

文章编号: 1001-0920(2012)10-0000-00

一类非线性系统的最小方差性能评估策略

王志国, 刘 飞

(江南大学 a. 自动化研究所, b. 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘要: 针对线性控制回路性能评估会因非线性因素的引入而出现估计过高的问题, 提出一种性能评估方法. 通过计算输出信号的双相干系数对回路的非线性特征进行提前判断, 然后使用 Volterra 级数将其最小方差性能评估问题转化为一类模型辨识问题. 通过仿真实例, 将所得结果和线性性能评估方法进行比较, 比较结果验证了所提出算法的优越性.

关键词: 性能评估; 非线性检测; 最小方差控制; 双相干系数

中图分类号: TP312

文献标志码: A

Performance assessment strategy based on minimum variance for a class of nonlinear systems

WANG Zhi-guo, LIU Fei

(a. Institute of Automation, b. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China. Correspondent: WANG Zhi-guo, E-mail: jndx_wzg@yahoo.com.cn)

Abstract: For the over-estimation problem existing in the performance assessment of linear control loops resulted from nonlinearities introduction, a performance assessment method is presented. The bicoherence is used to quantify the nonlinear property presented in the output signals before selected assessment methods. Then the minimum variance performance assessment is converted into model identification with the help of volterra series. Finally, a simulation example indicates that the proposed algorithm gives better minimum variance performance bound compared with existing methods for linear system performance assessment.

Key words: performance assessment; nonlinearity detection; minimum variance control; bicoherence

1 引言

控制性能评估是一种保证控制系统有效运行的辅助管理技术, 其基本思想是从系统运行数据中估计控制回路的性能指标. 近年对控制性能评估的研究及应用主要限于线性系统^[1]. 实际中, 由于数据测量或阀门摩擦等原因, 控制回路会被引入非线性, 如继续使用线性评估方法对系统进行性能评估, 所得结论可能并不具有指导意义^[2]. 因此, 在进行性能评估之前, 先检测系统中是否存在非线性再选择合适的评估方法更具合理性. 高阶统计量是分析非高斯和非线性信号的重要数学工具, 其主要作用之一就是检测时间序列中的非线性^[3-5].

本文基于高阶统计量中常用的双谱和双相干系数的概念, 利用双相干系数来检测过程中的非线性特

征, 进而给出了一类叠加有线性干扰的非线性系统的性能评估方法, 结合使用 Volterra 级数从系统运行数据中估计得到最小方差值. 最后, 通过一个仿真实例对该方法进行验证.

2 非线性检测

高阶统计量通常指高阶矩、高阶累积量以及其谱-高阶矩谱和高阶累积量谱这4种主要统计量. 类似于功率谱定义为自相关函数的傅里叶变换一样, 时间信号 $x(t)$ 的双谱定义为其三阶累积量的二维傅里叶变换^[3, 5], 即

$$B(f_1, f_2) \triangleq E[X(f_1)X(f_2)X^*(f_1 + f_2)]. \quad (1)$$

其中: $B(f_1, f_2)$ 为双频 (f_1, f_2) 对应的双谱, $X(f)$ 为时间信号的离散傅立叶变换值. 可以看出, 双谱的值不仅取决于相位耦合的程度, 而且和相互作用频率的

收稿日期: 2011-04-07; 修回日期: 2011-11-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (NSFC60974001); 江苏省基础研究计划项目 (自然科学基金) (BK2009068).

作者简介: 王志国 (1977-), 男, 讲师, 博士生, 从事工业过程控制性能评估和监测的研究; 刘飞 (1965-), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制理论与应用、过程监控等研究.

振幅有关. 为此, 将双谱做归一化处理得到双相干系数

$$\text{bic}^2(f_1, f_2) \triangleq \frac{|B(f_1, f_2)|^2}{E[|X(f_1)X(f_2)|^2]E[|X(f_1 + f_2)|^2]}. \quad (2)$$

其中: $\text{bic}(f_1, f_2)$ 为双相干函数, 它与振幅无关, 其值介于 0 和 1 之间.

