

文章编号: 1001-0920(2012)10-0000-00

# 一种改进的自适应滑模控制及其在航天器姿态控制中的应用

丛炳龙<sup>a,b</sup>, 刘向东<sup>a,b</sup>, 陈 振<sup>a,b</sup>

(北京理工大学 a. 自动化学院, b. 复杂系统智能控制与决策重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 针对刚体航天器的鲁棒姿态控制问题, 提出一种改进的自适应滑模控制(ASMC)算法. 该算法除了不需要事先知道扰动及系统参数不确定性的上界外, 还有效地解决了现有 ASMC 设计中切换增益的过度适应问题. 该算法具有以下优点: 1) 自适应的切换增益更接近扰动及参数不确定性上界, 能够产生低抖振的控制信号; 2) 控制力矩更为平滑, 适于工程应用. 仿真结果验证了所提出算法的有效性.

**关键词:** 自适应滑模; 姿态控制; 非线性; 低抖振

**中图分类号:** V448.22

**文献标志码:** A

## An improved adaptive sliding mode control for spacecraft attitude control

CONG Bing-long<sup>a,b</sup>, LIU Xiang-dong<sup>a,b</sup>, CHEN Zhen<sup>a,b</sup>

(a. School of Automation, b. Key laboratory for Intelligent Control & Decision of Complex Systems, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081. Correspondent: CONG Bing-long, E-mail: bitcbl@126.com)

**Abstract:** An improved adaptive sliding mode control (ASMC) strategy is presented to address the robust attitude control problem of uncertain rigid spacecraft. The proposed ASMC algorithm provides an effective solution for the over-adaptation problem in current ASMC design and removes the requirement of a prior knowledge of the upper bound of the model uncertainty as well. The advantages of the proposed method are twofold. Firstly, the resulting switching gain is much smaller and a lower-chattering control signal is generated. Second, the corresponding control torque is smoother, which is more suitable for engineering applications. Simulation results show the effectiveness of the proposed strategy.

**Key words:** adaptive sliding mode control; attitude control; nonlinear; lower-chattering

## 1 引言

作为变结构系统的分支, 滑模控制(SMC)在过去的几十年里, 在不同的控制系统中得到了深入的研究. SMC能提供很多优点, 如: 对参数摄动不敏感, 干扰抑制能力强, 以及动态响应快等<sup>[1]</sup>, 这使得它成为航天器姿态控制系统中常用的一种方法<sup>[2-5]</sup>. 文献[2]首次基于SMC技术研究了航天器姿态稳定问题, 并通过解决一个最优控制问题来整定滑模面参数; 利用一个事先设定的期望四元数误差响应, [3]提出了一种光滑模型参考SMC算法; 为了减少稳态误差, [4]在滑模函数的定义中增加了一个积分项, 并用修正罗德里格斯参数(MRPs)代替四元数来表征航天器姿态以减少姿态参数的冗余性; 但考虑到姿态运动学中的强非线性, [2-4]使用线性滑模函数的合理性有待商榷. 此后, 文献[5]根据姿态运动学的特点, 设计了一种非线性滑模函数.

众所周知, 传统SMC算法由两部分组成: 基于已知模型(标称模型)的连续控制部分和处理参数不确定性及外部扰动的非连续控制部分. SMC的强鲁棒性主要依赖于非连续控制部分, 它通过高频切换控制刻意地改变系统结构, 从而将系统状态限制在滑模面上. 为了确定非连续控制部分的切换增益, 需要事先知道参数不确定性和外部扰动的上界. 但在多数情况下, 这些上界无法获得. 于是, 在SMC算法设计中通常采用保守方法, 即选择足够大的切换增益以保证系统稳定性, 如文献[2-5]中的情况. 但过大的非连续控制会加剧SMC的抖振问题, 并可能激发未建模的系统动态而导致系统不稳定. 目前, 有两种方法可去除SMC算法对于扰动及不确定性上界的先验要求. 第1种方法是采用扰动观测器技术<sup>[6-7]</sup>. 但基于扰动观测器的SMC算法一般都假设模型不确定性和干扰是由一个线性的外源系统产生<sup>[8]</sup>. 由于不确定性以

收稿日期: 2011-07-06; 修回日期: 2012-03-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(10872030); 北京理工大学科技创新计划项目(CX0428).

作者简介: 丛炳龙(1984—), 男, 博士生, 从事非线性控制及航天器姿态控制等研究; 刘向东(1971—), 男, 教授, 博士生导师, 从事伺服系统设计及非线性控制等研究.

