

文章编号: 1001-0920(2012)12-1890-04

## 基于能量成型的双足机器人解耦控制

刘德君<sup>1,2</sup>, 田彦涛<sup>1</sup>, 张雷<sup>1</sup>

(1. 吉林大学 通信工程学院, 长春 130022; 2. 北华大学 电气信息工程学院, 吉林省吉林市 132021)

**摘要:** 研究带有膝关节和髋关节的双足机器人在3D(three-dimensional)空间稳定行走的控制器设计. 通过构建概循环拉格朗日函数, 将双足机器人的3D动态系统解耦成前向和侧向两部分, 对前向部分设计势能成型控制器, 使前向获得稳定行走步态; 用输出零动态控制器控制侧向, 满足系统的动态解耦条件. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

**关键词:** 概循环拉格朗日; 角度不变; 能量成型; 零动态控制器

**中图分类号:** TP24

**文献标志码:** A

## Biped robot decoupling control based on energy shaping

LIU De-jun<sup>1,2</sup>, TIAN Yan-tao<sup>1</sup>, ZHANG Lei<sup>1</sup>

(1. School of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130022, China; 2. School of Electric and Information Engineering, Beihua University, Jilin 132021, China. Correspondent: TIAN Yan-tao, E-mail: tianyt@jlu.edu.cn)

**Abstract:** The walking stability controller is designed for researching the biped robots with knee and hip walking in 3D (three-dimensional) space. By constructing the almost-cyclic Lagrange function, the biped robot dynamic system is decoupled into sagittal and lateral portions. The potential molding controller is designed for the sagittal portion, so that the stable walking gait can be obtained. The output zero dynamic controller is used to control the lateral counterpart, which satisfies the dynamic decoupling conditions of the system. The simulation results show the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** almost-cyclic Lagrangians; angle invariant control; energy shaping; zero dynamics controller

### 1 引言

双足机器人是一个复杂的动力学系统, 无论理论研究还是应用研究, 都有着重要的意义. 学者们从各个方面研究双足机器人的行走, 并取得了一些理论和应用研究成果<sup>[1]</sup>, 但大多数研究是基于2维空间模型, 比较典型的样机有康奈尔大学的cornell、荷兰代尔夫特的Denise以及美国MIT的Toldder. 这些双足机器人对侧向考虑较少, 很容易摔倒<sup>[2]</sup>. 这种2维空间模型与双足行走的自然模型仍有差异, 对分析人类的行走机理存在局限. 对3维空间模型的控制和稳定性的研究目前较少, 研究方法基本是基于机械机构或是系统的运动方程, 如Kuo<sup>[3]</sup>受人类行走的启发, 通过设置侧向平衡机构实现三维稳定行走; MIT研制的机器人采用强制学习控制策略, 实现前向和侧向运动解耦, 每走一步, 根据行走经验对参数进行修改; 美国密

歇根大学设计的步行机器人, 侧面连接一根长杆, 防止其侧翻, 可实现沿圆周行走. 绳涛等<sup>[4]</sup>通过反馈线性化控制策略实现了机器人3D动态行走. 这些方法没有从根本因素——能量构成的角度来考虑.

本文在分析有膝关节和髋关节的双足机器人3D模型基础上, 构建系统的动能和势能, 使系统的拉格朗日方程变成概循环拉格朗日方程, 在满足特定约束方程下, 实现前向和侧向之间的解耦, 这样可把前向(2维空间)模型的研究成果移植过来. 该方法可以拓展到其他类似多维动力学系统, 仿真结果表明了该方法的可行性.

### 2 双足机器人3D模型

在三维空间中, 双足机器人的前向和侧向如图1所示, 其拉格朗日方程<sup>[5]</sup>为

$$L_{3D_i} = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_{3D_i}(q) \dot{q} - V_{3D_i}(q). \quad (1)$$

收稿日期: 2011-07-20; 修回日期: 2011-10-18.