考虑如下形式的线性离散时间序列:

$$x(k) = \sum_n h(n)e(k-n). \quad (3)$$

其中: $e(k)$ 为独立同分布随机序列, 其数字特征为

$$E[e(k)] = 0, \sigma_e^2 = E[e^2(k)], \mu_3 = E[e^3(k)].$$

则其功率谱和双谱分别为

$$P(f) = \sigma_e^2 |H(f)|^2 \equiv |X(f)X^*(f)|^2, \quad (4)$$

$$B(f_1, f_2) = \frac{\mu_3}{(2\pi)^2} H(f_1)H(f_2)H^*(f_1 + f_2), \quad (5)$$

其中 $H(f) = \sum_n h(n)e^{-inf}$. 则线性时间序列 $x(k)$ 的双向干系数的平方整理可得

$$\text{bic}^2(f_1, f_2) = \frac{|E[B(f_1, f_2)]|^2}{E[|P(f_1)||P(f_2)||P(f_1 + f_2)]} = \frac{\mu_3^2}{2\pi\sigma_e^6}. \quad (6)$$

上式表明, 线性信号的双相干系数平方值和双频无关, 也就是说其在双频平面上是一个常量. 由经典信号处理知识可知, 高斯随机过程经过任意一个线性系统后, 仍然是一个高斯过程. 对于设定值固定的有干扰的调节控制过程, 其输出可看作是干扰经过程处理所得信号. 所以, 可通过计算输出信号的双相干系数平方是否为常量来判断过程是否为非线性的^[4-5]. 另外, 频率间 f_1, f_2 和 $(f_1 + f_2)$ 的相位耦合程度也说明了 $X(f_1)X(f_2)$ 和 $X(f_1 + f_2)$ 的二次非线性关系, 双相干系数值的大小表明了非线性程度的强弱.

3 非线性系统的最小方差性能

对于任意线性控制系统, 其输出信号的最小方差与所采用的控制器参数无关, 此最小方差称为系统反馈不变量^[1, 6]. 非线性系统并非都存在最小方差反馈不变量^[7], 考虑如下非线性系统:

$$y_t = f(y_{t-1}^*, u_{t-b}^*) + D_t. \quad (7)$$

其中: y_t 为在输入 u_t 作用下的输出; b 为系统延迟; D_t 为外部干扰; $f(\cdot)$ 为非线性函数, 其值由系统 t 时刻之前变量 y_{t-1}^* 和 u_{t-b}^* 来确定. 这里: y_{t-1}^* 表示 y_{t-i} , $i = 1, 2, \dots, n_y$; u_{t-b}^* 表示 u_{t-b-j} , $j = 0, 1, \dots, n_u$. 该非线性系统最小方差控制器的设计和推导见文献 [7].

文献 [8] 已经证明, 对于如下形式系统:

$$\delta(q^{-1})y_t = f(y_{t-b}^*, u_{t-b}^*) + \tilde{D}_t, \quad (8)$$

其 b 步超前预测误差和操作变量相独立, 所以其最小方差反馈不变量存在. 其中 \tilde{D}_t 满足

$$\begin{aligned} \phi(q^{-1})\nabla^d \tilde{D}_t = & a_t + \sum_{i=1}^m \theta_i a_{t-i} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=i}^m \theta_{ij} a_{t-i} a_{t-j} + \dots + \\ & \sum_{i_1=1}^m \dots \sum_{i_k=i_k-1}^m \theta_{i_1 \dots i_k} a_{t-i_1} \dots a_{t-i_k}. \end{aligned} \quad (9)$$

这里: $\{a_t\}$ 为均值为 u_a , 方差为 σ_a^2 的白噪声序列, $\phi(q^{-1})$ 和 $\delta(q^{-1})$ 均为首元素为一的稳定多项式. 则式 (8) 经整理后为

$$y_{t+b} = \hat{y}_{t+b/t} + e_{t+b/t}. \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{y}_{t+b/t} &= \delta^{-1}(q^{-1})f(y_t^*, u_t^*) + \hat{D}_{t+b/t}, \\ \delta(q^{-1})D_t &= \tilde{D}_t; \end{aligned}$$

