

文章编号: 1001-0920(2012)12-1917-04

具有非线性扰动的网络控制系统的鲁棒稳定化

于水情^{1,2}, 李俊民¹

(1. 西安电子科技大学 理学院, 西安 710071; 2. 西安财经学院 统计学院, 西安 710100)

摘要: 针对一类具有随机时延和非线性扰动的网络控制系统, 利用变采样周期的方法, 将连续被控对象离散化, 使网络控制系统建模为部分转移概率未知的非线性 Markov 跳变系统. 通过随机 Lyapunov 方法, 给出保证整个闭环系统随机稳定的充分条件, 同时得到非线性扰动项的最大界. 仿真算例表明了所提出方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; 变采样周期; 非线性扰动; 部分转移概率未知; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Robust stabilization of networked control systems with nonlinear perturbation

YU Shui-qing^{1,2}, LI Jun-min¹

(1. School of Science, Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. School of Statistics, Xi'an University of Finance and Economics, Xi'an 710100, China. Correspondent: YU Shui-qing, E-mail: yu-shuiqing@126.com)

Abstract: For a class of networked control systems with random delay and nonlinear perturbation, by applying variable-period sampling method, the discretization of networked control systems is modeled as a nonlinear Markovian jump systems with partly unknown transition probabilities. By means of the stochastic Lyapunov method, a sufficient condition is presented, which guarantees the stochastic stability of the closed-loop system and at the same time maximizes the bound on the nonlinearity. A simulation example is presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: networked control systems; variable-period sampling; nonlinear perturbation; partly unknown transition probabilities; linear matrix inequality

1 引言

随着计算机和网络通讯技术的发展以及对控制和管理的要求不断提高, 网络控制系统(NCSs)的分析和综合问题越来越受到人们的关注, 并取得了一定的成果. 目前关于NCSs的研究主要集中在被控对象为线性系统的情况, 但非线性现象是本质的、普遍的, 研究基于非线性被控对象的NCSs具有更加重要的意义. 文献[1]研究了非线性NCSs的量化控制; [2]研究了具有随机丢包和时变时延的非线性连续NCSs的稳定性问题; [3]研究了具有长时延和控制器增益扰动的不确定非线性NCSs的非脆弱保性能控制问题.

上述关于非线性NCSs的研究大多是基于固定采样周期进行的, 然而在NCSs中, 计算机负载的变化、网络的影响及外部干扰等因素, 都会导致系统采样周期发生变化. 因此, 对时变采样周期NCSs的研究

已成为目前研究的一个热点问题. 文献[4]利用输入时延法, 将时变采样周期NCSs转化为具有时变时延的NCSs, 并应用Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式方法给出了保性能鲁棒容错控制器的设计方法. 文献[5]利用变采样周期的方法, 研究了一类具有随机时延的NCSs控制器设计方法; 但建模得到的马尔科夫链的转移概率是完全已知的, 而且没有考虑非线性扰动项.

本文针对一类具有随机时延和非线性扰动的NCSs, 利用变采样周期的方法, 将该系统建模为部分转移概率已知的非线性Markov跳变系统; 并在此基础上, 给出一种新的随机控制器的设计方法, 进一步得到了非线性扰动项的最大界.

2 问题描述

设被控对象是非线性系统, 系统方程描述如下:

收稿日期: 2011-06-13; 修回日期: 2011-12-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60974139); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(72103676).

作者简介: 于水情(1976—), 女, 讲师, 博士生, 从事网络控制系统的研究; 李俊民(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事自适应控制、智能控制等研究.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f(t, x(t)), \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^p$ 分别为状态、控制输入和量测输出; A, B, C 为适当维数的常阵; $f(t, x(t))$ 为不确定非线性项.

$0 < d_k \leq d$ 表示从传感器到控制器和从控制器到执行器的有界随机时延之和, 假设 d_k 在有限集 $\Lambda = \{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_M\}$ ($0 < \tau_r \leq d, r = 1, 2, \dots, M$) 中取值. 在实时通讯系统中, 当前的时延通常受以前时延的影响不能完全确定, 因此将时延 d_k 建模为具有部分未知转移概率的马尔科夫链, 它的转移概率矩阵为 $\Pi = [\lambda_{rs}], \lambda_{rs}$ 定义为