基金项目: 国家863计划项目(2006AA04Z251); 国家自然科学基金项目(60974067).

作者简介: 刘德君(1971—), 男, 副教授, 博士生, 从事欠驱动双足机器人的控制; 田彦涛(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模与优化控制、双足机器人控制等研究.

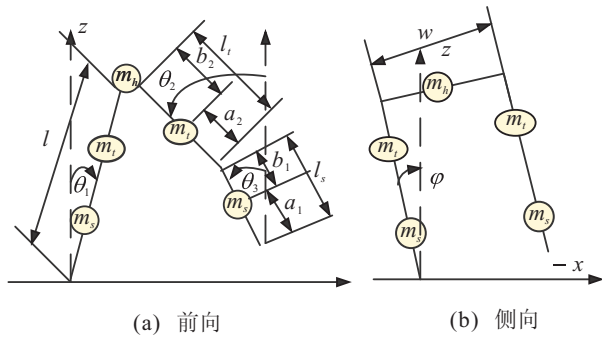


图 1 双足机器人的前向和侧向图

其中:  $i \in \{u, l\}$ ,  $q = [\theta, \varphi]^T$ ,  $u$  表示膝关节未锁死,  $l$  表示膝关节锁死,  $M_{3D_i}(q)$  为惯性矩阵,  $V_{3D_i}(q)$  为势能. 由方程 (1) 可得动力学方程为

$$M_{3D_i}(q)\ddot{q} + C_{3D_i}(q, \dot{q})\dot{q} + N_{3D_i}(q) = B_{3D_i}u_i. \quad (2)$$

其中

$$M_{3D_i}(q) = M_{3D_i}(\theta) = \begin{bmatrix} M_{2D}(\theta) & M_{\varphi, \theta}(\theta)^T \\ M_{\varphi, \theta}(\theta) & m_\varphi(\theta) \end{bmatrix};$$

$M_{2D}(\theta)$  为 2D(two-dimensional) 系统的惯性矩阵, 即前向系统的惯性阵;  $C_{3D_i}$  为哥氏力阵,

$$N_{3D_i} = \frac{\partial V_{3D_i}(q)}{\partial q}, \quad B_{3D_i} = \begin{bmatrix} B_\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

令  $x = [q(t), \dot{q}(t)]^T$ , 则写成状态方程形式为  $\dot{x}(t) = H(x(t), u(t))$ . 式中

$$H(x(t), u(t)) = f(q, \dot{q}) + g(q, \dot{q})u(t),$$

$$f(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} \dot{q}(t) \\ -M_{3D_i}^{-1}(q(t))(C_{3D_i}(x(t)) + N_{3D_i}(q(t))) \end{bmatrix},$$

$$g(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{3D_i}^{-1}(q(t))B_{3D_i}(q(t)) \end{bmatrix}.$$

当膝关节未锁死时,  $M_{3D_u}$  为  $4 \times 4$  阵,  $B_{3D_i}$  为  $4 \times 4$  阵,  $N_{3D_i}$  为  $4 \times 1$  阵; 膝关节锁死时,  $M_{3D_i}$  为  $3 \times 3$  阵,  $B_{3D_i}$  为  $3 \times 4$  阵,  $N_{3D_i}$  为  $3 \times 1$  阵.

### 3 控制器设计

本文提出的控制策略的思想是: 设计 3D 系统的概循环拉格朗日方程, 该方程含有 2D 系统角度不变控制的动能和势能形式. 为了使概循环拉格朗日方程对应的动力学方程前向与侧向解耦, 可采用约束解耦方法, 这样整个系统的控制器则由概循环拉格朗日控制器和侧向控制器组合而成, 其中概循环拉格朗日控制器包含 2D 角度不变控制器. 设计步骤描述如下:

- 1) 设计 2D 系统角度不变控制器, 为第 2 步设计作准备;
- 2) 通过动能、势能成型, 构建概循环拉格朗日方程  $L_\lambda$ ;
- 3) 求解将  $L_{3D_i}$  变成  $L_\lambda$  的角度不变控制器;
- 4) 设计侧向角控制器.

