

文章编号: 1001-0920(2012)11-1649-04

## 惯性/天文深组合非线性定位算法

赖际舟, 于永军, 熊 智, 刘建业

(南京航空航天大学 导航研究中心, 南京 210016)

**摘要:** 针对传统惯性/天文定位算法进行天文导航定位时需要通过迭代计算获得载体的经纬度信息, 会不可避免地引入定位计算误差问题, 推导了天文高度角与平台误差角和水平位置误差的数学模型, 进而提出了以天文高度角为量测信息的基于无迹卡尔曼滤波的惯性/天文深组合导航算法. 仿真结果表明, 所提出的算法利用单颗星即可进行定位, 3颗星时组合导航定位精度达到100m, 有效提高了惯性/天文组合定位精度.

**关键词:** 天文导航; 惯性导航; 深组合; 组合导航; 无迹卡尔曼滤波

中图分类号: V249.3

文献标志码: A

## SINS/CNS tightly integrated navigation positioning algorithm with non-linear filter

LAI Ji-zhou, YU Yong-jun, XIONG Zhi, LIU Jian-ye

(Navigation Research Center, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China.

Correspondent: LAI Ji-zhou, E-mail: laijz@nuaa.edu.cn)

**Abstract:** Strapdown integrated navigation system/celestial navigation system(SINS/CNS) integrated navigation positioning system is widely used in unmanned aerial vehicles(UAVs) with high altitude and long range. CNS gets the position information using iteration calculation, so traditional SINS/CNS positioning algorithm setting the position error between INS and CNS as measurement can introduce positioning calculation error inevitably. The model of altitude azimuth, platform error angles and horizontal position is designed. Furthermore, the SINS/CNS tightly integrated algorithm using unscented Kalman filter(UKF) is designed, in which CNS altitude azimuth is the measurement information. The simulation results show that SINS/CNS algorithm can calculate the position using one star information, and the precision which reaches 100 m using three stars is improved effectively.

**Key words:** CNS; INS; tightly integration; integrated navigation; UKF

### 1 引言

高空长航无人机以续航时间长、飞行高度高等优势成为无人机发展重点的同时, 对自主导航系统的精度和可靠性提出了极高的要求<sup>[1]</sup>. 基于天文导航的定位技术自主性高、抗干扰能力强<sup>[2]</sup>, 随着组合导航技术的发展, 基于天文导航的组合定位系统以其高自主性和可靠性在高空长航无人机领域日益受到重视<sup>[3-4]</sup>.

传统的惯性/天文组合导航系统先利用天文导航定位算法解算经纬度, 再采用位置组合模式<sup>[5]</sup>. 而天文导航定位主要通过观测星体的高度角和方位角信息, 通过“高度差法”迭代计算获得载体的经纬度位置

信息, 这将会不可避免地引入定位计算误差, 且定位误差模型通常难以准确确定<sup>[6]</sup>. 另外, 常规的天文导航定位算法至少需要观测两颗导航星或者对同一颗星进行两次观测才能获得较好的性能<sup>[7]</sup>. 目前, 传统的天文导航定位系统主要依靠惯性平台提供水平基准, 惯性平台虽然精度可以达到角秒量级, 但成本较高<sup>[8]</sup>.

针对上述问题, 本文研究了捷联安装的天文高度角测量原理, 推导了高度角与平台误差角、水平位置误差的模型, 设计了以天文高度角为直接观测量的惯性/天文组合定位算法; 并针对惯性/天文组合的非线性特点, 设计了无迹卡尔曼滤波(UKF)方法. 仿真结

收稿日期: 2011-07-12; 修回日期: 2012-02-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(60904091, 91016019, 61174197); 航空科学基金项目(20090852012); 国家民用973课题项目(2009CB724002(09)); 江苏省高校“青蓝工程”项目.

作者简介: 赖际舟(1977-), 男, 副教授, 从事惯性技术与组合导航系统等研究; 于永军(1982-), 男, 博士生, 从事多信息融合导航系统的研究.

果表明了该方法的有效性.