及干扰的复杂性和未知性,导致这一假设在实际中通常难以满足.第2种方法是将SMC和自适应机制结合,即自适应滑模控制(ASMC)技术.ASMC通过自适应律来实时更新切换增益,设计过程中不需要知道模型不确定性和干扰的上界.目前,ASMC技术已在很多实际系统中得到应用,如:感应伺服电机<sup>[9-10]</sup>、机械臂<sup>[11]</sup>、内燃机<sup>[12]</sup>等.特别地,文献[13]针对一类不确定非线性系统的跟踪控制问题给出了一般意义上的ASMC设计方法.为了清楚起见,本文将文献[9-13]中所提出的ASMC算法称为ASMC-I算法,将本文提出的ASMC算法称为ASMC-II算法.

上述ASMC-I算法的一个重要缺陷是没有考虑SMC到达段对于自适应过程的影响.当系统初始误差较大或系统初始相轨迹远离滑模面时,ASMC-I算法所产生的切换增益在初始时刻会迅速增加.但切换增益的这一增加过程并不是由于模型不确定性和扰动所引起的,而主要是由大的系统初始误差所造成的.因此,ASMC-I算法产生的切换增益将远远大于控制所需值,即存在着对切换增益的过度适应问题,继而会带来类似保守SMC设计中所出现的高控制输入和严重抖振问题.

为了解决现有ASMC-I算法的这一不足,本文以不确定刚体航天器的姿态机动控制为研究背景,提出了一种改进的ASMC算法.所设计的ASMC-II算法通过在传统的滑模面设计中增加一个衰减函数,减少或消除了SMC到达段对自适应过程的影响.在数值仿真中,通过一个大角度姿态机动控制实例来验证所提出算法的有效性.理论分析和仿真结果均表明,相比于ASMC-I算法,ASMC-II算法能产生更接近于实际控制所需的切换增益,产生低抖振的控制信号.

## 2 数学模型及问题描述

### 2.1 数学模型

首先,介绍本文所使用的3个坐标系定义及相关假设. $\mathcal{F}_B$ 表示航天器的本体坐标系, $\mathcal{F}_I$ 表示惯性参考系, $\mathcal{F}_D$ 表示期望参考坐标系.在没有特殊说明时,文中所有向量参数均表示在对应的坐标系中.假设航天器姿态参数及角速度均可测量,并忽略执行器动态.

本文的研究对象是采用推力器作为执行机构的刚体航天器,其姿态动力学描述为<sup>[14]</sup>

$$J\dot{\omega}_b + S(\omega_b)J\omega_b = T_b + T_d. \quad (1)$$

其中: $J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为航天器惯量阵; $\omega_b \in \mathbf{R}^3$ 为 $\mathcal{F}_B$ 相对于 $\mathcal{F}_I$ 的角速度向量; $S(\cdot)$ 为向量的反对称算子,用以描述两个向量之间的叉乘,即

$$S(\alpha)\beta = \alpha \times \beta, \quad \alpha, \beta \in \mathbf{R}^3;$$

$T_b \in \mathbf{R}^3$ 为由推力器所提供的控制力矩向量; $T_d \in \mathbf{R}^3$ 为包含重力梯度力矩,太阳光压力矩及气动力矩

在内的扰动力矩向量.进一步令 $J = \hat{J} + \Delta J$ .其中: $\Delta J$ 为由于航天器质量特性变化所引起的不确定性, $\hat{J} = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ 为标称惯量阵.这样,式(1)可表示为

$$\hat{J}\dot{\omega}_b + S(\omega_b)\hat{J}\omega_b = T_b + d, \quad (2)$$

其中

$$d = T_d - \Delta J\dot{\omega}_b - S(\omega_b)\Delta J\omega_b$$

为惯量阵不确定性和扰动引起的聚合扰动.显然,该聚合扰动满足匹配条件.不失一般性,假设 $\|d\|_\infty < d_{\max}$ .其中: $\|\cdot\|_\infty$ 为向量的无穷范数, $d_{\max}$ 为未知的聚合扰动上界.

航天器姿态以MRPs表示,相应的姿态运动学方程为

$$\dot{\sigma}_b = M(\sigma_b)\omega_b, \quad (3)$$

其中: $\sigma_b \in \mathbf{R}^3$ 为 $\mathcal{F}_B$ 相对 $\mathcal{F}_I$ 的惯性姿态,Jacobian矩阵为

$$M(\sigma_b) = [(1 - \|\sigma_b\|^2)I_3 + 2S(\sigma_b) + 2\sigma_b\sigma_b^T]/4.$$

