰值即为各个目标的状态估计值, 峰值的个数即为目标数目的估计值. 因此, 为了获得 k 时刻各个目标的状态估计 $\{x_k^n\}_{n=1}^{\hat{N}_k}$, 需要对重采样后的粒子集合 $\{x_k(i)\}_{i=1}^{L_k}$ 进行聚类, 目前常用的方法有 k 均值 (k -means) 聚类算法.

5 仿真实验

为了对 PHD 滤波的拟蒙特卡罗实现算法和粒子 PHD 滤波的估计效果进行比较, 给出一个二维多目标运动场景. 监控区域为 $[-100 \text{ m}, 100 \text{ m}] \times [-100 \text{ m}, 100 \text{ m}]$, 目标数目未知且是时变的. 跟踪时间为 40 s, 采样周期 $T = 1 \text{ s}$. 目标的运动方程为

$$x_k = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ w_{2,k} \end{bmatrix}.$$

其中: $x_k = [x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, x_{4k}]^T$ 为 k 时刻目标的状态向量; $[x_{1k} \ x_{3k}]^T$ 和 $[x_{2k} \ x_{4k}]^T$ 分别为笛卡尔坐标系下目标位置和目标速度; 过程噪声 $\{w_{1,k}\}$ 和 $\{w_{2,k}\}$ 为相互独立的零均值高斯白噪声, 标准差分别为 $\sigma_{w_1} = 1 \text{ m/s}^2$, $\sigma_{w_2} = 0.1 \text{ m/s}^2$.

为了简单起见, 在此仿真场景中没有考虑目标的衍生问题. 目标的存活概率为 $e_{k|k-1} = 0.95$, 新生目标数目是均值为 0.2 的泊松过程, 且 $\gamma_k = 0.2N(\bar{x}, Q)$. 其中: $\bar{x} = [-20 \text{ m} \ 2.5 \text{ m/s} \ -60 \text{ m} \ 2.5 \text{ m/s}]^T$, $Q = \text{diag}(10 \text{ m}^2, 5 \text{ m}^2/\text{s}^2, 10 \text{ m}^2, 5 \text{ m}^2/\text{s}^2)$.

假设传感器位于坐标原点 $(0, 0)$, 仅有 x 方向和 y 方向的位置量测可以获得, 目标量测方程为

$$z_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} v_{1,k} \\ v_{2,k} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中 $v_{1,k}$ 和 $v_{2,k}$ 为相互独立的零均值高斯白噪声, 具有相同标准差 $\sigma_{v_1} = \sigma_{v_2} = 2.5 \text{ m}$, 且与过程噪声相互独立. 目标的检测概率 $P_D(x_k)$ 设为 1.

假设杂波为在 $[-100 \text{ m}, 100 \text{ m}] \times [-100 \text{ m}, 100 \text{ m}]$ 上均匀分布的泊松点过程, 杂波强度为 $\kappa_k(z_k) = \lambda c_k(z_k)$. 其中: λ 为采样时刻的杂波个数, 本文取为 5, $c_k(z_k)$ 为均匀分布的概率密度.

图 3 给出 3 个目标的真实运动轨迹和 PHD 滤波拟蒙特卡罗实现算法的估计轨迹. 目标 1 在第 1 s 产生, 初始位置为 $(-100 \text{ m}, 100 \text{ m})$, 以速度 $(5 \text{ m/s}, -5 \text{ m/s})$ 匀速运动, 第 40 s 消亡; 目标 2 在第 1 s 产生, 初始位置为 $(-100 \text{ m}, -100 \text{ m})$, 以速度 $(5 \text{ m/s}, 5 \text{ m/s})$ 匀速运动, 第 40 s 消亡; 目标 3 在第 12 s 产生, 初始位置为 $(-20 \text{ m}, -60 \text{ m})$, 以速度 $(2.5 \text{ m/s}, 2.5 \text{ m/s})$ 匀速运动, 第 40 s 消亡. 为了更全面地比较两种算法的精度, 独立进行 100 次实验, 每个目标使用粒子数均为 500. 从图 3 可以看出, QMC-PHD 滤波算法对目标轨迹的估计接近目标运动的真实轨迹, 从而验证了本文算法是一种有效的多目标跟踪算法.