预测误差可表示为

$$e_{t+b/t} = y_{t+b} - \hat{y}_{t+b/t} = D_{t+b} - \hat{D}_{t+b/t}. \quad (11)$$

若干扰 \tilde{D}_t 用线性 ARIMA 模型表示, 即

$$\tilde{D}_t = \frac{\theta(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d} a_t,$$

其中 $\nabla = 1 - q^{-1}$. 则可得

$$e_{t+b/t} = (1 + \varphi_1 q^{-1} + \dots + \varphi_{b-1} q^{-(b-1)}) a_{t+b}, \quad (12)$$

$$\delta(q^{-1})\hat{y}_{t+b/t} = f(y_t^*, u_t^*) + \frac{P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d} a_t =$$

$$f(y_t^*, u_t^*) + \frac{P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d} (y_t - \hat{y}_{t/t-1}) =$$

$$f(y_t^*, u_t^*) + \frac{P_b(q^{-1})}{\theta(q^{-1})} \tilde{D}_t. \quad (13)$$

其中: 系数 φ 和多项式 $P_b(q^{-1})$ 由下式得到

$$\begin{aligned} \frac{\theta(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d \delta(q^{-1})} &= 1 + \varphi_1 q^{-1} + \dots + \varphi_{b-1} q^{-(b-1)} + \\ & \frac{q^{-b} P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d \delta(q^{-1})}. \end{aligned} \quad (14)$$

考虑采用一个线性或非线性反馈控制器 $g(\cdot)$, 则式 (8) 对应闭环系统的 b 步超前预测为

$$\delta(q^{-1})\hat{y}_{t+b/t} = f(y_t^*, g(y_t^* - y_{sp})) + \frac{P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d} a_t, \quad (15)$$

其中 y_{sp} 表示设定值, 本文假设其值固定.

上式可进一步整理得

$$\begin{aligned} \theta(q^{-1})\hat{y}_{t+b/t} &= \\ & \frac{\theta(q^{-1})}{\delta(q^{-1})} f(y_t^*, g(y_t^* - y_{sp})) - \\ & \frac{P_b(q^{-1})}{\delta(q^{-1})} f(y_{t-b}^*, g(y_{t-b}^* - y_{sp})) + P_b(q^{-1})y_t = \\ & \phi(q^{-1})\nabla^d \left(\frac{\theta(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d \delta(q^{-1})} - \right. \\ & \left. \frac{q^{-b} P_b(q^{-1})}{\phi(q^{-1})\nabla^d \delta(q^{-1})} \right) f(y_t^*, g(y_t^* - y_{sp})) + P_b(q^{-1})y_t. \end{aligned} \quad (16)$$

再由式(14)可得

$$\begin{aligned} \theta(q^{-1})\hat{y}_{t+b/t} = \\ \phi(q^{-1})\nabla^d(1 + \varphi_1q^{-1} + \dots + \\ \varphi_{b-1}q^{-(b-1)})f(y_t^*, g(y_t^* - y_{sp})) + P_b(q^{-1})y_t. \end{aligned} \quad (17)$$

令

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) = \theta(q^{-1}), \quad C(q^{-1}) = P_b(q^{-1}), \\ B(q^{-1}) = \phi(q^{-1})\nabla^d(1 + \varphi_1q^{-1} + \dots + \varphi_{b-1}q^{-(b-1)}). \end{aligned}$$

则式(17)可整理为一非线性自回归(NLAR)形式,即

$$\begin{aligned} A(q^{-1})\hat{y}_{t+b/t} = \\ B(q^{-1})f(y_t^*, g(y_t^* - y_{sp})) + C(q^{-1})y_t. \end{aligned} \quad (18)$$

4 基于 Volterra 级数的最小方差性能估计

Volterra 级数可看作是 Taylor 级数的推广, Taylor 级数用于描述静态系统,而 Volterra 级数可描述非线性动态系统.对于单输入单输出(SISO)的非线性系统,其输入输出关系可用 Volterra 级数表示为

$$\begin{aligned} y_t = \sum_{i=0}^{\infty} h_i x_{t-i} + \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i}^{\infty} h_{ij} x_{t-i} x_{t-j} + \dots + \\ \sum_{i_0=0}^{\infty} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^{\infty} h_{i_1 \dots i_k} x_{t-i_1} \dots x_{t-i_k}. \end{aligned} \quad (19)$$

其中: x_t 为输入信号; $h_i, h_{ij}, \dots, h_{i_1 \dots i_k}$ 分别是 k 阶 Volterra 核,为待辨识项.