这里: $\|\cdot\|$ 为向量的Euclid范数, $I_3$ 为 $3 \times 3$ 单位阵.此外, $M^T(\sigma_b)M(\sigma_b) = m(\sigma_b)I_3$ , $m(\sigma_b) = (1 + \|\sigma_b\|^2)^2/16$ .以MRPs表示的从 $\mathcal{F}_I$ 到 $\mathcal{F}_B$ 的姿态转移矩阵为

$$R(\sigma_b) = I_3 + \frac{8S(\sigma_b)S(\sigma_b) - 4(1 - \|\sigma_b\|^2)S(\sigma_b)}{(1 + \|\sigma_b\|^2)^2}. \quad (4)$$

考虑典型的Rest-to-Rest姿态机动问题,即航天器从某静止姿态重新定向到除原姿态外的任一期望姿态.设 $\mathcal{F}_D$ 的姿态变量表示为 $\sigma_d \in \mathbf{R}^3$ 和 $\omega_d \in \mathbf{R}^3$ ,则误差姿态变量 $\sigma_e \in \mathbf{R}^3$ 和 $\omega_e \in \mathbf{R}^3$ 的定义如下:

$$\sigma_e = \sigma_b \oplus \sigma_d^*, \quad (5)$$

$$\omega_e = \omega_b - R(\sigma_e)\omega_d, \quad (6)$$

其中 $\oplus$ 为MRPs乘法算子,用以描述相继旋转运动.对于两个MRPs,如: $\sigma_1 \in \mathbf{R}^3$ 和 $\sigma_2 \in \mathbf{R}^3$ ,其定义为

$$\sigma_1 \otimes \sigma_2 = \frac{(1 - \|\sigma_2\|^2)\sigma_1 + (1 - \|\sigma_1\|^2)\sigma_2 - 2S(\sigma_1)\sigma_2}{1 + \|\sigma_2\|^2\|\sigma_1\|^2 - 2\sigma_2^T\sigma_1}, \quad (7)$$

这里 $\sigma_d^*$ 为 $\sigma_d$ 的逆元且满足 $\sigma_d^* = -\sigma_d$ . $R(\sigma_e)$ 为从 $\mathcal{F}_D$ 到 $\mathcal{F}_B$ 的姿态转移矩阵.由于 $\omega_d = 0$ ,有 $\omega_e = \omega_b$ .因此,误差姿态动力学的表达式同式(2).至于误差姿态运动学方程,需要引入下述引理:

**引理 1** 如果姿态变量 $(\sigma_b, \omega_b)$ 和 $(\sigma_d, \omega_d)$ 分别满足运动学方程(3),则误差姿态变量 $(\sigma_e, \omega_e)$ 同样满足运动学方程(3)<sup>[16]</sup>.

综上所述,姿态控制系统方程可表述为

$$\begin{cases} \hat{J}\dot{\omega}_b = T_b - S(\omega_b)\hat{J}\omega_b + d, \\ \dot{\sigma}_e = M(\sigma_e)\omega_b. \end{cases} \quad (8)$$

## 2.2 问题描述

本文的控制目标可总结如下: 针对姿态控制系统 (8), 在聚合扰动上界  $d_{\max}$  未知的情况下, 设计一种 ASMC 算法, 使得姿态变量  $(\sigma_b, \omega_b)$  能从  $(\sigma_b(0), 0)$  机动到  $(\sigma_d, 0)$ . 此外, ASMC 算法产生的自适应切换增益在满足稳定性的前提下, 需尽可能的小.

## 3 ASMC 算法设计

### 3.1 ASMC-I 算法设计

本节将简要地介绍 ASMC-I 算法的设计过程, 并着重分析其存在的切换增益过度适应问题. 为此, 首先定义如下滑模函数:

$$S = \omega_b + \lambda \frac{M^T(\sigma_e)}{m(\sigma_e)} \sigma_e, \quad S \in \mathbf{R}^3, \quad (9)$$

其中  $\lambda > 0$  为滑模函数增益. 为了清晰起见, 在下文推导过程中令  $M$  和  $m$  分别表示  $M(\sigma_e)$  和  $m(\sigma_e)$ .

当系统状态在滑模面上运动时, 对式 (9) 左右两边分别左乘矩阵  $M$ , 并结合误差姿态运动学有

$$MS = \dot{\sigma}_e + \lambda \sigma_e = 0. \quad (10)$$

根据变结构控制理论, 式 (10) 描述的滑模运动等同于式 (9) 所确定的滑模运动. 因此, 通过选择合适的 SMC 算法满足滑模的到达条件, 可以得到误差 MRPs 指数收敛的结论, 即  $\sigma_e(t) = e^{-\lambda t} \sigma_e(t_r)$ , 其中  $t_r$  为到达滑模面的时间.

