

文章编号: 1001-0920(2012)09-1301-07

基于信号差值死区调度的无线网络控制系统 H_∞ 控制

高政南^{1,2}, 谢蓉华¹, 樊卫华¹, 陈庆伟¹

(1. 南京理工大学 自动化学院, 南京 210094; 2. 内蒙古电力(集团)有限责任公司 调度通信中心, 呼和浩特 010020)

摘要: 首先针对无线网络控制系统(WiNCS)中网络带宽有限、节点能量有限和网络冲突概率高的特点, 在传感器端和控制器端设置基于信号差值的传输死区, 以减少网络冲突和节点能耗; 然后基于传输死区建立包含时延区间概率分布信息和参数不确定性的WiNCS模型, 并设计了 H_∞ 控制器; 最后基于真实无线网络和模拟被控对象进行半实物仿真实验, 结果表明所提出的方法在保证系统渐近稳定的基础上可以明显地降低传感器和控制器的网络流量。

关键词: 无线网络控制系统; 死区; H_∞ 控制; 信号差值; 网络流量

中图分类号: TP13

文献标志码: A

H_∞ control of wireless networked control systems with signal difference-based deadband scheduling

GAO Zheng-nan^{1,2}, XIE Rong-hua¹, FAN Wei-hua¹, CHEN Qing-wei¹

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. Dispatching and Communicating Center, Inner Mongolia Power(Group) Co Ltd, Hohhot 010020, China. Correspondent: GAO Zheng-nan, E-mail: gzn1981@163.com)

Abstract: Considering the characteristics in wireless networked control systems(WiNCS), limited network bandwidth, limited node energy and high network collision probability, the signal difference-based transmission deadband is set up in sensors and controllers to reduce network collision and node energy consumption. Then, with the consideration of the probability distribution of delay in some intervals and parametric uncertainties, a model of WiNCS is established based on transmission deadband, and the H_∞ controller is designed. Results of the semi-physical simulative experiments with real wireless network and simulative controlled plant show that the network traffic of sensors and controllers is reduced obviously by using the proposed approach on the basis of the system asymptotical stabilization.

Key words: wireless networked control systems; deadband; H_∞ control; signal difference; network traffic

1 引言

无线网络控制系统(WiNCS)是由无线网络构成的闭环分布式控制系统^[1], 具有低成本、快速搭建和易于维护等优点。但其所具有的频段授权、动态移动、有限载荷和广播传输的特点, 使得WiNCS的网络带宽和节点能量有限。在有限的网络带宽下, 频繁地广播传输数据会增大网络冲突的概率, 将引起传输时延和数据包丢失, 导致节点能耗增加和系统控制性能下降, 甚至使系统失稳。如何降低网络对系统控制性能的影响, 降低节点能耗, 是WiNCS研究的热点问题之一。

关于同时考虑WiNCS中信道噪声、信号量化、时

延和丢包等网络因素进行稳定性分析和控制器设计的研究成果较多^[2-4], 但在大量数据共享有限带宽时, 仅依靠设计控制器的方法难以有效改善系统的控制性能, 因而需引入合理的网络调度策略。对节点的网络流量进行死区调度, 即满足给定条件时主动丢弃数据包, 不仅可以有效地减少网络冲突和节点能耗, 而且其算法实现简单, 已引起了众多NCS研究人员的广泛关注^[5-8]。

目前, 关于NCS中死区调度的研究大多集中于仿真, 理论研究较少, 而且网络条件较为理想。Otanee等^[5]首先将死区调度引入NCS, 并基于仿真实验探讨了兼顾网络利用率与跟踪性能的死区阈值优化问题;

收稿日期: 2011-04-28; 修回日期: 2011-06-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60975075); 教育部博士点专项基金项目(20070288022); 江苏省自然科学基金项目(BK2008404).

作者简介: 高政南(1981—), 男, 博士, 从事网络控制系统调度与控制的研究; 陈庆伟(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、网络化控制等研究.

文献[6]通过仿真分析了死区阈值与控制性能的关系; [7]提出了基于误差阈值的死区调度策略, 分析了死区调度下NCS的稳定性, 但未考虑网络诱导时延; [8]提出了基于控制量序列变化的死区调度策略, 并给出了基于死区调度策略的NCS的稳定条件, 但要求节点间时钟同步和传输时延可测. 本文考虑到实际WiNCS中网络诱导时延在时延区间内的分布具有一定概率和系统参数具有不确定性, 建立了包含时延区间概率分布信息、参数不确定性和死区调度策略的WiNCS数学模型, 并分析了WiNCS的 H_∞ 性能, 给出了 H_∞ 控制器的设计方法.

2 系统描述和建模

图1为带有两个传输死区的WiNCS, 传输死区1和传输死区2分别设置在传感器端和控制器端. 其中控制器和执行器为事件驱动, 传感器为时间驱动, 执行器端对控制量零阶保持.

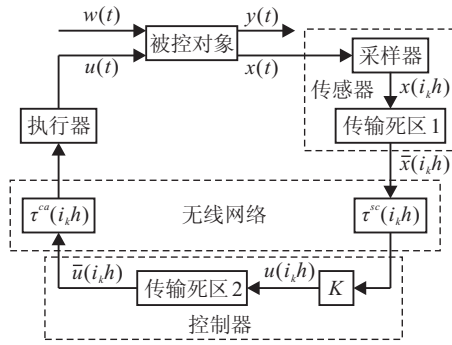


图1 基于死区调度的WiNCS结构

考虑被控对象方程

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + B_1 u(t) + B_2 w(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ u(t) = \bar{u}(i_k h), \\ t \in [i_k h + \tau(i_k h), i_{k+1} h + \tau(i_{k+1} h)]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, $y(t) \in R^p$ 和 $w(t) \in R^q$ 为被控对象的状态、输入、输出和外界干扰输入; A , B_1 , B_2 , C 为适当维数矩阵, 参数不确定矩阵 $\Delta A = DF(t)E$, D 和 E 为适当维数的常数矩阵, $F^T(t)F(t) \leq I$ ($F(t)$ 简称为 F); i_k 为数据包序列 ($i_k = 1, 2, \dots$), h 为采样周期, $\bar{u}(i_k h)$ 为控制量 $u(i_k h)$ 经传输死区2的输出值, $\tau(i_k h) = \tau^{sc}(i_k h) + \tau^{ca}(i_k h) + \tau^c(i_k h)$ 为从传感器到控制器再到执行器的总时延, $\tau^{sc}(i_k h)$ 为传感器到控制器的网络时延, $\tau^{ca}(i_k h)$ 为控制器到执行器的网络时延, $\tau^c(i_k h)$ 为传感器、控制器和执行器的处理时延总和.