#### Step 1 2D 系统的角度不变控制器设计.

不考虑侧向, 只研究前向运动, 此时变量  $q = [\theta]$ , 则前向 2D 系统<sup>[5-6]</sup>的拉格朗日方程为

$$L_{2D} = \frac{1}{2}\dot{q}^T M_{2D}(q)\dot{q} - V_{2D}(q). \quad (3)$$

$V_{2D}(q)$  为 2D 系统的势能, 由欧拉方程可得动力学方程为

$$M_{2D}(q)\ddot{q} + C_{2D}(q, \dot{q})\dot{q} + N_{2D}(q) = B_{2D}u, \quad (4)$$

其中  $N_{2D}(q) = \partial V_{2D}(q)/\partial q$ .

为了使机器人能在不同倾斜角度的路面行走, 设计前向系统的角度不变控制器. 定义  $\beta = \phi_0 - \phi$ , 作旋转变换<sup>[6]</sup> $R_\beta(\theta) = (\theta_1 - \beta, \theta_2 - \beta, \theta_3 - \beta)^T$ , 则变换后的势能表示为

$$N_{2D_\beta}(\theta) = \frac{\partial V_{2D}(R_\beta)}{\partial \theta}. \quad (5)$$

**定理 1** 如果机器人能在角度为  $\phi_0$  的斜面上有稳定被动行走步态, 且对应的初始状态为

$$X = X(\phi_0) = (\theta_1(0), \theta_2(0), \theta_3(0), \dot{\theta}_1(0), \dot{\theta}_2(0), \dot{\theta}_3(0))^T,$$

则在控制输入

$$u_{2D} = B_{2D}^{-1} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_{2D}(\theta) - V_{2D}(R_\beta)) \quad (6)$$

的控制下, 可在倾角为  $\phi$  的斜面上稳定行走.

#### Step 2 概循环拉格朗日方程.

为了实现解耦, 通过动能、势能成型方法<sup>[7-8]</sup>, 构建系统的概循环拉格朗日方程  $L_\lambda$  为

$$L_\lambda(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) = \frac{1}{2}(\dot{\theta}^T \dot{\varphi})M_\lambda(\theta) \begin{bmatrix} \dot{\theta}^T \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} - W_\lambda(\theta, \varphi, \dot{\theta}) - V_\lambda(\theta, \varphi). \quad (7)$$

其中

$$M_\lambda(\theta) = \begin{bmatrix} M_{2D}(\theta) + \frac{M_{\varphi, \theta}(\theta)^T M_{\varphi, \theta}(\theta)}{m_\varphi(\theta)} & M_{\varphi, \theta}(\theta)^T \\ M_{\varphi, \theta}(\theta) & m_\varphi(\theta) \end{bmatrix},$$

$$W_\lambda(\theta, \varphi, \dot{\theta}) = \frac{\lambda(\varphi)}{m_\varphi(\theta)} M_{\varphi, \theta}(\theta)\dot{\theta},$$

$$V_\lambda(\theta, \varphi) = V_{2D}(R_\beta) - \frac{1}{2} \frac{\lambda(\varphi)^2}{m_\varphi(\theta)},$$

$$\lambda(\varphi) = -\alpha\varphi.$$

**Step 3** 将  $L_{3D_i}$  变成  $L_\lambda$  的控制器设计, 可由式 (7) 得到, 即

$$\frac{\partial L_\lambda}{\partial \dot{\varphi}}(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) = M_{\varphi, \theta}(\theta)\dot{\theta} + m_\varphi(\theta)\dot{\varphi}, \quad (8)$$

令

$$J(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) = \lambda(\varphi) = \frac{\partial L_\lambda}{\partial \dot{\varphi}}(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}).$$