考虑非线性函数仅为输入信号的函数,即 $f(y_{t-b}^*, u_{t-b}^*) = f(u_{t-b}^*)$. 则式(8)的有限 Volterra 级数可近似表示为

$$\begin{aligned} \delta(q^{-1})y_t = h_{L'}(u_t^*) + \tilde{D}_t = \\ \sum_{i=b}^{L'-1} h_i u_{t-i} + \sum_{i=b}^{L'-1} \sum_{j=i}^{L'-1} h_{ij} u_{t-i} u_{t-j} + \dots + \\ \sum_{i_1=b}^{L'-1} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^{L'-1} h_{i_1 \dots i_k} u_{t-i_1} \dots u_{t-i_k} + \tilde{D}_t. \end{aligned} \quad (20)$$

假设 $y_{sp} = 0$, 则其对应闭环系统的有限 Volterra 级数表示为

$$\begin{aligned} \delta(q^{-1})y_t = h_{L'}(g(y_t)) + \tilde{D}_t = \\ \sum_{i=b}^{L-1} h'_i y_{t-i} + \sum_{i=b}^{L-1} \sum_{j=i}^{L-1} h'_{ij} y_{t-i} y_{t-j} + \dots + \\ \sum_{i_1=b}^{L-1} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^{L-1} h'_{i_1 \dots i_k} y_{t-i_1} \dots y_{t-i_k} + \tilde{D}_t, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 L 为记忆长度. 则式(18)表示的 b 步超前预测有多项式自回归形式为

$$\begin{aligned} A(q^{-1})\hat{y}_{t+b/t} = \\ \sum_{i=0}^{L-1} h''_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=i}^{L-1} h''_{ij} y_{t-i} y_{t-j} + \dots + \end{aligned}$$

$$\sum_{i_1=0}^{L-1} \dots \sum_{i_k=i_{k-1}}^{L-1} h''_{i_1 \dots i_k} y_{t-i_1} \dots y_{t-i_k}. \quad (22)$$

定义系统的输入矩阵 P 和输出矩阵 Y 分别为

$$P = [X(n), X(n+1), \dots, X(n+M-1)]^T, \quad (23)$$

$$Y = [y(n+b), y(n+b+1), \dots, y(n+b+M-1)]^T. \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} X(n) = \\ [y(n), y(n-1), \dots, y(n-L+1), \\ y^2(n), y(n)y(n-1), \dots, y^2(n-L+1), \dots, \\ y^k(n), y(n) \dots y(n-i_k), \dots, y^k(n-L+1)]^T. \end{aligned} \quad (25)$$

这里: n 为数据起点, M 为数据长度.

再定义向量 H , 它是与 $X(n)$ 相对应的顺序排列的

Volterra 核, 即

$$\begin{aligned} H = [h''_0, h''_1, \dots, h''_{L-1}, h''_{00}, h''_{01}, \dots, \\ h''_{(L-1)(L-1)}, \dots, h''_{i_1 \dots i_k}, \dots, h''_{(L-1) \dots (L-1)}]. \end{aligned} \quad (26)$$

不失实际意义, 假设 $A(q^{-1}) = 1$, 则有

$$Y = PH^T + E, \quad (27)$$

其中 $E = [e_{n+b} \dots e_{n+b+M-1}]^T$ 为误差.