## 2 应用基于高度角的天文定位模型环境

天文定位的基本原理是通过观测星体在当地水平面的高度角  $El$  和方位角  $A$  进行定位, 其定位计算公式可由球面三角公式求得<sup>[3-4]</sup>, 即

$$\sin(El) = \sin \delta_A \sin L + \cos \delta_A \cos L \cos(t_G + \lambda), \quad (1)$$

$$\cos A = \frac{\cos L \sin \delta_A - \sin L \cos \delta_A \cos(t_G + \lambda)}{\cos(El)}. \quad (2)$$

其中:  $\lambda$ ,  $L$  分别表示载体的经度、纬度;  $\delta_A$ ,  $t_G$  分别表示恒星的赤纬、格林时角, 此二者皆可通过观测时间从星历表中获得. 基于此原理的高度差法等经典天文导航定位算法, 因为采用迭代法解算经纬度, 所以会带来计算误差. 由式 (1), 通过捷联惯导系统提供的经纬度, 以及由星历表获得的  $\delta_A$  和  $t_G$ , 可以计算出高度角  $\widehat{El}$  为

$$\sin \widehat{El} = \sin \widehat{L} \sin \delta_A + \cos \widehat{L} \cos \delta_A \cos(\widehat{\lambda} + t_G). \quad (3)$$

其中:  $\widehat{\lambda}$ ,  $\widehat{L}$  分别为捷联惯导系统的经度、纬度;  $\delta\lambda$ ,  $\delta L$  为经纬度误差, 且有

$$\widehat{El} = El + \delta El, \quad \widehat{L} = L + \delta L, \quad \widehat{\lambda} = \lambda + \delta\lambda. \quad (4)$$

将式 (4) 代入 (3), 可得

$$\begin{aligned} \sin(El + \delta El) = & \\ \sin(L + \delta L) \sin(\delta_A) + & \\ \cos(L + \delta L) \cos(\delta_A) \cos(\lambda + \delta\lambda + t_G). & \end{aligned} \quad (5)$$

实际上, 捷联安装的天文导航系统无法直接准确获得式 (5) 所需要的当地地理水平坐标系下的高度角  $El$ , 只能通过捷联姿态转移矩阵提供的水平基准转换得到高度角  $El_c$ . 天文导航系统以东北天地理水平坐标系 ( $O_p X_p Y_p Z_p$ ) 为水平基准, 直接观测得到的当地地理水平坐标系下的导航星高度角  $El$  和方位角  $A$  如图 1 所示.

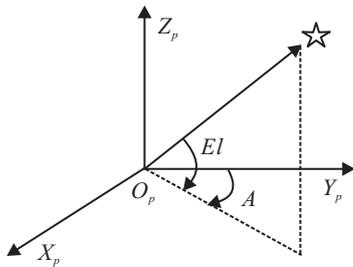


图 1 天文观测当地地理系投影

由此可以获得星光单位方向矢量在当地地理水平坐标系下的表达式为

$$X_p = [\cos(El) \sin A \quad \cos(El) \cos A \quad \sin(El)]^T. \quad (6)$$

实际上, 天文导航系统以捷联惯导系统姿态转移矩阵提供的计算地理水平坐标 ( $O_c X_c Y_c Z_c$ ) 为基准观测到的导航星高度角  $El_c$  和方位角  $A_c$  如图 2 所示.

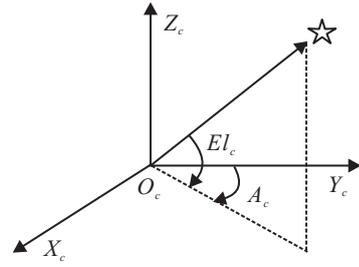


图 2 天文观测计算地理系投影

由图 2 可知, 星光单位方向矢量在计算地理水平坐标系下的表达式为

$$X_c = [\cos(El_c) \sin A_c \quad \cos(El_c) \cos A_c \quad \sin(El_c)]^T. \quad (7)$$

由捷联惯导计算系和地理系的关系可得

$$X_p = C_b^p C_c^b X_c, \quad (8)$$

其中上标  $b$  表示载体坐标系. 考虑到姿态角误差可以看作小量, 将式 (8) 进行线性化, 可以得到

$$X_p = C_c^p X_c. \quad (9)$$

其中  $C_c^p$  为计算系到地理系的平台误差角矩阵, 且有

$$C_c^p = \begin{bmatrix} 1 & -\Phi_u & \Phi_n \\ \Phi_u & 1 & -\Phi_e \\ -\Phi_n & \Phi_e & 1 \end{bmatrix},$$

$\Phi_e$ ,  $\Phi_n$ ,  $\Phi_u$  为东向、北向、天向平台误差角.