2.1 传输死区

当前信号只在与前次传输的信号之差值大于死区阈值时才被传输, 由此可知传输死区1的输入信号 $x(i_k h)$ 与输出信号 $\bar{x}(i_k h)$ 的关系可描述为

$$\bar{x}_j(i_k h) = \begin{cases} x_j(i_k h), & |\bar{x}_j(i_{k-1} h) - x_j(i_k h)| > \\ & \delta_{1j} |x_j(i_k h)|; \\ \bar{x}_j(i_{k-1} h), & |\bar{x}_j(i_{k-1} h) - x_j(i_k h)| \leq \\ & \delta_{1j} |x_j(i_k h)|. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $j = 1, 2, \dots, n$; $\bar{x}_j(i_{k-1} h)$ 为前次传输的信号; $\delta_{1j} |x_j(i_k h)| \in R^+$ 为死区阈值, $\delta_{1j} \in [0, 1]$ 为死区阈值的权值, $\delta_1 = \text{diag}\{\delta_{11}, \delta_{12}, \dots, \delta_{1n}\}$.

定义 $\Delta_1 = \text{diag}\{\Delta_{11}, \Delta_{12}, \dots, \Delta_{1n}\}$, $\Delta_{1j} \in [-\delta_{1j}, \delta_{1j}]$, $j = 1, 2, \dots, n$, 则式(2)可由下式包含:

$$\bar{x}(i_k h) = x(i_k h) + \Delta_1 x(i_k h). \quad (3)$$

同理, 传输死区2的输入信号 $u(i_k h)$ 与输出信号 $\bar{u}(i_k h)$ 的关系可描述为

$$\bar{u}_l(i_k h) = \begin{cases} u_l(i_k h), & |\bar{u}_l(i_{k-1} h) - u_l(i_k h)| > \\ & \delta_{2l} |u_l(i_k h)|; \\ \bar{u}_l(i_{k-1} h), & |\bar{u}_l(i_{k-1} h) - u_l(i_k h)| \leq \\ & \delta_{2l} |u_l(i_k h)|. \end{cases} \quad (4)$$

其中: $l = 1, 2, \dots, m$; $\bar{u}_l(i_{k-1} h)$ 为前次传输的信号; $\delta_{2l} |u_l(i_k h)| \in R^+$ 为死区阈值, $\delta_{2l} \in [0, 1]$ 为死区阈值的权值, $\delta_2 = \text{diag}\{\delta_{21}, \delta_{22}, \dots, \delta_{2m}\}$.

定义 $\Delta_2 = \text{diag}\{\Delta_{21}, \Delta_{22}, \dots, \Delta_{2m}\}$, $\Delta_{2l} \in [-\delta_{2l}, \delta_{2l}]$, $l = 1, 2, \dots, m$, 则由式(4)可得

$$\bar{u}(i_k h) = u(i_k h) + \Delta_2 u(i_k h). \quad (5)$$

综合式(3)和(5)可知, 式(1)中的 $u(t)$ 可描述为

$$u(t) = (I + \Delta_2)K(I + \Delta_1)x(i_k h), \quad (6)$$

其中 $K \in R^{m \times n}$ 为状态反馈控制矩阵.

2.2 时延区间的概率分布

定义 $\tau(t) = t - i_k h$, 当 $t \in [i_k h + \tau(i_k h), i_{k+1} h + \tau(i_{k+1} h)]$ 时, 可得

$$\begin{cases} \tau(t) \leq (i_{k+1} - i_k)h + \tau(i_{k+1} h) \leq \tau_M, \\ \tau_m \leq \tau(i_k h) \leq \tau(t). \end{cases} \quad (7)$$

其中: τ_M 为包含丢包和时延的执行器端的控制量最大到达间隔, τ_m 为从传感器到控制器再到执行器的总时延最小值.

将 $[\tau_m, \tau_M]$ 分为两个区间 $[\tau_m, \tau_1]$ 和 $[\tau_1, \tau_M]$, 定义如下两个子集:

$$\begin{cases} \Omega_1 = \{t : \tau(t) \in [\tau_m, \tau_1]\}, \\ \Omega_2 = \{t : \tau(t) \in [\tau_1, \tau_M]\}. \end{cases} \quad (8)$$

定义时延函数 $\tau_1(t)$, $\tau_2(t)$ 和随机变量 $\beta(t)$ 如下:

$$\begin{cases} \tau_1(t) = \tau(t), \tau_2(t) = \bar{\tau}_2, \beta(t) = 1, t \in \Omega_1; \\ \tau_1(t) = \bar{\tau}_1, \tau_2(t) = \tau(t), \beta(t) = 0, t \in \Omega_2. \end{cases} \quad (9)$$

其中: $\bar{\tau}_1 \in [\tau_m, \tau_1]$, $\bar{\tau}_2 \in [\tau_1, \tau_M]$, $\beta(t) = 1$ 的概率为 β_0 . 考虑时延区间及 $\tau(t)$ 的分布概率后, 式(6)可由下式

描述:

$$u(t) = \beta(t)(K + \Delta K)x(t - \tau_1(t)) + (1 - \beta(t))(K + \Delta K)x(t - \tau_2(t)), \quad (10)$$

其中 $\Delta K = \Delta_2 K + K \Delta_1 + \Delta_2 K \Delta_1$.