$$\lambda_{rs} = P_r(d_{k+1} = \tau_s | d_k = \tau_r), \quad (2)$$

其中 $\lambda_{rs} > 0, \sum_{s=1}^M \lambda_{rs} = 1, r, s \in \{1, 2, \dots, M\}$. 假设随机时延的转移概率矩阵中存在一些未知的元素, 例如, 具有 4 个模态的 d_k 的转移概率矩阵 Π 可能具有如下形式:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & ? & \lambda_{13} & ? \\ ? & ? & ? & \lambda_{24} \\ \lambda_{31} & ? & ? & \lambda_{34} \\ ? & ? & \lambda_{43} & \lambda_{44} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中“?”表示未知元素. 为了简化, 对于任意 $r \in \{1, 2, \dots, M\}$, 定义 $I_{\kappa}^r = \{s : \lambda_{rs} \text{ 是已知的}\}, I_{u\kappa}^r = \{s : \lambda_{rs} \text{ 是未知的}\}$. 如果 $I_{\kappa}^r \neq \emptyset$, 设 I_{κ}^r 中有 m 个元素, 则 $I_{\kappa}^r, I_{u\kappa}^r$ 可进一步表示为 $I_{\kappa}^r = \{\kappa_1^r, \dots, \kappa_m^r\}, I_{u\kappa}^r = \{\bar{\kappa}_1^r, \dots, \bar{\kappa}_{M-m}^r\}, \kappa_m^r \in Z^+$ 表示第 r 行中第 m 个已知元素的列下标, $\bar{\kappa}_{M-m}^r \in Z^+$ 表示第 r 行中第 $M - m$ 个未知元素的列下标.

在本文中, 采用变采样周期的方法^[6]将系统(1)离散化, 如果在采样时刻 k 的时延为 d_k , 则取在采样时刻 k 的变采样周期 T_k 为 d_k . 因此, 用变采样周期 T_k 对系统(1)进行采样, 可得离散化模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = A(T_k)x(k) + B(T_k)u(k) + \bar{f}(T_k, x(k)), \\ y(k) = Cx(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} A(T_k) &= e^{AT_k}, \quad B(T_k) = \int_0^{T_k} e^{As} B ds, \\ x(k) &= x(t_k), \quad y(k) = y(t_k), \\ t_k &= \sum_{l=1}^k d_l, \quad \bar{f}(T_k, x(k)) = \int_0^{T_k} e^{As} f(s, x(s)) ds. \end{aligned}$$

并且 $\bar{f}(T_k, x(k))$ 满足

$$\bar{f}^T(T_k, x(k))\bar{f}(T_k, x(k)) \leq \alpha^2 x^T(k)H^T H x(k). \quad (5)$$

$\alpha > 0$ 是与 $\bar{f}(T_k, x(k))$ 有关的有界参数, H 是已知的实常矩阵.

式(5)等价于

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ \bar{f}(T_k, x(k)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\alpha^2 H^T H & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \bar{f}(T_k, x(k)) \end{bmatrix} \leq 0. \quad (6)$$

本文的目的是设计一个状态反馈控制器

$$u(k) = K(T_k)x(k), \quad (7)$$

使得闭环系统

$$\begin{aligned} x(k+1) &= [A(T_k) + B(T_k)K(T_k)]x(k) + \\ &\quad \bar{f}(T_k, x(k)) \end{aligned} \quad (8)$$

是随机稳定的, 并且找到最大的非线性界 α .

3 主要结果

定义 1 如果对于任意初始状态 $x_0 \in R^n$ 和 $d_0 \in \Lambda$, 不等式 $E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} \|x(k)\|^2 \mid x_0, d_0\right\} \leq \infty$ 成立, 则闭环系统(8)是随机稳定的.

定义 2 如果闭环系统(8)对于任意满足式(5)的 $\bar{f}(T_k, x(k))$ 是随机稳定的, 则称系统(4)在状态反馈控制器(7)作用下是鲁棒 α 度随机稳定的.

引理 1^[7] 设 $\Omega_0(x)$ 和 $\Omega_1(x)$ 是 R^n 上任意两个二次型函数, 如果存在标量 $\Gamma \geq 0$, 使得对于任意的 $x \in R^n - \{0\}$ 有 $\Omega_0(x) - \Gamma\Omega_1(x) < 0$ 成立, 则 $\Omega_0(x) < 0$ 对于所有满足 $\Omega_1(x) \leq 0$ 的 $x \in R^n - \{0\}$ 都成立.

引理 2^[8] 对于给定的标量 $\lambda_i \geq 0$ 和矩阵 $P_i \geq 0$, 可得 $\sum_{i=1}^N \lambda_i P_i \leq \sum_{i=1}^N \lambda_i \sum_{i=1}^N P_i$.