若已知非线性系统的输入序列和输出序列, 则求解式(27)为一个标准的最小二乘问题.

$$\hat{H} = (P^T P)^{-1} P^T Y. \quad (28)$$

假设向量 H 长度为 n_h , 则非线性系统的最小方差估计值为

$$\hat{\sigma}_{MV}^2 = E^T E / (M - n_h). \quad (29)$$

待辨识向量 H 的长度 n_h 与 Volterra 级数的记忆长度和阶次有关, 且随记忆长度和阶次的增加呈指数增加, 虽然大的 n_h 会使 Volterra 级数更接近所描述的非线性系统, 但这会造成辨识的维数灾难问题. 一般的, 多数实际系统都可用有限记忆长度和有限阶次的 Volterra 级数近似描述, 通过选择向量 H 中对系统输出贡献较大的少数 Volterra 核而忽略贡献小的项可有效减少辨识计算量. 结合使用正交最小二乘算法^[9-10]和 AIC(Akaike information criterion)可确定 n_h .

5 仿真实例

为了验证前面所述, 考虑如下非线性系统模型:

$$\begin{aligned} y_t = 0.2u_{t-3} + 0.3u_{t-4} + u_{t-5} + 0.8u_{t-3}^2 + \\ 0.8u_{t-3}u_{t-4} - 0.7u_{t-4}^2 - 0.5u_{t-5}^2 - \\ 0.5u_{t-3}u_{t-5} + \tilde{D}_t. \end{aligned} \quad (30)$$

其中: 干扰用一 ARIMA(2, 0, 0) 时序过程表示, 即

$$\tilde{D}_t = \frac{a_t}{1 - 1.6q^{-1} + 0.8q^{-2}}. \quad (31)$$

这里: a_t 为均值为 0, 方差为 0.1 的白噪声序列. 简单推导可知, 此非线性系统的最小方差真实值为 0.665 76. 选择如下形式 PI 控制器:

$$u_t = -\frac{0.3 - 0.2q^{-1}}{1 - q^{-1}}(y_t - y_{sp}). \quad (32)$$

仿真中所用高阶统计量分析参数如下: 样本数据长度为 4 096, 分段长度为 64, 数据重叠率为 50%, Hanning 窗, DFT 长度为 128.

图 1(a) 为式 (30) 去除二次非线性成分后的线性系统的一组输出信号 y_{linear} , 图 1(b) 为非线性系统的一组输出信号 $y_{\text{nonlinear}}$, 从图中不能直接辨别出哪种系统有非线性特征; 图 1(c) 和图 1(d) 分别为线性和非线性情况下输出信号的功率谱, 从中也不能判断是否有非线性存在; 图 1(e) 和图 1(f) 分别为两种情况下的双相干系数平方三维图, 线性系统中最大双相干系数值为 0.039 7, 图中没有明显的尖峰, 而非线性情况下有多个较大的尖峰, 且其中最大双相干系数值为 0.636 2, 这表明双相干系数在所有双频下不是常量, 信号产生过程为一非线性过程且非线性程度较强.