2.3 整个系统的模型

将式(10)代入(1), 由此可知图1中基于死区调度的WiNCS可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \varphi(t) + (\beta(t) - \beta_0)\psi(t) + B_2 w(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ t \in [i_k h + \tau(i_k h), i_{k+1} h + \tau(i_{k+1} h)]. \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & (A + \Delta A)x(t) + B_1(\beta_0(K + \Delta K)x(t - \tau_1(t)) - \\ & (1 - \beta_0)(K + \Delta K)x(t - \tau_2(t))), \\ \psi(t) = & B_1(K + \Delta K)(x(t - \tau_1(t)) - x(t - \tau_2(t))). \end{aligned}$$

3 H_∞ 控制器设计

3.1 相关定义与引理

引理 1^[4] (矩阵函数的凸性) 假设 $E_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 和 Ω 为时常矩阵, $\tau_j(t) (j = 1, 2)$ 如式(9)所定义, 则对于 $t \in R^+$, $(\tau_1(t) - \tau_m)E_1 + (\tau_1 - \tau_1(t))E_2 + (\tau_2(t) - \tau_1)E_3 + (\tau_M - \tau_2(t))E_4 + \Omega < 0$ 成立当且仅当如下4个不等式成立:

$$\begin{cases} (\tau_1 - \tau_m)E_1 + (\tau_M - \tau_1)E_2 + \Omega < 0, \\ (\tau_1 - \tau_m)E_1 + (\tau_M - \tau_1)E_4 + \Omega < 0, \\ (\tau_1 - \tau_m)E_3 + (\tau_M - \tau_1)E_2 + \Omega < 0, \\ (\tau_1 - \tau_m)E_3 + (\tau_M - \tau_1)E_4 + \Omega < 0. \end{cases} \quad (12)$$

引理 2 (Jessen 不等式) 设 $\tau_m \leq \tau(t) \leq \tau_M$ 且 $\dot{x}(t) : [\tau_m, \tau_M] \rightarrow R^n$, 则对于任意正定矩阵 $R > 0$, 下列不等式成立:

$$-(\tau_M - \tau_m) \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_m} \dot{x}^T(s) R \dot{x}(s) ds \leq \begin{bmatrix} x(t - \tau_m) \\ x(t - \tau_M) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R & R \\ R & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau_m) \\ x(t - \tau_M) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

引理 3^[9] 设 W, M 和 N 为适当维数的实矩阵, 其中 W 为对称矩阵, 则对于所有满足 $F^T(t)F(t) \leq I$ 的矩阵 $F(t)$, $W + N^T F^T(t) M^T + M F(t) N < 0$ 成立, 当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$, 使

$$W + \varepsilon M M^T + \varepsilon^{-1} N^T N < 0. \quad (14)$$

定义 1 给定 $\eta > 0$, 若满足如下的两个条件: 1) $w(t) \equiv 0$, 系统(11)是渐近稳定的; 2) 零初始条件下, 对于任意非零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 控制输出 $y(t)$ 满足 $\|y(t)\|_2 \leq \eta \|w(t)\|_2$. 则称系统(11)是具有 H_∞ 范数界 η 鲁棒渐近稳定的.

3.2 稳定性分析

定理 1 给定常数 $\tau_m, \tau_1, \tau_M, \beta_0$ 和矩阵 K , 如果存在对称矩阵 $P > 0, Q_i > 0 (i = 1, 2, 3), R_i > 0 (i = 1, 2, 3)$, 矩阵 $S_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 和 $N_{ij} (i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 7)$, 使得如下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Gamma^1 + \Gamma^2 & \Gamma_l^3 \\ * & \Gamma_l^4 \end{bmatrix} < 0, \quad l = 1, 2, 3, 4, \quad (15)$$

则系统(11)是具有 H_∞ 范数界 η 鲁棒渐近稳定的. 式中: “*”表示矩阵的对称项;

$\Gamma^1 =$

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11}^1 & \Gamma_{12}^1 & \Gamma_{13}^1 & -N_{41} & \Gamma_{15}^1 & \Gamma_{16}^1 & \Gamma_{17}^1 & S_1^T B_2 \\ * & \Gamma_{22}^1 & \Gamma_{23}^1 & \Gamma_{24}^1 & \Gamma_{25}^1 & \Gamma_{26}^1 & N_{17}^T & 0 \\ * & * & \Gamma_{33}^1 & \Gamma_{34}^1 & \Gamma_{35}^1 & \Gamma_{36}^1 & \Gamma_{37}^1 & 0 \\ * & * & * & \Gamma_{44}^1 & \Gamma_{45}^1 & \Gamma_{46}^1 & -N_{47}^T & 0 \\ * & * & * & * & \Gamma_{55}^1 & \Gamma_{56}^1 & \Gamma_{57}^1 & S_2^T B_2 \\ * & * & * & * & * & \Gamma_{66}^1 & \Gamma_{67}^1 & S_3^T B_2 \\ * & * & * & * & * & * & \Gamma_{77}^1 & S_4^T B_2 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\eta^2 I \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_{11}^1 = -R_1 + S_1 A + A^T S_1^T + Q_1 +$$

$$Q_2 + Q_3 + C^T C,$$

$$\Gamma_{12}^1 = R_1 + N_{11}, \quad \Gamma_{13}^1 = -N_{21} + N_{31},$$

$$\Gamma_{15}^1 = \beta_0 S_1 B_1 K - N_{11} + N_{21} + A^T S_2^T,$$

$$\Gamma_{16}^1 = (1 - \beta_0) S_1 B_1 K - N_{31} + N_{41} + A^T S_3^T,$$

$$\Gamma_{17}^1 = A^T S_4^T - S_1 + P, \quad \Gamma_{22}^1 = -Q_1 - R_1 + N_{12} + N_{12}^T,$$

$$\Gamma_{23}^1 = -N_{22} + N_{32} + N_{13}^T, \quad \Gamma_{24}^1 = -N_{42} + N_{14}^T,$$

$$\Gamma_{25}^1 = -N_{12} + N_{22} + N_{15}^T, \quad \Gamma_{26}^1 = -N_{32} + N_{42} + N_{16}^T,$$

$$\Gamma_{33}^1 = -Q_2 - N_{23} - N_{23}^T + N_{33} + N_{33}^T,$$

$$\Gamma_{34}^1 = -N_{43} - N_{24}^T - N_{34}^T,$$

$$\Gamma_{35}^1 = -N_{13} + N_{23} - N_{25}^T + N_{35}^T,$$

$$\Gamma_{36}^1 = -N_{33} + N_{43} - N_{26}^T + N_{36}^T,$$

$$\Gamma_{37}^1 = -N_{27}^T + N_{37}^T, \quad \Gamma_{44}^1 = -Q_3 - N_{44} - N_{44}^T,$$