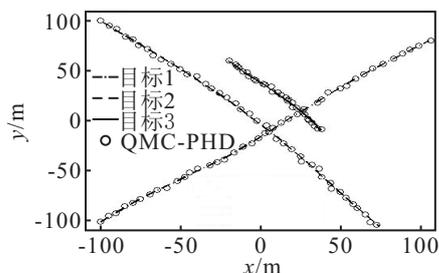


图 3 多目标真实轨迹和 QMC-PHD 估计轨迹比较

因为 PHD 滤波没有进行数据关联, 单目标背景下的均方根误差指标不能直接用于评价 PHD 滤波的性能, 所以采用 Wasserstein 距离作为多目标的误差距离, 并以此来评价多目标的跟踪性能. Wasserstein 距离定义为: 对于任意两个非空集合 X 和 \hat{X} , 有

$$d_p(\hat{X}, X) = \min_C \sqrt[p]{\sum_{i=1}^{|\hat{X}|} \sum_{j=1}^{|X|} C^{ij} \|\hat{x}^i - x^j\|^p}$$

其中: \hat{X} 和 X 分别为多目标状态的估计值集合和真实值集合; \min_C 表示在所有可能传输矩阵上取最小值, C 为传输矩阵; 元素 $C^{ij} \geq 0$ 且有 $\sum_{j=1}^{|\hat{X}|} C^{ij} = 1/|\hat{X}|$,

$\sum_{j=1}^{|\hat{X}|} C^{ij} = 1/|X|$, 当 \hat{X} 或 X 为空集时, Wasserstein 距离没有定义; p 取 2. 物理概念上, Wasserstein 距离是最小的平均意义下的均方根误差距离.

图 4 为经过 100 次独立实验后, QMC-PHD 滤波算法与粒子 PHD 滤波算法的 Wasserstein 距离. 由图 4 可见, 改进算法的 Wasserstein 距离明显小于粒子 PHD 滤波算法, 这表明改进算法的估计性能优于粒子 PHD 算法. 图 5 为进行 100 次独立实验后两种算法每个时刻估计的目标数目情况. 显然, 改进算法对目标数目的估计值比粒子 PHD 算法更接近真实目标数目.

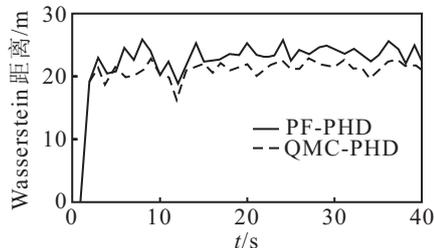
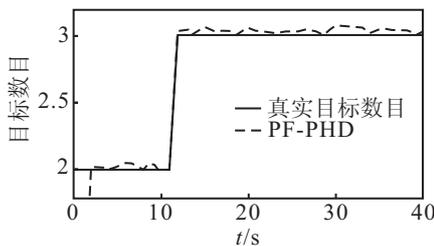
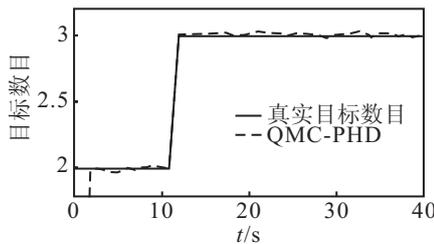


图 4 Wasserstein 距离比较 (100 次独立实验)



(a) PF-PHD 算法



(b) QMC-PHD 算法

图 5 目标数目估计比较 (100 次独立实验)

6 结 论

本文利用拟蒙特卡罗方法对 PHD 的粒子滤波实现方式进行改进, 提出了一种新的 PHD 滤波的实现方式——基于拟蒙特卡罗的概率假设密度滤波算法. 该算法利用低偏差点集在状态空间中分布更加均匀的特性, 使采样粒子集最大程度地相互远离, 从而更加准确地利用带有相应权值的粒子集来计算多目标数目和各个目标状态的估计值. 仿真结果表明, 改进算法的估计性能要优于粒子概率假设密度滤波算法.

参考文献(References)

[1] Chang K C, Barshalom Y. Joint probabilistic data association for multitarget tracking with possibly unresolved measurement and maneuvers[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1984, 29(7): 585-594.