定理 1 对于闭环系统(8), 如果存在矩阵 $X(\tau_r) > 0, Y(\tau_r)$ 和标量 $\beta > 0$, 使得下列线性矩阵不等式对于所有的 $\tau_r \in \Lambda$ 都成立:

$$\begin{bmatrix} -X(\tau_r) & 0 & \Phi_1 & \bar{\Phi}_1 & X(\tau_r)H^T \\ * & -I & \Phi_2 & \bar{\Phi}_2 & 0 \\ * & * & \Phi_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\Phi}_3 & 0 \\ * & * & * & * & -\beta I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

则系统(4)在状态反馈控制器(7)作用下是鲁棒 α 度随机稳定的, 并且控制器增益 $K(\tau_r) = Y(\tau_r)X^{-1}(\tau_r)$. 其中

$$\begin{aligned} X(\tau_r) &= \bar{P}^{-1}(\tau_r), \quad Y(\tau_r) = K(\tau_r)X(\tau_r), \\ \Phi_1 &= [\sqrt{\lambda_{r\kappa_1^r}} \quad \sqrt{\lambda_{r\kappa_2^r}} \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_{r\kappa_m^r}}] \Phi_4^T(\tau_r), \\ \bar{\Phi}_1 &= [\sqrt{v_r} \quad \sqrt{v_r} \quad \dots \quad \sqrt{v_r}] \bar{\Phi}_4^T(\tau_r), \\ \Phi_2 &= [\sqrt{\lambda_{r\kappa_1^r}} I \quad \sqrt{\lambda_{r\kappa_2^r}} I \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_{r\kappa_m^r}} I], \\ \bar{\Phi}_2 &= [\sqrt{v_r} I \quad \sqrt{v_r} I \quad \dots \quad \sqrt{v_r} I], \\ \Phi_3 &= -\text{diag}\{X(\kappa_1^r) \quad X(\kappa_2^r) \quad \dots \quad X(\kappa_m^r)\}, \\ \bar{\Phi}_3 &= -\text{diag}\{X(\bar{\kappa}_1^r) \quad X(\bar{\kappa}_2^r) \quad \dots \quad X(\bar{\kappa}_m^r)\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_4(\tau_r) &= A(\tau_r)X(\tau_r) + B(\tau_r)Y(\tau_r), \\ v_r &= 1 - \sum_{s \in I_{r\kappa}^c} \lambda_{rs}, \quad \beta = \frac{1}{\alpha^2}. \end{aligned}$$

证明 构造如下的随机 Lyapunov 函数:

$$V(x(k), T_k) = x^T(k)P(T_k)x(k), \quad (10)$$

则

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(x(k), T_k)\} &= \\ E\{x^T(k+1)P(T_{k+1})x(k+1) | x(k), T_k = \tau_r\} &- \\ x^T(k)P(\tau_r)x(k) &= \\ \begin{bmatrix} x(k) \\ \bar{f}(\tau_r, x(k)) \end{bmatrix}^T L(\tau_r) \begin{bmatrix} x(k) \\ \bar{f}(\tau_r, x(k)) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} P(T_{k+1} | T_k = \tau_r) &= \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}P(\tau_s), \\ L(\tau_r) &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ * & \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}P(\tau_s) \end{bmatrix}, \\ \Phi_{11} &= \Phi_5^T(\tau_r) \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}P(\tau_s)\Phi_5(\tau_r) - P(\tau_r), \\ \Phi_{12} &= \Phi_5^T(\tau_r) \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}P(\tau_s), \\ \Phi_5(\tau_r) &= A(\tau_r) + B(\tau_r)K(\tau_r). \end{aligned}$$

如果 $L(\tau_r) < 0$, 则类似于文献 [9] 中的证明方法, 并利用定义 1, 可得闭环系统 (8) 是随机稳定的. 因此闭环系统 (8) 随机稳定的充分条件是 $E\{\Delta V(x(k), T_k)\} < 0$, 即

$$L(\tau_r) < 0. \quad (12)$$

利用引理 1, 如果存在标量 $\Gamma \geq 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} + \Gamma\alpha^2 H^T H & \Phi_{12} \\ * & \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}P(\tau_s) - \Gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

成立, 则满足限制条件 (6) 的式 (12) 成立.