将式 (6) 和 (7) 代入 (9), 可得

$$\begin{aligned} \sin(El) = \sin(El_c) - \Phi_n \times \cos(El_c) \sin A_c + \\ \Phi_e \times \cos(El_c) \cos A_c. \end{aligned} \quad (10)$$

将式 (10) 代入 (5), 可得

$$\begin{aligned} \sin(El + \delta El) - \sin(El_c) = & \\ \cos(L + \delta L) \cos(\delta_A) \cos(\lambda + \delta\lambda + t_G) + & \\ \sin(L + \delta L) \sin(\delta_A) - \Phi_n \times \cos h_c \sin A_c + & \\ \Phi_e \times \cos h_c \cos A_c. & \end{aligned} \quad (11)$$

在有多颗可观星的情况下, 即可建立如下量测方程:

$$Z(t) = \begin{bmatrix} \sin(El_1 + \delta El_1) - \sin(El_{c1}) \\ \vdots \\ \sin(El_i + \delta El_i) - \sin(El_{ci}) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

由式 (12) 可以看出, 该量测方程直接利用天文观测高度角与计算高度角的差值作为量测量, 与以伪距、伪距率为量测量的惯性/卫星紧组合模式类似, 因此称之为惯性/天文深组合算法. 同时, 该量测方程只利用 1 颗星即可进行组合, 也可以利用多颗星信息进行组合.

## 3 基于改进 UKF 的惯性/天文非线性滤波

结合高空长航无人机的低动态特性, 且不考虑高

度通道, 取如下线性方程作为系统的状态方程:

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)W(t). \quad (13)$$

其中系统状态变量定义为

$$X = [\Phi_E, \Phi_N, \Phi_U, \delta v_E, \delta v_N, \delta L, \delta \lambda, \varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}, \nabla_x, \nabla_y, \nabla_z].$$

这里:  $\Phi_E, \Phi_N, \Phi_U$  为平台误差角;  $\delta v_E, \delta v_N$  为北向、东向速度误差;  $\delta L, \delta \lambda$  为纬度、经度误差;  $\varepsilon_{bx}, \varepsilon_{by}, \varepsilon_{bz}$  和  $\nabla_x, \nabla_y, \nabla_z$  分别为陀螺常值漂移误差和加速度计零偏。

由给定的系统状态变量和式 (12), 可以得到

$$Z(t) = \begin{bmatrix} \sin(El_1 + \delta El_1) - \sin(El_{c1}) \\ \vdots \\ \sin(El_i + \delta El_i) - \sin(El_{ci}) \end{bmatrix} = f(X(t), V(t)). \quad (14)$$

可以看出, 本文建立的惯性/天文深组合模型中, 状态方程是线性的, 而量测方程是非线性的, 因此, 考虑采用 UKF 非线性滤波方法<sup>[10-11]</sup>来处理. 但直接利用传统 UKF 滤波会使得系统的运算量增大, 因此, 本文对状态方程采用线性滤波方法, 而量测方程则使用非线性滤波方法. 设系统的量测噪声方差阵为  $P_n$ , 观测噪声方差阵为  $P_r$ , 则 UKF 滤波过程中的状态量可表示为

$$X^a = [X^T, V^T]^T,$$

采样点向量表示为

$$\chi^a = [(\chi^x)^T, (\chi^v)^T]^T.$$

针对本文建立的非线性系统, 给出以下 UKF 滤波流程.

**Step 1** 给定系统状态量初始值  $\bar{X}_0^a$ , 以及协方差阵初值, 并构造初始采样点向量  $\chi_{i,0}$ , 即

$$\bar{X}_0^a = E[X_0^T, 0_N]^T, \quad (15)$$

$$P_{0,0}^a = \begin{bmatrix} P_{0,0} & 0 \\ 0 & P_n \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\chi_{0,0} = \bar{X}_0^a,$$

$$\chi_{i,0} =$$

$$\begin{cases} \bar{X}_0^a + (\sqrt{(L+\lambda)P_{0,0}^a})_i, & i = 1, 2, \dots, L, \\ \bar{X}_0^a - (\sqrt{(L+\lambda)P_{0,0}^a})_i, & i = L+1, \dots, 2L. \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $X_0$  为 13 维系统状态向量初值,  $N$  为量测噪声维数 (即可见星数),  $L = 13 + N$ ,  $\lambda = \alpha^2(L+k) - L$ ,  $k \geq 0$ ,  $\alpha$  为很小的整数.