$$\Gamma_{45}^1 = -N_{14} + N_{24} - N_{45}^T, \quad \Gamma_{46}^1 = -N_{34} + N_{44} - N_{46}^T,$$

$$\Gamma_{55}^1 = -N_{15} - N_{15}^T + N_{25} + N_{25}^T +$$

$$\beta_0 S_2 B_1 K + \beta_0 K^T B_1^T S_2^T,$$

$$\Gamma_{56}^1 = -N_{35} - N_{16}^T + N_{45} + N_{26}^T +$$

$$(1 - \beta_0) S_2 B_1 K + \beta_0 K^T B_1^T S_3^T,$$

$$\Gamma_{57}^1 = -N_{17} + N_{27} - S_2 + \beta_0 K^T B_1^T S_4^T,$$

$$\Gamma_{66}^1 = -N_{36} - N_{36}^T + N_{46} + N_{46}^T +$$

$$(1 - \beta_0) S_3 B_1 K + (1 - \beta_0) K^T B_1^T S_3^T,$$

$$\Gamma_{67}^1 = -N_{37}^T + N_{47}^T - S_3 + (1 - \beta_0) K^T B_1^T S_4^T,$$

$$\Gamma_{77}^1 = \tau_m^2 R_1 + (\tau_1 - \tau_m) R_2 + (\tau_M - \tau_1) R_3 - S_4^T - S_4^T;$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma^2 &= \Gamma^{21} + \Gamma^{21T}, \\
 \Gamma^{21} &= L_2^T(K_1 + K_2) + L_1^T K_2 + L_3^T F K_3, \\
 L_1^T &= -[S_1, 0, 0, 0, S_2, S_3, S_4, 0]B_1, \\
 L_2 &= \Delta_2^T L_1, \quad L_3^T = [S_1, 0, 0, 0, S_2, S_3, S_4, 0]D, \\
 K_1 &= -Kw_1; \quad K_2 = -K\Delta_1 w_1, \\
 w_1^T &= [0, 0, 0, 0, \beta_0 I, (1 - \beta_0)I, 0, 0], \\
 K_3^T &= [A^T E^T, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; \\
 \{\Gamma_1^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m)N_1^T, (\tau_M - \tau_1)N_2^T], \\
 \{\Gamma_2^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m)N_1^T, (\tau_M - \tau_1)N_4^T], \\
 \{\Gamma_3^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m)N_3^T, (\tau_M - \tau_1)N_2^T], \\
 \{\Gamma_4^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m)N_3^T, (\tau_M - \tau_1)N_4^T]; \\
 \Gamma_1^4 &= \text{diag}\{-(\tau_1 - \tau_m)R_2, -(\tau_M - \tau_1)R_2\}, \\
 \Gamma_2^4 &= \text{diag}\{-(\tau_1 - \tau_m)R_2, -(\tau_M - \tau_1)R_3\}, \\
 \Gamma_3^4 &= \text{diag}\{-(\tau_1 - \tau_m)R_3, -(\tau_M - \tau_1)R_2\}, \\
 \Gamma_4^4 &= \text{diag}\{-(\tau_1 - \tau_m)R_3, -(\tau_M - \tau_1)R_3\}.
 \end{aligned}$$

证明 构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函为

$$\begin{aligned}
 V(x(t)) &= \\
 &x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau_m}^t x^T(s)Q_1x(s)ds + \\
 &\int_{t-\tau_1}^t x^T(s)Q_2x(s)ds + \\
 &\int_{t-\tau_M}^t x^T(s)Q_3x(s)ds + \\
 &\tau_m \cdot \int_{t-\tau_m}^t \int_s^t \dot{x}^T(v)R_1\dot{x}(v)dvds + \\
 &\int_{t-\tau_1}^{t-\tau_m} \int_s^t \dot{x}^T(v)R_2\dot{x}(v)dvds + \\
 &\int_{t-\tau_M}^{t-\tau_1} \int_s^t \dot{x}^T(v)R_3\dot{x}(v)dvds.
 \end{aligned} \tag{16}$$

系统的无穷小算子定义为

$$\Delta V(x(t)) = \lim_{\Delta \rightarrow 0^+} \frac{1}{\Delta} E\{(V(x(t+\Delta)) - V(x(t)))\}. \tag{17}$$

由式(16)和(17)可得

$$\begin{aligned}
 \Delta V(x(t)) &= \\
 &2x^T(t)P\dot{x}(t) - x^T(t - \tau_1)Q_2x(t - \tau_1) + \\
 &x^T(t)(Q_1 + Q_2 + Q_3)x(t) + \\
 &2\xi^T(t)S[\varphi(t) + B_2w(t) - \dot{x}(t)] + \\
 &\dot{x}^T(t)\Lambda\dot{x}^T(t) - x^T(t - \tau_m)Q_1x(t - \tau_m) - \\
 &x^T(t - \tau_M)Q_3x(t - \tau_M) - \\
 &\tau_m \int_{t-\tau_m}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds - \\
 &\int_{t-\tau_1}^{t-\tau_m} \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds - \int_{t-\tau_M}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R_3\dot{x}(s)ds.
 \end{aligned} \tag{18}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \xi^T(t) &= \\
 &[x^T(t) \quad x^T(t - \tau_m) \quad x^T(t - \tau_1) \quad x^T(t - \tau_M) \rightarrow \\
 &\leftarrow x^T(t - \tau_1(t)) \quad x^T(t - \tau_2(t)) \quad \dot{x}^T(t) \quad w^T(t)]; \\
 S^T &= [S_1^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad S_2^T \quad S_3^T \quad S_4^T \quad 0]; \\
 \Lambda &= \tau_m^2 R_1 + (\tau_1 - \tau_m)R_2 + (\tau_M - \tau_1)R_3; \\
 N_i^T &= [N_{i1}^T \quad N_{i2}^T \quad N_{i3}^T \quad N_{i4}^T \quad N_{i5}^T \quad N_{i6}^T \quad N_{i7}^T \quad 0], \\
 & \quad \quad \quad i = 1, 2, 3, 4.
 \end{aligned}$$