**定理 2** 对于方程  $L_\lambda$ , 定义

$$L_{\text{fct}} = [L_\lambda(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) - \lambda(\varphi)\dot{\varphi}]|_{J(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) = \lambda(\varphi)}, \quad (9)$$

当满足

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{m_{\varphi}(\theta)}(\lambda(\varphi) - M_{\varphi,\theta}(\theta)\dot{\theta}) \quad (10)$$

时,有

$$L_{\text{fct}}(\theta, \dot{\theta}) = \frac{1}{2}\dot{\theta}^T M_{2D}(\theta)\dot{\theta} - V_{2D}(R_{\beta}). \quad (11)$$

证明 将式(7)改写成如下形式:

$$L_{\lambda}(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}) = L_{\text{fct}}(\theta, \dot{\theta}) + \text{Re} m(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \dot{\varphi}). \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \text{Re} m &= \frac{1}{2}\dot{\theta}^T \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)^T M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)} \dot{\theta} + \frac{1}{2}m_{\varphi}(\theta)\dot{\varphi}^2 + \\ &\dot{\varphi} M_{\varphi,\theta}(\theta)\dot{\theta} - \frac{\lambda(\varphi)}{m_{\varphi}(\theta)} M_{\varphi,\theta}(\theta)\dot{\theta} + \frac{1}{2} \frac{\lambda(\varphi)^2}{m_{\varphi}(\theta)}, \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L_{\lambda}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L_{\lambda}}{\partial \theta_i} &= \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L_{\text{fct}}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L_{\text{fct}}}{\partial \theta_i} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \theta_i}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_{\lambda}}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial L_{\lambda}}{\partial \varphi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \varphi}. \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\theta}_i} &= \\ \ddot{\theta}^T \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)^T M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)} e_i + \dot{\theta}^T \frac{d}{dt} \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)^T M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)} e_i + \\ \dot{\theta}^T \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)^T \frac{d}{dt} M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)} e_i - \\ \frac{d}{dt} (m_{\varphi}(\theta)) \dot{\theta}^T \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)^T M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)^2} e_i + \ddot{\varphi} M_{\varphi,\theta}(\theta) e_i + \\ \dot{\varphi} \frac{d}{dt} (M_{\varphi,\theta}(\theta)) e_i + \frac{\lambda(\varphi)}{m_{\varphi}(\theta)^2} \frac{d}{dt} (m_{\varphi}(\theta)) M_{\varphi,\theta}(\theta) e_i - \\ \frac{d}{dt} \lambda(\varphi) \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)} e_i - \frac{\lambda(\varphi)}{m_{\varphi}(\theta)} \frac{d}{dt} (M_{\varphi,\theta}(\theta)) e_i, \end{aligned} \quad (15)$$

$e_i$  为第  $i$  个基本向量.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\theta}_i} &= \\ 2\dot{\theta}^T \frac{\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (M_{\varphi,\theta}(\theta))^T M_{\varphi,\theta}(\theta)}{2m_{\varphi}(\theta)} \dot{\theta} - \\ \dot{\theta}^T \frac{\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (m_{\varphi}(\theta)) M_{\varphi,\theta}(\theta)^T M_{\varphi,\theta}(\theta)}{2m_{\varphi}(\theta)^2} \dot{\theta} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (m_{\varphi}(\theta)) \dot{\varphi}^2 + \\ \dot{\varphi} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (m_{\varphi,\theta}(\theta)) \dot{\theta} + \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (m_{\varphi}(\theta)) \lambda(\varphi) \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)^2} \dot{\theta} - \\ \frac{\lambda(\varphi)}{m_{\varphi}(\theta)} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (M_{\varphi,\theta}(\theta)) \dot{\theta} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (m_{\varphi}(\theta)) \lambda(\varphi)^2 \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\varphi}} &= \frac{d}{dt} (M_{\varphi,\theta}(\theta)) \dot{\theta} + M_{\varphi,\theta}(\theta) \ddot{\theta} + \\ m_{\varphi}(\theta) \ddot{\varphi} + \frac{d}{dt} (m_{\varphi}(\theta)) \dot{\varphi}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \text{Re} m}{\partial \varphi} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda(\varphi))}{m_{\varphi}(\theta)} M_{\varphi,\theta}(\theta) \dot{\theta} + \frac{\lambda(\varphi)}{m_{\varphi}(\theta)} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda(\varphi)). \quad (18)$$