根据文献 [5], 相应的 SMC 算法可设计为

$$T_b = S(\omega_b) \hat{J} \omega_b - \lambda \hat{J} \frac{(4M - 2\sigma_e \sigma_e^T) \omega_b}{1 + \|\sigma_e\|^2} - \gamma \text{sgn}(S). \quad (11)$$

其中:  $\gamma > d_{\max}$  为切换增益,  $\text{sgn}(\cdot)$  为向量符号函数. 此时, 系统相轨迹曲线如图 1 所示.

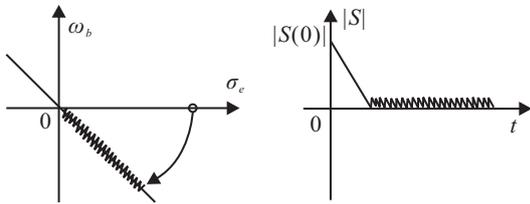


图 1 使用式 (11) 算法的系统相轨迹

由式 (11) 可以看出, 传统 SMC 算法中的切换增益  $\gamma$  依赖于未知参数  $d_{\max}$ . 为了去除该限制, 基于文献 [13], 设计如下 ASMC-I 算法:

$$\begin{cases} T_b = S(\omega_b) \hat{J} \omega_b - \lambda \hat{J} \frac{(4M - 2\sigma_e \sigma_e^T) \omega_b}{1 + \|\sigma_e\|^2} - \hat{d} \text{sgn}(S), \\ \hat{d} = c \int_0^t \|\dot{S}\|_1 d\tau. \end{cases}$$

其中:  $\hat{d}$  为  $d_{\max}$  的估计值,  $c > 0$  为自适应增益,  $\|\cdot\|_1$  为向量的 1 范数.

由此可见, 通过自适应更新切换增益  $\hat{d}$ , 上述 ASMC-I 算法不需要事先知道聚合扰动的上界. 并且从上述推导可以看出, ASMC 算法的基本思想是利用

系统状态偏离滑模面的程度 (以滑模函数的 1 范数为衡量指标) 来估计聚合扰动的上界. 而从 ASMC-I 算法中的切换增益自适应律可以看出, 积分动作是从初始时刻开始的. 因此, 任何因素引起的滑模面偏离都会导致切换增益的增加. 换句话说, 切换增益的自适应过程除了受到聚合扰动的影响外, 还取决于系统初始误差的大小. 一般而言, 系统的初始相轨迹都远离滑模面, 如图 1 所示. 因此,  $\hat{d}$  在初始时刻会因为大的  $\|S(0)\|_1$  而迅速增加, 继而导致 ASMC-I 算法对聚合扰动上界过度适应, 即:  $\hat{d} \gg d_{\max}$ .

### 3.2 ASMC-II 算法设计

基于上述分析可以发现, 造成 ASMC-I 算法对切换增益过度适应的主要原因在于, ASMC-I 算法是在传统 SMC 的框架内设计但却没有考虑 SMC 到达段对自适应过程的影响. 使用 SMC 算法的系统相轨迹分为两个阶段: 到达段和滑模段. 在到达段, 系统初始误差和聚合扰动 (主要是系统初始误差) 使得系统状态偏离滑模面; 而在滑模段, 聚合扰动是造成系统状态偏离滑模面的主要原因. 因此, 如果切换增益的自适应过程主要发生在滑模段, 所产生的自适应结果将更贴近于实际的聚合扰动上界. 为此, 本文将滑模函数 (9) 修改为

$$S(t) = \omega_b - f(t)\xi + \lambda \frac{M^T}{m} [\sigma_e - f(t)\rho]. \quad (12)$$

其中:  $f(t)$  为足够光滑的严格单调递减函数, 且  $f(t)$  的初始值不大于 1, 终值为 0;  $\xi, \rho \in \mathbf{R}^3$  为和系统初始状态有关的参数, 并满足

$$\begin{cases} \rho = \sigma_e(0), \\ \xi = \omega_b(0) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

从上述滑模函数的定义可以看出, 通过增加一个衰减函数  $f(t)$ , 滑模函数的初值能够从原值 (传统滑模函数的初值) 降到一个很小的值甚至为 0. 相应地, 系统状态处于滑模段的比例也增加了. 所以, 如果将此类滑模函数应用于 ASMC 算法的设计中, 则系统初始误差对于自适应过程的影响将会大大减少, 所得的切换增益也会更接近实际情况.