基于自由权矩阵技术和 $R_2 > 0, R_3 > 0$, 利用引理 2 和 Schur 补引理对式(18)进行处理, 可得

$$\begin{aligned}
 \Delta V(x(t)) + y^T(t)y(t) - \eta^2 w^T(t)w(t) &\leq \\
 \xi^T(t)(\Gamma^1 + \Gamma^2 + (\tau_1(t) - \tau_m)N_1R_2^{-1}N_1^T + \\
 (\tau_1 - \tau_1(t))N_2R_2^{-1}N_2^T + (\tau_2(t) - \tau_1)N_3R_3^{-1}N_3^T + \\
 (\tau_M - \tau_2(t))N_4R_3^{-1}N_4^T)\xi(t).
 \end{aligned} \tag{19}$$

由矩阵函数的凸性(引理 1)和 Schur 补引理可知, $\Delta V(x(t)) + y^T(t)y(t) - \eta^2 w^T(t)w(t) < 0$ 等价于式(15). 式(15)成立时, 有

$$\Delta V(x(t)) + y^T(t)y(t) - \eta^2 w^T(t)w(t) < 0. \tag{20}$$

当 $w(t) \equiv 0$ 时, 显然有 $\Delta V(x(t)) < 0$, 即满足定义 1 的条件 1). 由 $\bigcup_{k=1}^{\infty} [ikh + \tau(ikh), i_{k+1}h + \tau(i_{k+1}h)] = [t_0, \infty)$ 和 $V(x(t))$ 是 t 的连续函数可得

$$\begin{aligned}
 V(x(\infty)) - V(x(t_0)) &\leq \\
 & - \int_{t_0}^{\infty} y^T(v)y(v)dv + \int_{t_0}^{\infty} \eta^2 w^T(v)w(v)dv.
 \end{aligned} \tag{21}$$

由 $V(x(\infty)) > 0$ 和零初始条件可知

$$\|y(t)\|_2 \leq \eta \|w(t)\|_2,$$

即满足定义 1 的条件 2). 因此, 系统(11)是具有 H_∞ 扰动衰减率 η 鲁棒渐近稳定的. \square

3.3 控制器设计

定理 2 给定矩阵 δ_1 和 δ_2 , 给定常数 $\tau_m, \tau_1, \tau_M, \beta_0, \gamma$ 和 $\lambda_i (i = 2, 3, 4)$, 如果存在对称矩阵 $\bar{P} > 0, \bar{Q}_i > 0 (i = 1, 2, 3), \bar{R}_i > 0 (i = 1, 2, 3)$ 和 $W > 0$, 标量 $\eta > 0, \varepsilon_i > 0 (i = 1, 2, 3, 4)$, 可逆矩阵 X , 矩阵 Y 和 $\bar{N}_{ij} (i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 7)$, 使得下列 LMIs 有解:

$$\begin{bmatrix} -W & Y^T \\ * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0; \tag{22}$$

$$W < 2X - I; \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix} \Pi^1 & \Pi_l^3 & \Pi^5 \\ * & \Pi_l^4 & 0 \\ * & * & \Pi^6 \end{bmatrix} < 0, \quad l = 1, 2, 3, 4. \tag{24}$$

则存在增益为 $K = YX^{-1}$ 状态反馈控制使得系统(11)是具有 H_∞ 范数界 η 鲁棒渐近稳定的.

式(24)中: “*”表示矩阵的对称项;