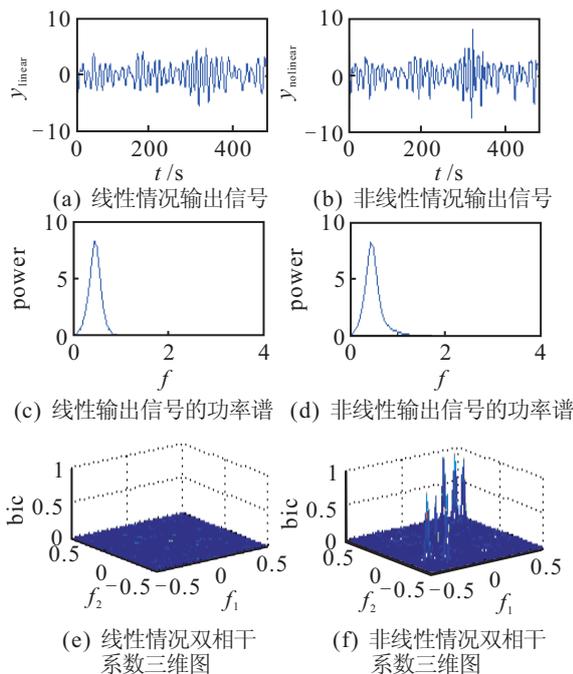


图 1 系统输出信号和频谱特征图

为了估计非线性系统最小方差值, 采集 1 000 个系统输出值构成数据集, 依照式 (23) 和 (24) 分别组成回归变量矩阵和实际输出矩阵. 采用正交最小二乘法可辨识得到 Volterra 核, 从辨识误差中计算得到系统最小方差估计 σ_{MV}^2 . 实验在不同的白噪声下重复 500 次. 采用 LAR (linear autoregressive) 方法^[6]所估计的最小方差平均值 $\sigma_{MV}^2 = 1.548 0$, 本文 Volterra 级数法所得平均值 $\sigma_{MV}^2 = 0.706 8$. 图 2 为两

种方法估计所得最小方差比较盒图.

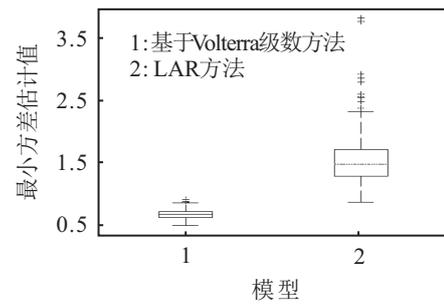


图 2 最小方差估计值的比较盒图

明显地, LAR 方法估计的 σ_{MV}^2 和真实值差距较大, 这说明在进行系统性能评估之前进行非线性检测是必要的, 不然所得性能评价结论可能对操作人员产生误导. 由 Volterra 级数法所估计最小方差基本接近真实值, 存在偏差是由于采用有限 Volterra 级数描述非线性系统时的截断误差所致.

6 结 论

本文以一类叠加有线性干扰的非线性系统为仿真实例, 验证了使用线性性能评估方法对非线性系统性能评估的不合理性, 通过在评估环节之前增加非线性检测环节, 使用双相干系数对输出信号进行分析判断是否有非线性特征存在, 从而据此选择非线性的评估方法. 此评估方法的主要思想是, 用 Volterra 级数近似非线性系统, 将构造 b 步超前预测模型问题转为一系统辨识问题, 从辨识误差即可得到系统最小方差估计.

文中分析仅限于 SISO 系统, 将研究扩展到 MISO 和 MIMO 非线性系统的性能评估将是今后要开展的工作.

参考文献(References)

- [1] Jelali M. An overview of control performance assessment technology and industrial applications[J]. Control Engineering Practice, 2006, 14: 441-466.
- [2] Yu W, Wilson D I, Young B R. Nonlinear control performance assessment in the presence of valve stiction[J]. J of Process Control, 2010, 20(6): 754-761.
- [3] Hinich, Melvin J. Testing for gaussianity and linearity of a stationary time series[J]. J of Time Series Analysis, 1982, 3: 169-176.
- [4] Choudhury M A A S, Shah S L, Thornhill N F. Detection and diagnosis of system nonlinearities using higher order statistics[C]. 15th IFAC World Congress. Barcelona, 2002.
- [5] 张贤达. 时间序列分析——高阶统计量方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996: 6-20.
(Zhang X D. Time series analysis — Methods of higher-order statistics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996: 6-20.)

- [6] Desborough L D, Harris T J. Performance assessment measures for univariate feedback control[J]. *Canadian J of Chemical Engineering*, 1992, (70): 1186-1197.
- [7] Grimble M J. Non-linear generalized minimum variance feedback, feedforward and tracking control[J]. *Automatica*, 2005, (41): 957-969.
- [8] Harris T J, Yu W. Controller assessment for a class of non-linear systems[J]. *J of Process Control*, 2007, 17(7): 607-619.
- [9] Chen S, Billings S A, Luo W. Orthogonal least squares methods and their application to nonlinear system identification[J]. *Int J of Control*, 1989, 50(5): 1873-1896.
- [10] 欧文, 韩崇昭. Volterra 泛函级数辨识中维数灾难的一种解决方法[J]. *西安交通大学学报*, 2001, 35(6): 658-660. (Ou W, Han C Z. Solution to the Dimension Disaster in the Identification of Volterra Series[J]. *J of Xi'an Jiaotong University*, 2001, 35(6): 658-660.)