类似式 (10), 若  $S(t) = 0$  成立, 则式 (12) 对应的滑模动态方程为

$$\dot{\sigma}_e + \lambda \sigma_e = \lambda f(t) \rho. \quad (14)$$

求解上述 1 阶  $\sigma_e$  量方程有

$$\sigma_e(t) = e^{-\lambda t} \left[ 1 + \int f(t) e^{\lambda t} dt \right] \sigma_e(0). \quad (15)$$

由此可见, 滑模函数 (12) 的稳定性可通过选择适当的衰减函数  $f(t)$  加以保证. 不失一般性, 令  $f(t) = e^{-\lambda t}$ , 则式 (12) 变为

$$S(t) = \omega_b + \lambda \frac{M^T}{m} (\sigma_e - e^{-\lambda t} \rho). \quad (16)$$

此时, 误差 MRPs 的解析表达式为

$$\sigma_e(t) = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t)\sigma_e(0), \quad (17)$$

显然误差 MRPs 以指数形式收敛到零.

进一步地, 为了得到满足到达条件的 SMC 算法, 考虑下述 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}S^T(t)\hat{J}S(t). \quad (18)$$

将上式对时间求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T(t)\hat{J}\dot{S}(t) = \\ &S^T(t)\left[\hat{J}\dot{\omega}_b + \lambda\hat{J}\frac{d}{dt}\left(\frac{M^T}{m}\sigma_e\right)\right] + \\ &S^T(t)\left[\lambda^2e^{-\lambda t}\hat{J}\frac{M^T\rho}{m} - \lambda e^{-\lambda t}\hat{J}\frac{d}{dt}\left(\frac{M^T\rho}{m}\right)\right], \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{M^T}{m}\sigma_e\right) = \frac{(4M - 2\sigma_e\sigma_e^T)\omega_b}{1 + \|\sigma_e\|^2}, \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{M^T\rho}{m}\right) = 8\frac{\sigma_e^T\rho I_3 - S(\rho - \mu + \epsilon)}{(1 + \|\sigma_e\|^2)^2} - \\ \frac{4M^T\rho\sigma_e^T}{(1 + \|\sigma_e\|^2)m}. \end{cases} \quad (20)$$

这里: 定义

$$\mu = [\sigma_{ez}\rho_y \quad \sigma_{ex}\rho_z \quad \sigma_{ey}\rho_x]^T,$$

$$\epsilon = [\sigma_{ey}\rho_z \quad \sigma_{ez}\rho_x \quad \sigma_{ex}\rho_y]^T,$$

下标  $i = x, y, z$  分别表示向量的三轴分量.

将姿态动力学方程带入式 (19), 可得相应的控制算法为

$$\begin{aligned} T_b &= \lambda e^{-\lambda t}\hat{J}\frac{d}{dt}\left(\frac{M^T\rho}{m}\right) - \lambda\hat{J}\frac{d}{dt}\left(\frac{M^T}{m}\sigma_e\right) + \\ &S(\omega_b)\hat{J}\omega_b - \lambda^2e^{-\lambda t}\hat{J}\frac{M^T\rho}{m} - \gamma\text{sgn}(S(t)). \end{aligned} \quad (21)$$

**引理 2** 对于姿态控制系统 (8), 当采用滑模函数 (16) 及姿态控制律 (21) 时, 若  $\gamma > d_{\max}$ , 则系统状态将始终处于滑模面上, 即对于  $t \in [0, \infty)$ , 有  $S(t) \equiv 0$  成立.

**证明** 将式 (21) 代入 Lyapunov 函数导数, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T(t)[- \gamma\text{sgn}(S(t)) + d] = \\ &- \sum_{i=x}^z \gamma|s_i(t)| + S^T(t)d \leq \\ &- \sum_{i=x}^z (\gamma - d_{\max})|s_i(t)| \leq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

显然, 对于任意的  $S(t) \in \mathbf{R}^3$ ,  $\dot{V}$  非正, 因此  $V \leq V(0)$ . 由于式 (16) 定义的滑模函数初始值为 0, 故  $V(0) = 0$ , 则有  $V \leq 0$ . 另一方面, 根据式 (18) 可知, 对于任意  $S(t) \in \mathbf{R}^3$  均有  $V \geq 0$ , 故有  $V \equiv 0$  成立, 因此对于  $t \in [0, \infty)$  都有  $S(t) \equiv 0$ .  $\square$

**注 1** 从上述引理可以看出, 当  $f(t)$  初值为 1 时, 系统状态将始终处于滑模面上, 此时的系统相轨迹如图 2 所示. 如果令  $f(t) = \kappa e^{-\lambda t}$ ,  $0 \leq \kappa \leq 1$  为权

值, 则可得到更一般意义上的滑模函数. 当  $\kappa = 0$  时, 对应滑模函数 (9); 而当  $\kappa = 1$  时, 对应滑模函数 (16). 加入权值  $\kappa$  使滑模函数初值位于常规滑模函数初值和 0 之间, 相应地到达段也被缩小甚至消除. 这样, 由于系统初始误差所造成的滑模面偏离被减少以致消除, 这为下面设计 ASMC-II 算法奠定了基础.