$$\Pi^1 = \begin{bmatrix} \Pi_{11}^1 & \Pi_{12}^1 & \Pi_{13}^1 & -\bar{N}_{41} & \Pi_{15}^1 & \Pi_{16}^1 & \Pi_{17}^1 & B_2 \\ * & \Pi_{22}^1 & \Pi_{23}^1 & \Pi_{24}^1 & \Pi_{25}^1 & \Pi_{26}^1 & \bar{N}_{17}^T & 0 \\ * & * & \Pi_{33}^1 & \Pi_{34}^1 & \Pi_{35}^1 & \Pi_{36}^1 & \Pi_{37}^1 & 0 \\ * & * & * & \Pi_{44}^1 & \Pi_{45}^1 & \Pi_{46}^1 & -\bar{N}_{47}^T & 0 \\ * & * & * & * & \Pi_{55}^1 & \Pi_{56}^1 & \Pi_{57}^1 & \lambda_2 B_2 \\ * & * & * & * & * & \Pi_{66}^1 & \Pi_{67}^1 & \lambda_3 B_2 \\ * & * & * & * & * & * & \Pi_{77}^1 & \lambda_4 B_2 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\eta^2 I \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \Pi_{11}^1 &= -\bar{R}_1 + AX + XA^T + \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2 + \bar{Q}_3, \\ \Pi_{12}^1 &= \bar{R}_1 + \bar{N}_{11}, \Pi_{13}^1 = -\bar{N}_{21} + \bar{N}_{31}, \\ \Pi_{15}^1 &= \beta_0 B_1 Y - \bar{N}_{11} + \bar{N}_{21} + \lambda_2 XA^T, \\ \Pi_{16}^1 &= (1 - \beta_0) B_1 Y - \bar{N}_{31} + \bar{N}_{41} + \lambda_3 XA^T, \\ \Pi_{17}^1 &= \lambda_4 XA^T - X + \bar{P}, \\ \Pi_{22}^1 &= -\bar{Q}_1 - \bar{R}_1 + \bar{N}_{12} + \bar{N}_{12}^T, \\ \Pi_{23}^1 &= -\bar{N}_{22} + \bar{N}_{32} + \bar{N}_{13}^T, \Pi_{24}^1 = -\bar{N}_{42} + \bar{N}_{14}^T, \\ \Pi_{25}^1 &= -\bar{N}_{12} + \bar{N}_{22} + \bar{N}_{15}^T, \Pi_{26}^1 = -\bar{N}_{32} + \bar{N}_{42} + \bar{N}_{16}^T, \\ \Pi_{33}^1 &= -\bar{Q}_2 - \bar{N}_{23} - \bar{N}_{23}^T + \bar{N}_{33} + \bar{N}_{33}^T, \\ \Pi_{34}^1 &= -\bar{N}_{43} - \bar{N}_{24}^T - \bar{N}_{34}^T, \\ \Pi_{35}^1 &= -\bar{N}_{13} + \bar{N}_{23} - \bar{N}_{25}^T + \bar{N}_{35}^T, \\ \Pi_{36}^1 &= -\bar{N}_{33} + \bar{N}_{43} - \bar{N}_{26}^T + \bar{N}_{36}^T, \\ \Pi_{37}^1 &= -\bar{N}_{27}^T + \bar{N}_{37}^T, \Pi_{44}^1 = -\bar{Q}_3 - \bar{N}_{44} - \bar{N}_{44}^T, \\ \Pi_{45}^1 &= -\bar{N}_{14} + \bar{N}_{24} - \bar{N}_{45}^T, \Pi_{46}^1 = -\bar{N}_{34} + \bar{N}_{44} - \bar{N}_{46}^T, \\ \Pi_{55}^1 &= -\bar{N}_{15} - \bar{N}_{15}^T + \bar{N}_{25} + \bar{N}_{25}^T + \\ &\quad \lambda_2 \beta_0 B_1 Y + \lambda_2 \beta_0 Y^T B_1^T, \\ \Pi_{56}^1 &= -\bar{N}_{35} - \bar{N}_{16}^T + \bar{N}_{45} + \bar{N}_{26}^T + \\ &\quad \lambda_2 (1 - \beta_0) B_1 Y + \lambda_3 \beta_0 Y^T B_1^T, \\ \Pi_{57}^1 &= -\bar{N}_{17} + \bar{N}_{27} - \lambda_2 X + \lambda_4 \beta_0 Y^T B_1^T, \\ \Pi_{66}^1 &= -\bar{N}_{36} - \bar{N}_{36}^T + \bar{N}_{46} + \bar{N}_{46}^T + \\ &\quad \lambda_3 (1 - \beta_0) B_1 Y + \lambda_3 (1 - \beta_0) Y^T B_1^T, \\ \Pi_{67}^1 &= -\bar{N}_{37}^T + \bar{N}_{47}^T - \lambda_3 X + \lambda_4 (1 - \beta_0) Y^T B_1^T, \\ \Pi_{77}^1 &= \tau_m^2 \bar{R}_1 + (\tau_1 - \tau_m) \bar{R}_2 + \\ &\quad (\tau_m - \tau_1) \bar{R}_3 - \lambda_4 X - \lambda_4 X; \\ \{\Pi_1^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m) \bar{N}_1^T, (\tau_m - \tau_1) \bar{N}_2^T], \\ \{\Pi_2^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m) \bar{N}_1^T, (\tau_m - \tau_1) \bar{N}_4^T], \\ \{\Pi_3^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m) \bar{N}_3^T, (\tau_m - \tau_1) \bar{N}_2^T], \\ \{\Pi_4^3\}^T &= [(\tau_1 - \tau_m) \bar{N}_3^T, -\tau_1 \bar{N}_4^T], \\ \bar{N}_i &= [\bar{N}_{i1}, \bar{N}_{i2}, \bar{N}_{i3}, \bar{N}_{i4}, \bar{N}_{i5}, \bar{N}_{i6}, \bar{N}_{i7}, 0], \\ &\quad i = 1, 2, 3, 4; \\ \Pi_1^4 &= \text{diag}\{(\tau_m - \tau_1) \bar{R}_2, (\tau_1 - \tau_m) \bar{R}_2\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_2^4 &= \text{diag}\{(\tau_m - \tau_1) \bar{R}_2, (\tau_1 - \tau_m) \bar{R}_3\}, \\ \Pi_3^4 &= \text{diag}\{(\tau_m - \tau_1) \bar{R}_3, (\tau_1 - \tau_m) \bar{R}_2\}, \\ \Pi_4^4 &= \text{diag}\{(\tau_m - \tau_1) \bar{R}_3, (\tau_1 - \tau_m) \bar{R}_3\}; \\ \{\Pi^5\}^T &= \\ &[\varepsilon_1 \delta_2 B_1 \kappa_1, \varepsilon_3 \delta_2 B_1 \kappa_1, -Y \kappa_2, \varepsilon_2 B_1 \kappa_1, \\ &\gamma \delta_1 X \kappa_2, \gamma \delta_1 X \kappa_2, \varepsilon_4 D^T \kappa_1, EAX \kappa_3, CX^T \kappa_3], \\ \kappa_1^T &= [-I, 0, 0, 0, -\lambda_2 I, -\lambda_3 I, -\lambda_4 I, 0], \\ \kappa_2^T &= [0, 0, 0, 0, 0, -\beta_0 I, (1 - \beta_0) I, 0], \\ \kappa_3^T &= [I, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; \\ \Pi^6 &= \text{diag}\{-\varepsilon_1 I, -\varepsilon_3 I, -\varepsilon_1 I, -\varepsilon_2 I, \\ &\quad -\gamma \varepsilon_2 I, -\gamma \varepsilon_3 I, -\varepsilon_4 I, -\varepsilon_4 I, -I\}. \end{aligned}$$

证明 定义 $K = YX^{-1}$, 由 Schur 补引理、式 (22) 和 (23), 可得

$$K^T K \leq \gamma I. \tag{25}$$

由 2.1 节中 Δ_1 和 Δ_2 的定义可知

$$\begin{cases} \Delta_1 \Delta_1^T = \Delta_1^T \Delta_1 \leq \delta_1^T \delta_1, \\ \Delta_2 \Delta_2^T = \Delta_2^T \Delta_2 \leq \delta_2^T \delta_2. \end{cases} \tag{26}$$

对式 (15) 的 Γ^2 利用引理 3 和 Schur 补引理处理, 并将式 (25) 和 (26) 代入处理结果, 可得

$$\begin{aligned} \Gamma^2 &\leq \\ &(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) L_1^T \delta_2^T \delta_2 L_1 + \varepsilon_1^{-1} K_1^T K_1 + \varepsilon_2 L_1^T L_1 + \\ &(\varepsilon_2^{-1} + \varepsilon_3^{-1}) \gamma w_1^T \delta_1^T \delta_1 w_1 + \varepsilon_4 L_3^T L_3 + \varepsilon_4^{-1} K_3^T K_3, \end{aligned} \tag{27}$$

其中 $\varepsilon_i > 0, i = 1, 2, 3, 4$.