取 $\Gamma > 0$, 式 (13) 可以表示成如下等价形式:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} + \alpha^2 H^T H & \bar{\Phi}_{12} \\ * & \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}P(\tau_s) - I \end{bmatrix} < 0. \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{11} &= \Phi_5^T(\tau_r) \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}\bar{P}(\tau_s)\Phi_5(\tau_r) - \bar{P}(\tau_r), \\ \bar{\Phi}_{12} &= \Phi_5^T(\tau_r) \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}\bar{P}(\tau_s), \\ \bar{P}(\tau_r) &= \frac{P(\tau_r)}{\Gamma}, \quad \bar{P}(\tau_s) = \frac{P(\tau_s)}{\Gamma}. \end{aligned}$$

在式 (9) 两边分别乘以 $\text{diag}\{\bar{P}(\tau_r), I, \dots, I\}$ 和它的转置, 得

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}(\tau_r) & 0 & \Phi_6 & \bar{\Phi}_6 & H^T \\ * & -I & \Phi_2 & \bar{\Phi}_2 & 0 \\ * & * & \Phi_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\Phi}_3 & 0 \\ * & * & * & * & -\beta I \end{bmatrix} < 0. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_6 &= [\sqrt{\lambda_{r\kappa_1^r}} \quad \sqrt{\lambda_{r\kappa_2^r}} \quad \dots \quad \sqrt{\lambda_{r\kappa_m^r}}] \Phi_5^T(\tau_r), \\ \bar{\Phi}_6 &= [\sqrt{v_r} \quad \sqrt{v_r} \quad \dots \quad \sqrt{v_r}] \Phi_5^T(\tau_r). \end{aligned}$$

由 Schur 补引理, 式 (15) 等价于

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}(\tau_r) + \alpha^2 H^T H & 0 & \Phi_6 & \bar{\Phi}_6 \\ * & -I & \Phi_2 & \bar{\Phi}_2 \\ * & * & \Phi_3 & 0 \\ * & * & * & \bar{\Phi}_3 \end{bmatrix} < 0. \quad (16)$$

由引理 2 得

$$\sum_{s=1}^M \lambda_{rs}\bar{P}(\tau_s) \leq \bar{P}(I_{r\kappa}^r) + v_r\bar{P}(I_{u\kappa}^r). \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{P}(I_{r\kappa}^r) &= \sum_{s \in I_{r\kappa}^r} \lambda_{rs}\bar{P}(\tau_s), \\ \bar{P}(I_{u\kappa}^r) &= \sum_{s \in I_{u\kappa}^r} \bar{P}(\tau_s), \quad v_r = 1 - \sum_{s \in I_{r\kappa}^r} \lambda_{rs}. \end{aligned}$$

结合式 (17) 并由 Schur 补引理得

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}(\tau_r) + \alpha^2 H^T H & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi_5^T(\tau_r) \\ I \end{bmatrix} \times \sum_{s=1}^M \lambda_{rs}\bar{P}(\tau_s) \begin{bmatrix} \Phi_5^T(\tau_r) \\ I \end{bmatrix}^T < 0. \quad (18)$$

根据 Schur 补引理得式 (18) 等价于式 (14). \square

为了建立式 (4) 和 (7) 在限制条件 (5) 下的最大鲁棒 α 度随机稳定性问题, 提出以下优化问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & \beta; \\ \text{s.t.} \quad & X(\tau_r) > 0, \beta > 0, \text{ 式 (9)}. \end{aligned} \quad (19)$$

由此得出如下结果.

定理 2 如果存在矩阵 $X(\tau_r) > 0, Y(\tau_r)$ 和标量 $\beta > 0$, 使得优化问题 (19) 对于所有的 $\tau_r \in \Lambda$ 都有可行解, 则称系统 (4) 在状态反馈控制器 (7) 作用下是鲁棒 α 度随机稳定的, 并且具有最大非线性界 $\alpha = 1/\sqrt{\beta}$ 和控制器增益 $K(\tau_r) = Y(\tau_r)X^{-1}(\tau_r)$.

4 仿真算例

考虑式 (1) 所描述的系统, 其参数为

$$A = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}.$$

假定从传感器到控制器的随机时延为 $d_k \in \{1, 2, 3, 4\}$, 取它的 4 种不同的转移概率矩阵分别为

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.1 & 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}, \Pi_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & ? & ? \\ 0.1 & ? & 0.5 & ? \\ ? & ? & ? & 0.1 \\ 0.4 & 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_3 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & ? & ? \\ 0.1 & ? & 0.5 & ? \\ ? & ? & ? & 0.1 \\ ? & 0.2 & ? & 0.1 \end{bmatrix}, \Pi_4 = \begin{bmatrix} ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \end{bmatrix}.$$

对系统进行离散化, 给定式(5)中的 $H = I$, 利用 LMI 工具箱, 求解式(19)得到以上 4 种不同的转移概率情况下 α 的值, 表 1 中列出了相应的比较结果.