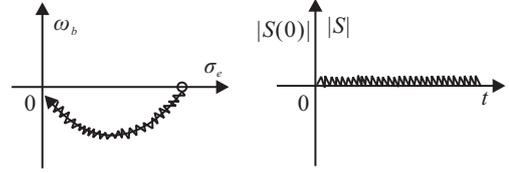


图 2 使用式 (21) 算法的系统相轨迹

基于滑模函数 (16), 设计如下 ASMC-II 算法:

$$\begin{aligned} T_b &= \lambda e^{-\lambda t}\hat{J}\frac{d}{dt}\left(\frac{M^T\rho}{m}\right) - \lambda\hat{J}\frac{d}{dt}\left(\frac{M^T}{m}\sigma_e\right) + \\ &S(\omega_b)\hat{J}\omega_b - \lambda^2e^{-\lambda t}\hat{J}\frac{M^T\rho}{m} - \hat{d}\text{sgn}(S(t)), \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\hat{d} = c \int_0^t \|S(\tau)\|_1 d\tau. \quad (23b)$$

**定理 1** 对于航天器姿态控制系统 (8), 若采用控制律 (23a) 及自适应律 (23b), 当  $t \rightarrow \infty$  时, 有  $S(t) \rightarrow 0$ .

**证明** 选择 Lyapunov 函数为

$$V_m = \frac{1}{2}S^T(t)\hat{J}S(t) + \frac{1}{2c}(\hat{d} - d_{\max})^2. \quad (24)$$

对上述 Lyapunov 函数沿系统轨迹求导, 并代入式 (23a) 和 (23b), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_m &= S^T(t)(d - \hat{d}\text{sgn}(S(t))) + (\hat{d} - d_{\max})\|S(t)\|_1 = \\ &S^T(t)d - d_{\max}\|S(t)\|_1 \leq \\ &- \|S(t)\|_1(d_{\max} - \|d\|_{\infty}). \end{aligned} \quad (25)$$

进一步, 令  $\Xi = \|S(t)\|_1(d_{\max} - \|d\|_{\infty})$ . 显然,  $\Xi$  一致连续. 对不等式 (25) 两边从 0 到  $t$  积分, 整理可得

$$\begin{aligned} \int_0^t \dot{V}_m d\tau &\leq - \int_0^t \Xi d\tau, \\ V_m(0) &\geq \int_0^t \Xi d\tau. \end{aligned} \quad (26)$$

对以上不等式两端取  $t \rightarrow \infty$  时的极限, 有

$$\infty > V_m(0) \geq \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \Xi d\tau. \quad (27)$$

根据 Barbalat 引理, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Xi \rightarrow 0. \quad (28)$$

由  $\|d\|_{\infty} < d_{\max}$  可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) \rightarrow 0$ .  $\square$

**注 2** 此外, 通过对自适应律 (23b) 进行分析可知, 若  $S(t) \neq 0$ , 则切换增益  $\hat{d}$  将会持续增加. 当  $\hat{d}$  增加到足够大, 如  $\hat{d} > d_{\max}$  时, ASMC-II 算法满足式 (16) 所需的滑模到达条件, 即滑模运动将在有限时间内发生. 此时, 求解相应的滑模函数方程, 可得如下误差 MRPs 解析表达式:

$$\sigma_e(t) = e^{-\lambda t}[\lambda t\sigma_e(0) + \sigma_e(t_r)], \quad (29)$$

其中  $t_r$  为到达滑模面的时间. 显然,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma_e(t) \rightarrow 0$ . 因此, ASMC-II 算法不仅能保证滑模函数的渐近稳定性, 而且能保证闭环系统的渐近稳定性.

### 4 数值仿真

本节通过一个航天器大角度姿态机动的数值仿真对 ASMC-I 算法和 ASMC-II 算法进行比较, 并验证 ASMC-II 算法的有效性.

假设标称惯量阵为  $\hat{J} = \text{diag}(48, 25, 61.8)/(\text{kg} \cdot \text{m})$ , 其不确定性为标称值的 10%, 外部扰动力矩为

$$T_d =$$

$$[2 \sin(0.01t), 2 \cos(0.01t), 4 \sin(0.01t)]^T \times 10^{-2}/(\text{N} \cdot \text{m}),$$

航天器初始姿态变量为  $\sigma_b(0) = [-0.2, 0.3, 0.1]^T$ ,

$\omega_b(0) = [0, 0, 0]^T/(\text{rad/s})$ , 期望姿态变量为  $\sigma_d =$

$[0.1, 0.2, -0.3]^T$ ,  $\omega_d = [0, 0, 0]^T/(\text{rad/s})$ . 为了便于比较, ASMC-I 算法和 ASMC-II 算法的参数均选为  $c =$

$1, \lambda = 0.25, \hat{d}(0) = 0$ . 仿真结果如图 3~ 图 7 所示, 其中:  $x, y, z$  分别表示向量的三轴分量.