将式 (27) 代入 (15), 并利用 Schur 补引理可得

$$\begin{bmatrix} \Gamma^1 & \Gamma_l^3 & \Gamma^5 \\ * & \Gamma_l^4 & 0 \\ * & * & \Gamma^6 \end{bmatrix} < 0, \quad l = 1, 2, 3, 4. \tag{28}$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma^5 &= [\varepsilon_1 L_1^T \delta_2^T \quad \varepsilon_3 L_1^T \delta_2^T \quad \varepsilon_2 L_1^T \quad K_1^T \rightarrow \\ &\quad \leftarrow \gamma w_1^T \delta_1^T \quad \gamma w_1^T \delta_1^T \quad \varepsilon_3 L_3^T \quad K_3^T], \\ \Gamma^6 &= \text{diag}\{-\varepsilon_1 I, -\varepsilon_3 I, -\varepsilon_2 I, -\varepsilon_1 I, \\ &\quad -\gamma \varepsilon_2 I, -\gamma \varepsilon_3 I, -\varepsilon_4 I, -\varepsilon_4 I\}. \end{aligned}$$

定义 $X = S_1^{-1}; S_i = \lambda_i S_1, i = 2, 3, 4; \bar{P} = X P X;$
 $\bar{R}_i = X R_i X, i = 1, 2, 3; \bar{Q}_i = X Q_i X, i = 1, 2, 3; \bar{N}_{ij} =$
 $X N_{ij} X, i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, \dots, 7.$

对式 (28) 左乘和右乘 $\text{diag}\{X, X, X, X, X, X, X, I, X, X, I, I, I, I, I, I, I\}$, 并利用 Schur 补引理可得式 (24). 如果式 (24) 成立, 则定义 1 的条件 1) 和条件 2) 都被满足 (推理过程与定理 1 相同). 因此, 系统 (11) 是具有 H_∞ 范数界 η 鲁棒渐近稳定的. \square

定义 1 和式 (24) 中的 η 都是未知量, 本文通过求

解以下优化问题得到 η 的最小值.

Min η ;

s.t. 式 (22) ~ (24), $\bar{P} > 0, \bar{Q}_i > 0, \bar{R}_i > 0, i = 1, 2, 3.$
(29)

4 仿真实验

4.1 实验条件

通过将已有实验平台^[10]中的有线网络设备更换为支持 IEEE 802.11b 的无线网络设备进行基于真实无线网络和模拟控制系统的半实物网络控制仿真实验,如图 2 所示. 其中网络控制计算机实现控制器功能,模拟对象计算机实现执行器、被控对象和传感器功能,非实时计算机 1 和非实时计算机 2 产生 ftp/web 等非控制数据,以增加网络负荷.

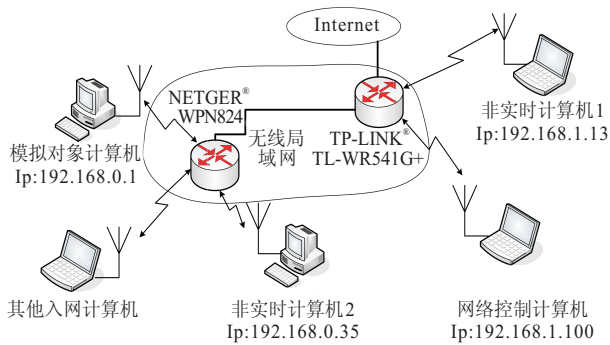


图 2 无线网络控制半实物仿真实验系统示意图

1) 被控对象参数. 令

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; B_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0.6 & 2 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \sin t \end{bmatrix};$$

$$E = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix}; w^T(t) = \begin{cases} [50 & 50], & t \in [4, 8]; \\ [0 & 0], & \text{others}; \end{cases}$$

$$x^T(t) = [5 \ 5], t \in [-\tau_M, 0].$$

选择实验时间为 10s, 传感器的采样周期为 10ms.

2) 网络参数. 在实验开始前, 进行控制回路的时延测试 (20 万次, 间隔 10ms), 统计得到最小、最大时延分别为 1.5ms 和 187.711ms, 且 83.9% 的时延小于 10ms. 参考以上数据, 选择 τ_m, τ_1 和 τ_M 分别为 1.5ms, 10ms 和 500ms, $\beta_0 = 0.8$.

3) 死区阈值的权值和控制器参数. 取 $\lambda_2 = 0.5, \lambda_3 = 1, \lambda_4 = 0.5, \gamma = 100, \delta_1 = \text{diag}\{0.02, 0.02\}, \delta_2 = \text{diag}\{0.02, 0.02\}$, 其他参数如上所述. 利用式 (29) 可得到 η 的最小值 $\eta^{\min} = 0.3601$. η^{\min} 作为已知量, 其他参数不变, 利用线性搜索方法求得传输死区 1 和传输死区 2 的死区阈值的最大权值以及对应控制器参数如下:

$$\begin{cases} \delta_1^{\max} = \{0.12, 0.105\}, \\ \delta_2^{\max} = \{0.13, 0.12\}; \end{cases}$$

$$K = \begin{bmatrix} -9.5614 & 1.8310 \\ -1.5230 & -8.4400 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

由 $\delta_{11}^{\max} = 0.12$ 和式 (2) 可知, 当

$$|x_1(i_k h) - \bar{x}_1(i_{k-1} h)| \leq 0.12 |x_1(i_k h)|$$

时, 传感器不发送 $x_1(i_k h)$ 给控制器. 同理, 当

$$|u_1(i_k h) - \bar{u}_1(i_{k-1} h)| \leq 0.13 |u_1(i_k h)|$$

时, 控制器不发送 $u_1(i_k h)$ 给执行器.

4.2 半实物仿真实验结果与分析

系统状态曲线和整个控制回路的数据丢包率曲线分别如图 3 和图 4 所示. 图 4 中的数据丢包率值是最近 100 个数据的丢包个数, 因此持续丢包时丢包率曲线是逐渐上升的.