由于  $\dot{\varphi} = \frac{1}{m_{\varphi}(\theta)}(\lambda(\varphi) - M_{\varphi,\theta}(\theta)\dot{\theta})$ , 则

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \frac{\frac{d}{dt} (m_{\varphi}(\theta))}{m_{\varphi}(\theta)^2} M_{\varphi,\theta}(\theta) \dot{\theta} - \frac{\frac{d}{dt} (m_{\varphi}(\theta))}{m_{\varphi}(\theta)^2} \lambda(\varphi) + \\ \frac{\frac{d}{dt} (\lambda(\varphi))}{m_{\varphi}(\theta)} - \frac{\frac{d}{dt} (M_{\varphi,\theta}(\theta))}{m_{\varphi}(\theta)} \dot{\theta} - \frac{M_{\varphi,\theta}(\theta)}{m_{\varphi}(\theta)} \ddot{\theta}. \end{aligned} \quad (19)$$

将式(10)和(19)代入(15), 可得

$$\left. \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\theta}_i} \right|_{J(\theta,\varphi,\dot{\theta},\dot{\varphi})=\lambda(\varphi)} = 0,$$

将式(10)代入(16)得

$$\left. \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \theta_i} \right|_{J(\theta,\varphi,\dot{\theta},\dot{\varphi})=\lambda(\varphi)} = 0,$$

因此有

$$\left[ \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \theta_i} \right] \Big|_{J(\theta,\varphi,\dot{\theta},\dot{\varphi})=\lambda(\varphi)} = 0. \quad (20)$$

可得如下关系:

$$\frac{d}{dt} (\lambda(\varphi)) = \frac{\partial}{\partial \varphi} (\lambda(\varphi)) \dot{\varphi} = \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \varphi}. \quad (21)$$

当  $\dot{\varphi}$  满足式(10)时, 将(10), (19), (21)代入(17)和(18)可得

$$\left[ \frac{d}{dt} \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial \text{Re} m}{\partial \varphi} \right] \Big|_{J(\theta,\varphi,\dot{\theta},\dot{\varphi})=\lambda(\varphi)} = 0. \quad (22)$$

可见, 若  $\dot{\varphi} = (\lambda(\varphi) - M_{\varphi,\theta}(\theta)\dot{\theta})/m_{\varphi}(\theta)$  成立, 相当于  $J(\theta, \varphi, \dot{\theta}, \varphi) = \lambda(\varphi)$  成立, 则

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L_{\lambda}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L_{\lambda}}{\partial \theta_i} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L_{\text{fct}}}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L_{\text{fct}}}{\partial \theta_i} \Big|_{J(\theta,\varphi,\dot{\theta},\dot{\varphi})=\lambda(\varphi)}.$$

**定理 3**  $L_{\lambda}$  为 3D 系统的概循环拉格朗日方程,  $L_{\text{fct}}$  为其对应降阶的 2D 系统拉格朗日方程, 当且仅当  $(\theta(t), \dot{\theta}(t))$  是  $L_{\text{fct}}$  对应动态方程的解, 且  $(\varphi(t), \dot{\varphi}(t))$  满足

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{1}{m_{\varphi}(\theta(t))}(\lambda(\varphi(t)) - M_{\varphi,\theta}(\theta(t))\dot{\theta}(t))$$

和有初始条件

$$\dot{\varphi}(t_0) = \frac{1}{m_{\varphi}(\theta(t_0))}(\lambda(\varphi(t_0)) - M_{\varphi,\theta}(\theta(t_0))\dot{\theta}(t_0))$$

时,  $(\theta(t), \varphi(t), \dot{\theta}(t), \dot{\varphi}(t))$  是  $L_{\lambda}$  对应动态方程的解.