**Step 2** 进行时间更新, 即

$$\bar{X}_{k,k-1}^a = \Phi_{k,k-1} \bar{X}_{k-1,k-1}^a, \quad (18)$$

$$P_{k,k-1} = \Phi_{k,k-1} P_{k-1/k-1} \Phi_{k,k-1}^T + \Gamma P_r \Gamma^T; \quad (19)$$

并构造采样点向量

$$\chi_{0,k/k-1} = \bar{X}_k^a, \quad (20)$$

$$\chi_{i,k/k-1} = \begin{cases} \bar{X}_k^a + (\sqrt{(L+\lambda)P_k^a})_i, & i = 1, 2, \dots, L, \\ \bar{X}_k^a - (\sqrt{(L+\lambda)P_k^a})_i, & i = L+1, \dots, 2L, \end{cases}$$

$$y_{i,k/k-1} = h(\chi_{i,k/k-1}^x, \chi_{i,k/k-1}^v), \quad (21)$$

$$i = 0, \dots, 2L,$$

$$\bar{y}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} y_{i,k/k-1}. \quad (22)$$

其中:  $\Gamma$  为  $G(t)$  的离散化矩阵, 而

$$W_0^{(m)} = \lambda/(L+\lambda),$$

$$W_i^{(m)} = 1/(2(L+\lambda)), \quad i = 1, \dots, 2L.$$

**Step 3** 量测更新, 即

$$P_{y_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^c [y_{i,k/k-1} - \bar{y}_k^-] [y_{i,k/k-1} - \bar{y}_k^-]^T, \quad (23)$$

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^c \sqrt{(L+\lambda)P_k^a} [y_{i,k/k-1} - \bar{y}_k^-]^T, \quad (24)$$

$$K = P_{x_k y_k} P_{y_k y_k}^{-1}, \quad (25)$$

$$\bar{X}_{k,k}^a = \bar{X}_{k,k-1}^a + K(Z_k - \bar{y}_k^-), \quad (26)$$

$$P_k = P_{k,k-1} - K P_{y_k y_k} K^T. \quad (27)$$

其中

$$W_0^{(c)} = \lambda/(L+\lambda) + (1 - \alpha^2 + 2),$$

$$W_i^{(c)} = 1/(2(L+\lambda)), \quad i = 1, \dots, 2L.$$

## 4 捷联/天文组合导航定位系统仿真

选取中低精度惯导系统, 其等效陀螺漂移为  $0.01^\circ/\text{h}$ , 等效加速度零偏为  $10^{-5} \text{ g}$ . 模拟高空飞机运动航迹 (见图 3), 并根据星体跟踪器的工作要求, 设定初始高度为 10 km.

设观测恒星为 Alioth, Arcturus, Dubhe, 恒星的高度角观测误差为  $10'' (1\sigma)$ , 仿真过程中天文敏感器输

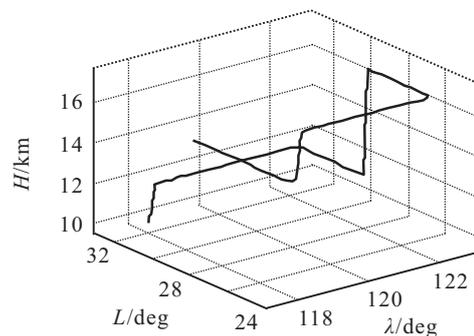


图 3 三维航迹图

出周期为1s. 由于本文算法可以利用1颗或多颗可见星的高度角进行组合, 这里将1颗、2颗、3颗可见星的组合结果进行对比, 分别如图4~图6所示.