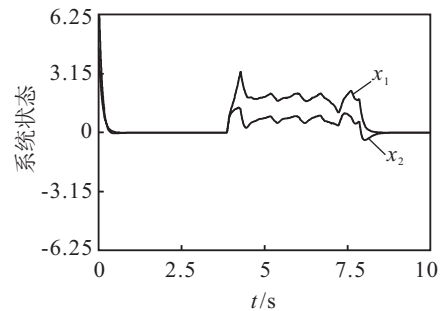


图 3 系统状态曲线

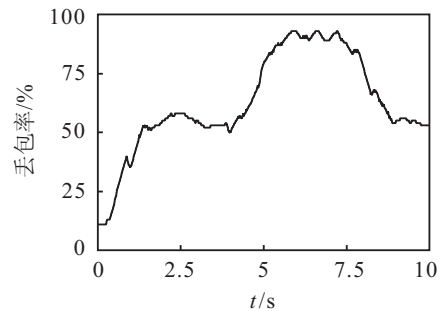


图 4 整个控制回路的数据丢包率曲线

由图 3 中系统状态 x_1 和 x_2 的曲线可以看出, 系统 (11) 在外界干扰下是稳定的.

由图 4 可知, 在系统快速收敛到零点的过程中, 控制回路持续丢包; 在系统进入稳态后, 系统状态采样信号和控制量很小, 整个控制回路的数据丢包率没有接近最大值 100%, 而是在 50% 左右波动, 这是由死区阈值随当前信号值变化而非固定值导致的. 其中整个控制回路的数据丢包率是系统状态采样信号经传输死区 1 和传输死区 2 以及整个网络的丢包率.

5 结 论

本文通过设置基于信号差值的传输死区来主动降低传感器和控制器的网络流量, 从而减少了网络冲突和节点能耗. 在所建立的死区调度下, WiNCS 模

型包含了时延区间概率分布信息, 比只考虑时延变化范围的模型更接近真实的 WiNCS. 基于 Lyapunov-Krasovskii 方法, 采用 Jessen 不等式、自由权技术和矩阵函数凸性等降低结果保守性的处理方法, 对系统进行了 H_∞ 性能分析和 H_∞ 控制器设计, 并通过基于真实无线网络和模拟被控对象的半实物仿真实验对所提出的方法进行了验证. 实验结果表明, 所提出的方法可以保证系统在外界干扰下渐近稳定, 明显地降低传感器和控制器的网络流量.

参考文献(References)

- [1] 王艳, 张东彪, 纪志成. 无线网络控制系统建模与鲁棒控制分析[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(9): 2189-2194.
(Wang Y, Zhang D B, Ji Z C. Modeling and robust control of wireless networked control system[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(9): 2189-2194.)
- [2] 戴建国, 崔宝同. 状态量化的非线性网络控制系统的 H_∞ 控制[J]. 控制与决策, 2011, 26(1): 65-70.
(Dai J G, Cui B T. H_∞ control of nonlinear networked control systems with state quantization[J]. Control and Decision, 2011, 26(1): 65-70.)
- [3] Chen Peng, Tai Cheng Yang. Communication-delay-distribution-dependent networked control for a class of T-S fuzzy systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(2): 326-335.
- [4] Dong Yue, Engang Tian, Yijun Zhang, et al. Delay-distribution-dependent stability and stabilization of T-S fuzzy systems with probabilistic interval delay[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2009, 39(2): 503-516.
- [5] Otanez Paul G, Moyne James R, Tilbury Dawn M. Using deadbands to reduce communication in networked control systems[C]. 2002 American Control Conf. Piscataway: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc, 2002: 3015-3020.
- [6] 汤贤铭, 钱凯, 俞金寿. 网络控制系统动态死区反馈调度[J]. 华东理工大学学报: 自然科学版, 2007, 33(5): 716-721.
(Tang X M, Qian K, Yu J S. Dynamic deadband feedback scheduling in networked control systems[J]. J of East China University of Science and Technology: Natural Science Edition, 2007, 33(5): 716-721.)
- [7] 陈惠英, 王万良, 李祖欣. 基于误差阈值的网络控制系统通信调度[J]. 信息与控制, 2009, 38(5): 580-584(590).
(Chen H Y, Wang W L, Li Z X. Communication scheduling of networked control system based on error threshold[J]. Information and Control, 2009, 38(5): 580-584.)
- [8] Yun-Bo Zhao, Guo-Ping Liu. Packet-based deadband control for internet-based networked control systems[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2010, 18(5): 1057-1067.
- [9] 俞立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002: 87-88.
(Yu L. Robust control-the method of linear matrix inequalities[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 87-88.)
- [10] Gao Zheng Nan, Chen Qing Wei, Hu WeiLi. A new experimental platform for networked control systems based on CAN and switched-Ethernet[J]. Information Technology J, 2011, 10(1): 219-230.
- [11] Brits R, Engelbrecht A P, Van den Bergh F. A niching particle swarm optimizer[C]. Proc of the 4th Asia-Pacific Conf on Simulated Evolution and Learning. Singapore, 2002: 692-696.
- [12] 金欣磊, 马龙华, 吴铁军, 等. 基于随机过程的 PSO 收敛性分析[J]. 自动化学报, 2007, 33(12): 1263-1268
(Jin X L, Ma L H, Wu T J, et al. Convergence analysis of the particle swarm optimization based on stochastic processes[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(12): 1263-1268.)
- [13] 任子晖, 王坚. 加速收敛的粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 201-206.
(Ren Z H, Wang J. Accelerate convergence particle swarm optimization algorithm[J]. Control and Decision, 2011, 26(2): 201-206.)
- [14] 于嘉, 吴旭. 一种改进的矩形网格等值线追踪算法[J]. 河南师范大学学报: 自然科学版, 2008, 35(6): 24-26.
(Yu J, Wu X. Modified contour tracing algorithm of rectangular grid[J]. J of He'nan Normal University: Natural Science, 2008, 35(6): 24-26.)
- [15] Thomas M Kubiak, Donald W Benbow. The certified six sigma black belt handbook[M]. 2nd ed. Milwaukee WI: ASQ Quality Press, 2009: 183-411.

(上接第1292页)