$L_{\lambda}$  对应的动态方程形式为

$$M_{\lambda}(\theta)\ddot{\theta} + C_{\lambda}(\theta, \theta)\dot{\theta} + N_{\lambda}(\theta) = B_{\lambda}u,$$

$L_{3D_i}$  对应的动态方程为

$$M_{3D_i}(q_i)\ddot{q}_i + C_{3D_i}(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + N_{3D_i}(q_i) = B_{3D_i}u_i,$$

则定义反馈控制律

$$u = v_1 =$$

$$B_{3D_i}^{-1}(C_{3D_i}(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + N_{3D_i}(q_i) +$$

$$M_{3D_i}(q_i)M_{\lambda}(q_i)^{-1}(C_{\lambda}(q_i, \dot{q}_i) - N_{\lambda}(q_i))).$$

应用  $u$  可得动态系统为

$$\dot{x}(t) = f_\lambda(q, \dot{q}) + g_\lambda(q, \dot{q})u, \quad (23)$$

式(23)是与  $L_\lambda$  对应的状态方程.

**Step 4 侧向角控制器.**

为了使  $L_\lambda$  对应的 3D 系统前向部分与侧向角  $\varphi$  无关, 本文提出约束控制解耦策略, 即满足式(10)时, 可实现前向和侧向解耦.

系统(2)的总控制量  $u$  由反馈控制律  $v_1$  和侧向控制率  $v_2$  (或约束控制器) 组成, 其形式为

$$u = v_1 + \begin{bmatrix} O_i \\ 1 \end{bmatrix} v_2. \quad (24)$$

为使约束条件(10)成立, 采用零动态控制<sup>[9]</sup>. 定义

$$h(q, \dot{q}) = \dot{\varphi} + \frac{1}{m_\varphi(\theta)}(\alpha\varphi + M_{\varphi, \theta}(\theta)\dot{\theta}),$$

设计  $v_2$  控制器使  $h(q, \dot{q}) = 0$ , 由零动态控制方法<sup>[10]</sup>, 求得控制率为

$$v_2 = \frac{-1}{L_{g_\lambda} h(q, \dot{q})} \left( L_{f_\lambda} h(q, \dot{q}) + \frac{1}{\varepsilon} h(q, \dot{q}) \right). \quad (25)$$

其中:  $L_{g_\lambda} h(q, \dot{q})$  为  $h(q, \dot{q})$  对应  $g_\lambda$  的李导数,  $L_{f_\lambda} h(q, \dot{q})$  为  $h(q, \dot{q})$  对应  $f_\lambda$  的李导数,  $1/\varepsilon$  为控制器参数.

**4 仿真实验研究**

初始状态为  $y_0 = [0.24, -0.24, -0.24, 0.0034, -1.1015, 0.1275, 0.1275, 0.056]$ , 机器人参数  $l = 1\text{ m}$ ,  $l_s = 0.5\text{ m}$ ,  $a_1 = 0.375\text{ m}$ ,  $b_1 = 0.125\text{ m}$ ,  $l_t = 0.5\text{ m}$ ,  $a_2 = 0.175\text{ m}$ ,  $b_2 = 0.325\text{ m}$ ,  $w = 0.2\text{ m}$ .

侧向控制器参数  $\varepsilon = 1/5$ ,  $\alpha = 10$ ; 斜坡角度  $\gamma = 3^\circ$  时的曲线如图 2 和图 3 所示; 斜坡角度  $\gamma = 4^\circ$  时的曲线如图 4 和图 5 所示.

从图 2~图 5 可见, 系统对地面倾角的变化有较好的适应性, 侧向角控制器可使侧向角及其变化率控制在较小的范围内, 以满足约束条件的要求.