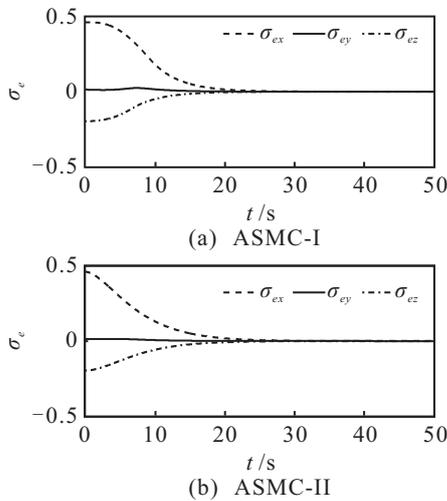


图 3 两种算法的误差 MRPs 响应曲线对比

图 3 和图 4 分别给出了使用 ASMC-I 及 ASMC-II 算法时大角度姿态机动过程中的误差 MRPs 响应曲线和角速度响应曲线对比. 从图 3 可以看出, ASMC-I 及 ASMC-II 算法均能保证误差 MRPs 在约 25 s 时收敛, 且动态响应过程类似. 而在图 4 中, ASMC-II 算法控制的角速度响应较 ASMC-I 算法更为平滑, 并且角速度峰值小于 ASMC-I 算法.

图 5 和图 6 分别给出了两种控制算法所生成的控制力矩曲线. 从图 5 可以看出, ASMC-I 算法计算所得的控制力矩出现了剧烈抖振, 幅值约为  $3/(\text{N} \cdot \text{m})$ ; 而图 6 中 ASMC-II 算法产生的控制力矩的抖振幅值约为  $0.05/(\text{N} \cdot \text{m})$ , 并且三轴力矩平滑, 易于执行机构输出, 在工程上易于实现. 这也验证了 ASMC-II 算法能产生低抖振控制信号的特点.