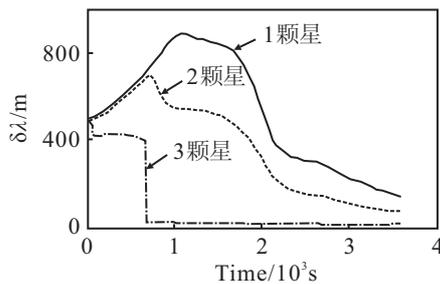


图4 深组合算法经度精度对比

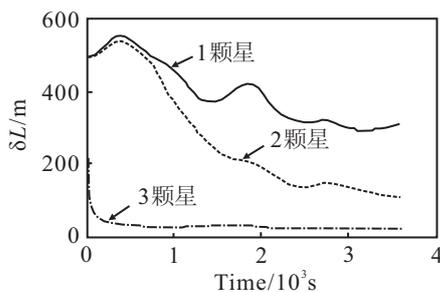


图5 深组合算法纬度精度对比

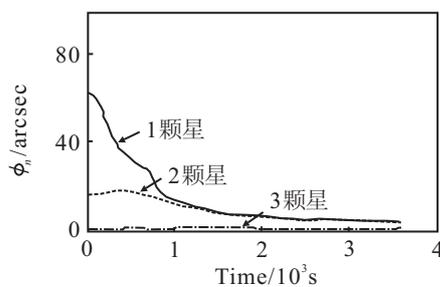


图6 深组合算法北向平台误差角精度对比

由图4和图5可以看出, 随着可见星的增加, 组合导航参数误差收敛速度明显提高, 其稳态精度也明显提高. 尤其是3颗星时的收敛速度和稳定精度有了显著提高, 这与惯性/卫星紧组合定位规律是一致的. 同时, 由图6可以看出, 因为量测方程中耦合了平台误差角的信息, 所以平台误差角也能快速收敛, 从而能够使得惯导水平基准快速达到较高的精度. 利用蒙特卡洛分析方法得到的姿态、速度和位置误差均值、均方差对比如表1所示.

表1 惯性/天文深组合导航结果误差均方差 ( $3\sigma$ )

可见星数/颗	姿态/( $''$ )			速度/(m/s)		位置/m	
	横滚	俯仰	航向角	东向	北向	经度	纬度
1	60.23	51.13	151.44	0.73	0.77	184.3	230.7
2	46.11	38.01	103.35	0.39	0.41	98.4	100.5
3	31.86	27.23	76.38	0.30	0.34	63.8	81.3

由表1的对比可以看出, 利用1颗星进行定位的导航精度约300m; 2颗星相比1颗星的定位精度提高

了一倍, 约为140m; 3颗星的定位精度约为100m, 相比2颗星提高了40%. 综上所述, 基于天文高度角作为量测信息的惯性/天文深组合导航算法, 可以在1颗可见星情况下的组合定位, 其定位精度随可见星数的增多而提高; 同时, 算法对可见星的要求较低.

## 5 结论

传统的惯性/天文定位算法对可见星有较高的要求, 而且会引入计算误差. 本文提出了以天文高度角为量测信息的惯性/天文深组合导航算法, 建立了天文高度角与惯性平台误差角、经纬度误差的模型. 针对模型的非线性特点, 设计了改进UKF滤波方法. 本文提出的算法可以在1颗可见星的情况下实现组合定位, 定位精度可以随着可见星的增加而提高. 本文的研究成果对惯性/天文组合导航系统在高空长航无人机上的应用具有较好的理论价值.

## 参考文献(References)

- [1] Cook K L B. The silent force multiplier: The history and role of UAVs in warfare[C]. Aerospace Conf. Montana: IEEE, 2007: 1-7.
- [2] Liebe C C. Accuracy performance of star trackers a tutorial[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2): 587-599.
- [3] Janiczuk P M. STELLA: Toward automated celestial navigation[J]. Surface Warfare, 1996, 2(2): 34-37.
- [4] Qi Z, Yang Z. Integrated approach combining Doppler positioning and celestial navigation based on UKF[C]. Proc of the 57th Int Astronautical Congress. Valencia, 2006: 696-703.
- [5] 岳亚洲, 田宇, 张晓冬. 机载惯性/天文组合导航研究[J]. 光学与光电技术, 2008, 6(2): 1-5.  
(Yue Y Z, Tian Y, Zhang X D. Investigation on airborne inertial/celestial integrated navigation[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2008, 6(2): 1-5.)
- [6] 熊智, 刘建业, 郁丰, 等. 基于天文角度观测的机载天文/惯性组合滤波算法研究[J]. 宇航学报, 2010, 31(2): 397-403.  
(Xiong Z, Liu J Y, Yu F, et al. Research of airborne INS/CNS integrated filtering algorithm based on celestial angle observation[J]. J of Astronautics, 2010, 31(2): 397-403.)
- [7] 张捍卫, 许厚泽, 王爱生. 天文经纬度和天文方位角测定的基本原理[J]. 测绘科学, 2006, 31(4): 157-160.  
(Zhang H W, Xu H Z, Wang A S. The basic principle of mensurating astronomical longitude, latitude and azimuth angle[J]. Science of Surveying and Mapping, 2006, 31(4): 157-160.)

(下转第1662页)