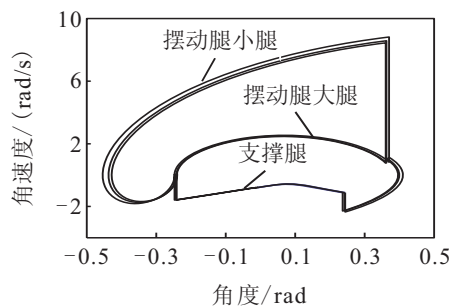


图 2  $\gamma = 3^\circ$  时支撑腿、摆动腿极限环

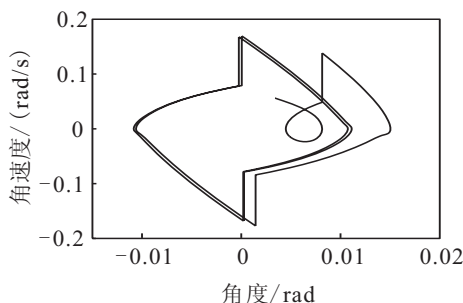


图 3  $\gamma = 3^\circ$  时侧向角极限环

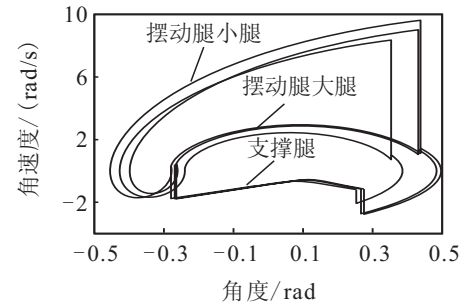


图 4  $\gamma = 4^\circ$  时支撑腿、摆动腿极限环

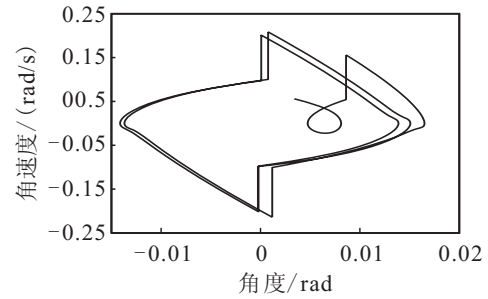


图 5  $\gamma = 4^\circ$  时侧向角极限环

**5 结 论**

针对含有前向运动和侧向运动的双足机器人系统, 通过能量成型方法, 将系统的固有拉格朗日方程变成概循环拉格朗日方程. 当满足约束条件时, 将概循环拉格朗日方程对应的运动方程进行前向和侧向解耦控制, 该方法不同于常规的解耦方法, 它是从运动方程形成的根源——系统拉格朗日方程构成结构入手, 实现复杂系统的解耦. 仿真结果表明了本文提出的方法是可行且有效的, 且可拓展到其他类似的动力学解耦控制系统中.

**参考文献(References)**

[1] Gregg R D, Spong M W. Reduction-based control with application to three-dimensional bipedal walking robots[C]. American Control Conf. Seattle, 2008: 880-887.  
 [2] 付成龙, 黄元林, 王建美, 等. 半被动双足机器人的准开环控制[J]. 机器人, 2009, 32(2): 110-117.  
 (Fu C L, Huang Y L, Wang J M. Quasi open-loop control for semi-passive biped robots[J]. Robot, 2009, 32(2): 110-117.)  
 [3] Kuo A D. Stabilization of lateral motion in passive dynamic walking[J]. The Int J of Robotics Research, 1999, 18(9): 917-930.  
 [4] 绳涛, 王剑, 马宏绪. 欠驱动两足步行机器人侧向稳定控制方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(3): 1-4.  
 (Sheng T, Wang J, Ma H X. Lateral stabilization control of underactuated biped robot[J]. Computer Engineering and Application, 2008, 44(3): 1-4.)

(下转第1898页)