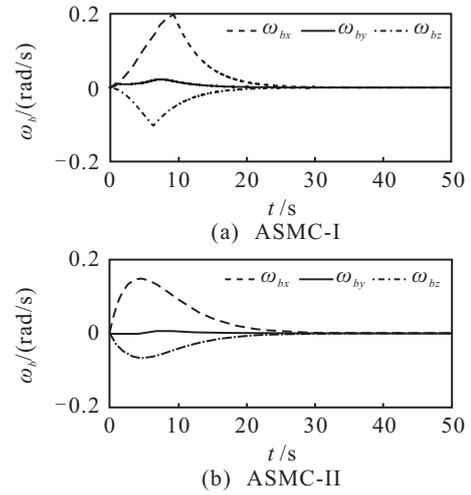


图 4 两种算法的角速度响应曲线对比

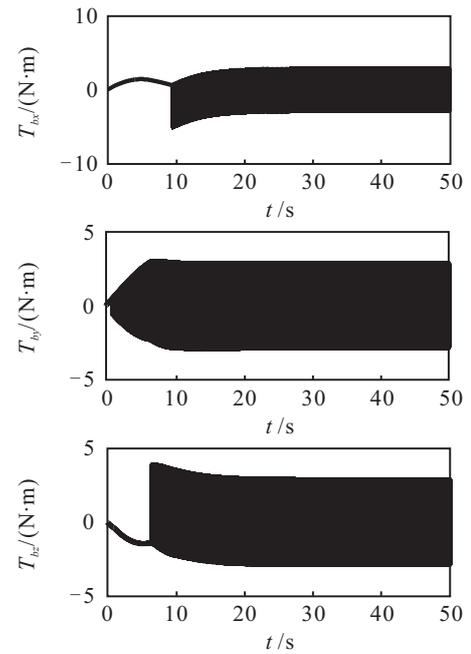


图 5 ASMC-I 算法的控制力矩指令曲线

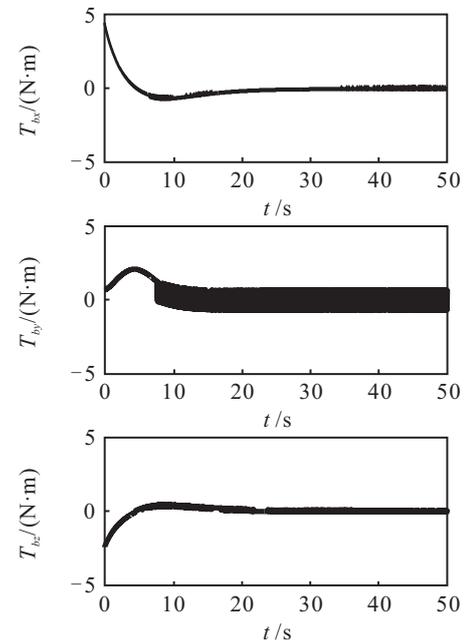


图 6 ASMC-II 算法的控制力矩指令曲线

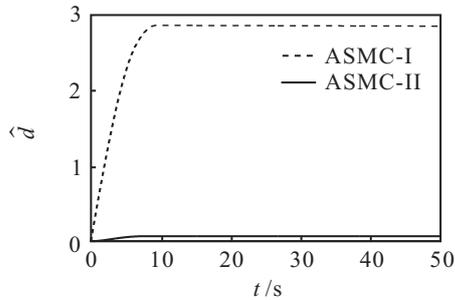


图 7 两种 ASMC 算法的自适应切换增益

图 7 给出了两种 ASMC 算法对切换增益的自适应结果对比。按前文分析, 相比于 ASMC-I 算法, ASMC-II 算法由于消除了系统初始误差在切换增益自适应过程中的影响, 能产生更贴近实际控制所需的切换增益。这一结论可以从图 7 中得到验证, 其中 ASMC-I 算法中  $\hat{a} \approx 2.8$ , 而 ASMC-II 算法中  $\hat{a} \approx 0.045$ 。由于抖振程度与切换增益的幅值直接相关, ASMC-I 算法在控制力矩上出现的抖振现象要比 ASMC-II 算法更为严重。

## 5 结 论

为了解决现有自适应滑模控制对切换增益的过度适应问题, 本文提出了一种改进的自适应滑模控制算法。以航天器姿态机动控制为例, 给出了算法的设计过程。本文提出的自适应滑模算法考虑了系统初始误差对切换增益自适应的影响, 并通过在滑模函数的设计中引入一个衰减函数, 减少以至消除系统初始误差的影响。仿真结果表明, 本文所提出的算法较现有算法能产生低抖振控制信号, 并且控制力矩更为平滑, 适于工程实现。

## 参考文献(References)

[1] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1998: 30-49.  
(Gao W B. Theory and design method for variable structure control[M]. Beijing: Publisher of Science, 1998: 30-49.)

[2] Vadali S R. Variable structure control of spacecraft large-angle maneuvers[J]. J of Guidance, Dynamics, and Control, 1986, 9(2): 235-239.

[3] Lo S C, Chen Y P. Smooth sliding-mode control for spacecraft attitude tracking maneuvers[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1995, 18(6): 1345-1349.

[4] Kowalchuk S A, Hall C D. Spacecraft attitude sliding mode controller using reaction wheels[C]. AIAA/AAS Astroynamics Specialist Conference and Exhibit. Reston: AIAA, 2008.

[5] Crassidis J L. Sliding mode control using modified Rodrigues parameters[J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 1996, 19(6): 1381-1383.

[6] Chan S P. An approach to perturbation compensation for variable structure systems[J]. Automatica, 1996, 32(3): 469-473.

[7] Chen M, Chen W H. Sliding mode control for a class of uncertain nonlinear system based on disturbance observer[J]. Int J of Adaptive Control and Signal Processing, 2010, 24(1): 51-64.

[8] Chen W. Disturbance observer based control for nonlinear systems[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2004, 9(4): 706-710.

[9] Wai R J. Adaptive sliding mode for induction servomotor drive[J]. IEE Proc.-Electr. Power Appl., 2000, 147(6): 553-562.

[10] Barabones O, Alkorta P, Garrido A J. An adaptive sliding mode control scheme for induction motor drives[J]. Int J of Circuits, Systems and Signal Processing, 2007, 1(1): 73-78.

[11] Park J S, Han G S, Ahn H S, et al. Adaptive approaches on the sliding mode control of robot manipulators[J]. Trans on Control, Automation and System Engineering, 2001, 3(1): 15-20.

[12] Souder J S, Hedrick J K. Adaptive sliding mode control of air-fuel ratio in internal combustion engines[J]. Int J of Robust Nonlinear Control, 2004, 14(6): 525-541.

[13] Huang Y J, Kuo T C, Chang S H. Adaptive sliding-mode control for nonlinear systems with uncertain parameters[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, 2008, 38(2): 534-539.

[14] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制[M]. 北京: 中国宇航出版社, 1999.  
(Tu S C. Satellite attitude dynamics and control[M]. Beijing: China Astronautics Publishing House, 1999.)

[15] Wen J T-Y, Kreutz-Delgado K. The attitude control problem[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(10): 1148-1162.