表 1 4 种不同转移概率矩阵情况下 α 的值

转移概率 Π	Π_1	Π_2	Π_3	Π_4
非线性界 α	1.0365	0.8160	0.7769	0.4999

从表 1 中可以看出, 转移概率矩阵中元素的信息知道得越多, 得到的非线性界 α 的值越大. 因此在实践中, 通过本文的方法很容易得到一个在转移概率矩阵和非线性界之间的折中方案.

假设

$$\bar{f}(T_k, x) = \begin{bmatrix} 0.4x_1(k) \sin x_1(k) \\ 0.6x_2(k) \cos x_2(k) \end{bmatrix}, x_0 = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

针对具有转移概率矩阵 Π_2 的系统(1), 利用 LMI 工具箱, 求得控制器增益矩阵为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 11.6114 & -30.5446 \\ -23.2117 & 50.5544 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 6.6476 & -15.4152 \\ -13.2951 & 25.3138 \end{bmatrix},$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 5.0594 & -10.3853 \\ -10.1174 & 16.9097 \end{bmatrix},$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} 4.2929 & -7.8401 \\ -8.5857 & 12.6469 \end{bmatrix}.$$

利用该控制器, 可得系统在可能的模态跳变的时间序列 $T_1(k)$ 下的状态响应曲线图(如图 1), 说明在本文所设计的状态反馈控制器的作用下, 即使存在部分未知转移概率的情况下, 系统仍然是随机稳定的.

本文的结果与文献 [5] 中的结果相比更具有一般性, 本文仿真中所运用的转移概率矩阵包括转移概

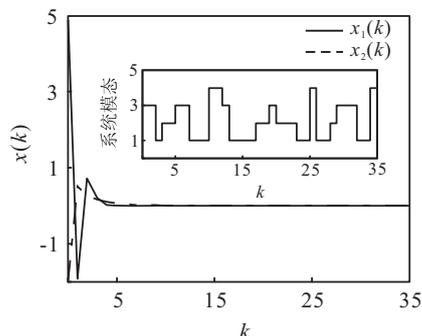


图 1 在 $T_1(k)$ 下的状态响应曲线

率矩阵完全已知、部分未知、完全未知 3 种情况, 并且给出了在这 3 种情况下非线性扰动项的最大界; 而文献 [5] 中只考虑了转移概率完全已知这种情况, 并且没有考虑非线性扰动项.

5 结 论

本文将一类具有随机时延和非线性扰动的网络控制系统的鲁棒随机稳定化问题转化为一个包括线性矩阵不等式的凸优化问题, 给出了保证整个闭环系统随机稳定的充分条件, 并且得出了转移概率与非线性扰动项的最大界之间的关系, 即转移概率矩阵中元素的信息知道得越多, 得到的非线性界 α 的值越大. 因此, 在实践中, 通过本文的方法很容易得到一个在转移概率矩阵和非线性界之间的折中方案.

参考文献(References)

- [1] Chu H Y, Fei S M, Yue D, et al. H_∞ quantized control for nonlinear networked control systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2011, 174(1): 99-113.
- [2] Zhang Y, Fang H J. Stabilization of nonlinear networked systems with sensor random packet dropout and time-varying delay[J]. Applied Mathematical Modeling, 2011, 35(5): 2253-2264.
- [3] Zhang Y, Tang G Y, Hu N P. Non-fragile control for nonlinear networked control systems with long time-delay[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2009, 57(10): 1630-1637.
- [4] Li X, Wu X B. Guaranteed cost fault-tolerant controller design of networked control systems under variable-period sampling[J]. Information Technology J, 2009, 8(4): 537-543.
- [5] Guo X L. Controller design based on variable-period sampling approach for networked control systems with random delays[C]. IEEE Int Conf on Networking, Sensing and Control. Okayama, 2009: 26-29.
- [6] Yi J Q, Wang Q, Zhao D B, et al. BP neural network prediction-based variable-period sampling approach for networked control systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 185(2): 976-988.
- [7] Yakubovich V A. The S-procedure in nonlinear control theory[J]. Vestnik Leningrad University Mathematics, 1977, 4: 73-74.
- [8] Wang G L, Zhang Q L, Sreeram Victor. Partially mode-dependent H_∞ filtering for discrete-time Markovian jump systems with partly unknown transition probabilities[J]. Signal Processing, 2010, 90(2): 548-556.
- [9] Boukas E K, Liu Z K. Robust control of discrete-time markovian jump linear systems with mode-dependent time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(12): 1918-1924.